

ФГБОУ ВО «УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»
СИБАЙСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ) УУНиТ
ЕСТЕСТВЕННО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Утверждено:
на заседании кафедры
протокол № 11 от «31» мая 2023 г.

И.о. зав.кафедрой  / Гумеров И.С.



Согласовано:
Председатель УМК естественно-
математического факультета
 / Ильбулова Г.Р.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Дисциплина **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА**

(наименование дисциплины)

Обязательная часть

(обязательная часть или часть, формируемая участниками образовательных отношений, факультатив)

программа бакалавриата

Направление подготовки

01.03.02 Прикладная математика и информатика

(указывается код и наименование направления подготовки)

Направленность (профиль) подготовки

Прикладная математика и информационные технологии

(указывается наименование направленности (профиля) подготовки)

Квалификация

бакалавр

(указывается квалификация)

Разработчик (составитель)

доцент, к.ф.-м.н.,

(должность, ученая степень, ученое звание)

/ Беликова О.Н.

Для приема: 2023 г.

Сибай 2023 г.

Составитель: Беликова О.Н., к.ф.-м.н.

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры прикладной математики и информационных технологий протокол №11 от «31» мая 2023 г.

И.о. заведующего кафедрой И /Гумеров И.С./

Дополнения и изменения, внесенную в рабочую программу дисциплины

утверждены на заседании кафедры

протокол №__ от «__» _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой _____ / _____ /

Дополнения и изменения, внесенную в рабочую программу дисциплины

утверждены на заседании кафедры

протокол №__ от «__» _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой _____ / _____ /

Дополнения и изменения, внесенную в рабочую программу дисциплины

утверждены на заседании кафедры

протокол №__ от «__» _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой _____ / _____ /

Список документов и материалов

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций
2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы
3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)
4. Фонд оценочных средств по дисциплине
 - 4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине
 - 4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине
 - 4.3. Рейтинг-план дисциплины
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины
 - 5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины
 - 5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины
6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций

По итогам освоения дисциплины обучающийся должен достичь следующих результатов обучения:

Категория (группа) компетенций	Формируемая компетенция (с указанием кода)	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-3. Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	ОПК-3.1 Обладает фундаментальными знаниями по математическим моделям для решения прикладных задач.	<i>Знать</i> основные факты, концепции, принципы математического моделирования, используемого при решении прикладных задач.
		ОПК-3.2. Умеет использовать аппарат математических моделей при решении задач в профессиональной деятельности.	<i>Уметь</i> использовать аппарат математических моделей при решении задач в профессиональной деятельности.
		ОПК-3.3. Имеет навыки применения и модификации математических моделей при решении задач в профессиональной деятельности.	<i>Владеть</i> навыками применения и модификации математических моделей при решении задач в профессиональной деятельности.

2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Математическая статистика» относится к обязательной части дисциплин. Дисциплина изучается на 3 курсе в 6 семестре.

Целью освоения дисциплины "Математическая статистика" является фундаментальная математическая подготовка в области планирования, систематизации и использования статистических данных для обнаружения закономерностей в тех явлениях, в которых существенную роль играет случайность. Методы математической статистики помогают проверить соответствие математической модели изучаемому явлению или процессу, дают возможность принять решение о свойствах модели по результатам экспериментов, которые подвержены случайным колебаниям, в частности оценить неизвестные параметры и проверить статистические гипотезы. Задачами курса являются: — изучение студентами теоретических основ дисциплины; — приобретение студентами практических навыков по изучаемой дисциплине; — создание базиса для дальнейшего самостоятельного изучения предмета; — закладка теоретического фундамента, необходимого для изучения множества других специальных и прикладных дисциплин; — формирование у студентов математической и исследовательской культуры. В результате освоения дисциплины студент должен получить необходимые сведения для решения следующей профессиональной задачи: применение методов математического и алгоритмического моделирования при анализе прикладных проблем.

Для освоения дисциплины необходимы компетенции, сформированные в рамках изучения дисциплин «Теория вероятностей», «Алгебра», «Аналитическая геометрия», «Математический анализ», «Математический анализ (часть 2)», «Математический анализ (часть 3)».

3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)

Содержание рабочей программы представлено в Приложении № 1.

4. Фонд оценочных средств по дисциплине

4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

ОПК-3: Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания результатов обучения			
		2 («Не удовлетворительно»)	3 («Удовлетворительно»)	4 («Хорошо»)	5 («Отлично»)
ОПК-3.1. Обладает фундаментальными знаниями по математическим моделям для решения прикладных задач.	Обладает фундаментальными знаниями, по математическим моделям для решения прикладных задач.	Не обладает фундаментальными знаниями по математическим моделям для решения прикладных задач.	Обладает на удовлетворительном уровне фундаментальными знаниями по математическим моделям для решения прикладных задач.	Обладает на хорошем уровне фундаментальными знаниями по математическим моделям для решения прикладных задач.	Обладает на отличном уровне фундаментальными знаниями по математическим моделям для решения прикладных задач.
ОПК-3.2. Умеет использовать аппарат математических моделей при решении задач в профессиональной деятельности.	Умеет использовать аппарат математических моделей при решении задач в профессиональной деятельности.	Не умеет использовать аппарат математических моделей при решении задач в профессиональной деятельности.	Слабо умеет использовать аппарат математических моделей при решении задач в профессиональной деятельности.	Хорошо умеет использовать аппарат математических моделей при решении задач в профессиональной деятельности.	Уверенно умеет использовать аппарат математических моделей при решении задач в профессиональной деятельности.
ОПК-3.3. Имеет навыки применения и модификации математических моделей при решении задач в профессиональной деятельности.	Имеет навыки применения и модификации математических моделей при решении задач в профессиональной деятельности.	Не владеет навыками применения и модификации математических моделей при решении задач в профессиональной деятельности.	Навыки применения и модификации математических моделей при решении задач в профессиональной деятельности сформированы слабо	Хорошо владеет навыками применения и модификации математических моделей при решении задач в профессиональной деятельности.	Отлично владеет навыками выбора применения и модификации математических моделей при решении задач в профессиональной деятельности.

4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной про-

грамме индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Оценочные средства
ОПК-3.1. Обладает фундаментальными знаниями по математическим моделям для решения прикладных задач.	<i>Знать</i> фундаментальные основы, знаний по математическим моделям для решения прикладных задач.	Ответы на вопросы на практических занятиях, решение задач на практических занятиях, решение самостоятельных работ, экзамен
ОПК-3.2. Умеет использовать аппарат математических моделей при решении задач в профессиональной деятельности.	<i>Уметь</i> использовать аппарат математических моделей при решении задач в профессиональной деятельности.	Ответы на вопросы на практических занятиях, решение задач на практических занятиях, решение самостоятельных работ, экзамен
ОПК-3.3. Имеет навыки применения и модификации математических моделей при решении задач в профессиональной деятельности.	<i>Владеть</i> навыками применения и модификации математических моделей при решении задач в профессиональной деятельности.	Ответы на вопросы на практических занятиях, решение задач на практических занятиях, решение самостоятельных работ, экзамен

Критериями оценивания при *модульно-рейтинговой системе* являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины (*для экзамена*: текущий контроль – максимум 40 баллов; рубежный контроль – максимум 30 баллов, поощрительные баллы – максимум 10)

Шкалы оценивания:

для экзамена:

от 45 до 59 баллов – «удовлетворительно»; от 60 до 79 баллов – «хорошо»; от 80 баллов – «отлично».

4.3. Рейтинг-план дисциплины

Рейтинг–план дисциплины представлен в приложении 2.

Контрольные работы

Контрольная работа №1 используется для рубежного контроля модуля 3

Критерии оценки контрольной работы (в баллах):

- **9-10 баллов** выставляется, если студент решил все задачи полностью:

- в логических рассуждениях и обоснованиях решения нет пробелов и ошибок;
- в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, которая не является следствием незнания и непонимания учебного материала);

- **7-8 баллов** выставляется, если

- студент решил все задачи, но обоснования шагов решения недостаточны;
- допущена одна ошибка или есть два-три недочета в выкладках.

- **5-6 баллов** выставляется, если допущено более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, но студент обладает обязательными умениями по проверяемому модулю;

- **0-4 баллов** выставляется, если

- допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не обладает обязательными умениями по проверяемому модулю;
- работа показала полное отсутствие у студента обязательных знаний и умений по проверяемому модулю.

Пример варианта контрольной работы № 1

Вариант 1

1. С целью определения средней суммы вкладов в сберегательном банке, имеющем 2000 вкладчиков, по схеме собственно-случайной бесповторной выборки проведено обследование 100 вкладов. Результаты обследования представлены в таблице:

Сумма вклада, тыс. руб.	50 - 150	150 - 250	250 - 350	350 - 450	450 - 550	Итого
Число вкладов	14	24	35	20	7	100

Найти:

- а) границы, в которых с вероятностью 0,9488 находится средняя сумма всех вкладов в сберегательном банке;
- б) объем бесповторной выборки, при котором те же границы для средней суммы вкладов в сберегательном банке (см. пункт а)) можно гарантировать с вероятностью 0,9; в) вероятность того, что доля всех вкладчиков, у которых сумма вклада больше 250 тыс. руб., отличается от доли таких вкладчиков в выборке не более чем на 0,1 (по абсолютной величине).

2. По данным задачи 1, используя критерий χ^2 - Пирсона, при уровне значимости $\alpha = 0,05$ проверить гипотезу о том, что случайная величина X – сумма вклада – распределена по нормальному закону. Построить на одном чертеже гистограмму эмпирического распределения и соответствующую нормальную кривую.

3. Распределение 250 пар, вступивших в брак, по возрасту мужчин X (лет) и женщин Y (лет) представлено в таблице:

$x \backslash y$	15 - 25	25 - 35	35 - 45	45 - 55	55 - 65	Итого:
15 - 25	7	3				10
25 - 35	52	110	13	1		176
35 - 45	1	14	23	2		40
45 - 55		1	4	6	1	12
55 - 65				3	6	9
65 - 75					3	3
Итого:	60	128	40	12	10	250

Необходимо:

- 1) Вычислить групповые средние \bar{x}_j и \bar{y}_i , построить эмпирические линии регрессии.
- 2) Предполагая, что между переменными X и Y существует линейная корреляционная зависимость:
 - а) найти уравнения прямых регрессии, построить их графики на одном чертеже с эмпирическими линиями регрессии и дать содержательную интерпретацию полученных уравнений;

- б) вычислить коэффициент корреляции на уровне значимости $\alpha = 0,05$, оценить его значимость и сделать вывод о тесноте и направлении связи между переменными X и Y;
- в) используя соответствующее уравнение регрессии, оценить средний возраст мужчин, имеющих супруг в возрасте 30 лет.

Примерные задания для типовых расчетов

Типовой расчет – это задания для самостоятельного решения вне аудиторных занятий. Типовой расчет №1 используется для рубежного контроля модуля 1, Типовой расчет №2 – для рубежного контроля модуля 2.

Пример варианта типового расчета № 1

Переписать текст задания. Определить исходные данные и результаты. Выполнить требуемые вычисления и построить графики. Номер выборки равен значению параметра V. Везде ниже считать значение параметра V равным номеру варианта студента (другими словами, номеру студента в списке группы). Работу оформить в тонкой тетради или на отдельных листах бумаги.

Задание 1. По выборке решить следующие задачи:

- 1.1 составить вариационный ряд;
- 1.2 вычислить относительные частоты;
- 1.3 построить графики вариационного ряда (полигон и гистограмму частот);
- 1.4 составить эмпирическую функцию распределения;
- 1.5 построить график эмпирической функции распределения;
- 1.6 вычислить выборочное среднее;
- 1.7 вычислить выборочную дисперсию;
- 1.8 вычислить выборочное среднее квадратичное отклонение;

Задание 2.

Вычислить по третьей и четвертой строке выборки несмещенные оценки среднего значения и дисперсии.

Выборка 1									
30	82	32	54	40	10	40	74	50	32
28	40	68	18	96	48	90	86	4	62
38	54	10	66	42	90	70	96	10	8
36	82	18	80	62	34	70	68	14	92
2	92	66	38	4	8	64	86	82	50
6	62	86	58	70	26	68	56	88	10
80	90	36	78	8	56	12	78	64	80
48	56	66	80	48	4	22	62	6	86
68	88	44	24	36	22	98	34	50	98
4	84	38	92	30	90	80	94	34	18
Выборка 2									
10	84	26	54	72	18	82	68	66	22
32	36	80	70	66	30	98	40	4	84
44	50	12	32	10	40	48	22	28	76
38	64	24	22	12	24	12	72	32	34
86	38	40	28	62	6	30	92	80	2
32	100	96	98	24	92	30	70	16	64
86	70	66	38	84	10	62	72	36	94
10	52	68	10	4	100	60	100	16	50
50	66	54	64	100	32	50	96	42	76
68	62	68	38	84	64	90	62	10	30

Пример варианта типового расчета №2

При проведении статистического наблюдения за деятельностью коммерческих банков одного из регионов РФ за исследуемый период получены выборочные данные об объеме кредитных вложений и сумме прибыли по 30-ти банкам (выборка 20%-ная, механическая). Выборочные данные представлены в таблице:

Номер банка п/п	Объем кредитных вложений, млн руб.	Сумма прибыли, млн руб.	Номер банка п/п	Объем кредитных вложений, млн руб.	Сумма прибыли, млн руб.
1	150,0	45,1	16	167,1	58,0
2	40,0	6,2	17	130,0	47,0
3	180,0	67,0	18	171,0	64,7
4	88,3	27,3	19	148,3	46,2
5	170,0	62,5	20	150,0	53,7
6	169,0	60,0	21	180,0	67,0
7	70,0	16,9	22	198,1	68,0
8	112,0	20,9	23	200,0	70,0
9	170,0	65,0	24	211,0	80,1
10	93,3	16,0	25	190,0	67,7
11	136,4	69,0	26	205,0	72,0
12	120,0	35,0	27	225,0	84,0
13	135,4	53,4	28	230,0	87,0
14	173,0	66,2	29	240,0	90,2
15	160,0	56,0	30	230,0	85,0

По исходным данным (см. табл.) необходимо выполнить следующие задания:

1. Построить статистический ряд распределения банков по **Объему кредитных вложений**, образовав **четыре** группы с равными интервалами.
2. Графическим методом и путем расчётов определить значения *моды* и *медианы* полученного ряда распределения.
3. Рассчитать характеристики ряда распределения: *среднюю арифметическую*, *среднее квадратическое отклонение*, *коэффициент вариации*.
4. Вычислить *среднюю арифметическую* по исходным данным, сравнить её с аналогичным показателем, рассчитанным в п. 3 для интервального ряда распределения. Объяснить причину их расхождения.
5. Установить наличие и характер корреляционной связи между признаками *Объем кредитных вложений* и *Сумма прибыли*, используя метод аналитической группировки.
6. Оценить тесноту и силу корреляционной связи, используя коэффициент детерминации и эмпирическое корреляционное отношение.
7. Оценить статистическую значимость показателя силы связи.

Пример варианта типового расчета № 3

Переписать текст задания. Определить исходные данные и результаты. Выполнить требуемые вычисления и построить графики. Номер выборки равен значению параметра V . Везде ниже считать

значение параметра V равным номеру варианта студента (другими словами, номеру студента в списке группы). Работу оформить в тонкой тетради или на отдельных листах бумаги.

Задание 1. По территориям Северного, Северо-Западного и Центрального районов известны данные за ноябрь 19xx года:

Район	Потребительские расходы на душу населения, тыс. руб., у	Денежные доходы на душу населения. тыс. руб., х
Северный		
Респ. Карелия	596 + v	913 – v
Респ. Коми	417 + v	1095 – v
Архангельская обл.	354 + v	606 – v
Вологодская обл.	526 + v	876 – v
Мурманская обл.	934 + v	1314 – v
Северо-Западный		
Ленинградская обл.	412 + v	593 – v
Новгородская обл.	525 + v	754 – v
Псковская обл.	367 + v	528 – v
Центральный		
Брянская область	364 + v	520 – v
Владимирская область	336 + v	539 – v
Ивановская область	409 + v	540 – v
Калужская область	452 + v	682 – v
Костромская область	367 + v	537 – v
Орловская область	328 + v	589 – v
Рязанская область	460 + v	626 – v
Смоленская область	380 + v	521 – v
Тверская область	439 + v	658 – v
Тульская область	344 + v	634 – v
Ярославская область	401 + v	746 – v

Вычислить коэффициенты корреляции и детерминации между переменными x и y . Построить линейное уравнение регрессии y на x . Оценить значимость полученного коэффициента корреляции на уровне $\alpha = 0,05$.

Задание 2. При приеме на работу десяти кандидатам были предложено два теста. Результаты тестирования приведены в таблице:

Тест	Результаты тестирования кандидатов (в баллах)									
	1-й	2-й	3-й	4-й	5-й	6-й	7-й	8-й	9-й	10-й
1	31 + v	82	25 + v	26 + v	53 + v	30 + v	29 + v	39 + v	41 + v	48 + v
2	21 + v	55 + v	8 + v	27 + v	32 + v	42 + v	26 + v	35 + v	27 + v	45 + v

Вычислить коэффициент ранговой корреляции Спирмена. Оценить значимость полученного коэффициента на уровне $\alpha = 0,05$.

Критерии оценки типового расчета (в баллах):

- **9-10 баллов** выставляется, если студент решил все задачи полностью:

- в логических рассуждениях и обоснованиях решения нет пробелов и ошибок;
- в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, которая не является следствием незнания и непонимания учебного материала);

- **7-8 баллов** выставляется, если

- студент решил все задачи, но обоснования шагов решения недостаточны;

- допущена одна ошибка или есть два-три недочета в выкладках.
- **5-6 баллов** выставляется, если допущено более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, но студент обладает обязательными умениями по проверяемому модулю;
- **0-4 баллов** выставляется, если
 - допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не обладает обязательными умениями по проверяемому модулю;
 - работа показала полное отсутствие у студента обязательных знаний и умений по проверяемому модулю.

Вопросы для индивидуальных и групповых опросов на практических занятиях

Раздел 1. Эмпирические характеристики выборки

Цель занятий: усвоение и закрепление студентами понятий генеральная и выборочная совокупность, вариационный ряд, характеристики вариационного ряда и методов решения задач на построение и анализ вариационных рядов. Изучение основных этапов развития математической статистики.

Вопросы для обсуждения:

1. Задачи математической статистики.
2. Генеральная и выборочная совокупности.
3. Повторная и бесповторная выборки.
4. Способы отбора.
5. Статистическое распределение выборки.
6. Эмпирическая функция распределения.
7. Полигон и гистограмма.

Во время практических занятий в аудитории рекомендуется использовать следующие задачки:

- 1) [Кибзун А. И.](#), [Горяинова Е. Р.](#), [Наумов А. В.](#) «Теория вероятностей и математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачами: учебное пособие». 3-е изд., перераб. и доп. М.: [Физматлит](#), 2007. - 232 с. (типовые задачи на стр. 163 - 164).
- 2) Г.В. Горелова, И.А. Кацко. Теория вероятностей и математическая статистика в примерах и задачах с применением Excel. Ростов-на-Дону: Феникс, 2006.
- 3) [Балдин К. В.](#), [Башлыков В. Н.](#), [Рукоусев А. В.](#) «Теория вероятностей и математическая статистика: учебник». - 2 изд. М.: [Дашков и Ко](#), 2014. - 473 с. (задачи 5.1 - 5.5 на стр. 223).
- 4) [Мхитарян В. С.](#), [Астафьева Е. В.](#), [Миронкина Ю. Н.](#), [Трошин Л. И.](#) «Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие». - 2-е изд., перераб. и доп. М.: [Московский финансово-промышленный университет «Синергия»](#), 2013. - 336 с. (задачи 9.1 - 9.10 на стр. 167 - 168).

Вопросы по другим разделам приведены в ФОС.

Самостоятельная работа

Самостоятельная работа является оценочным средством текущего контроля в соответствующих модулях.

Темы самостоятельных работ:

Модуль 1.

Самостоятельная работа 1. Эмпирическое распределение выборки. Интервальные вариационные ряды и их графическое изображение.

Самостоятельная работа 2. Выборочные оценки математического ожидания, дисперсии и среднего квадратического отклонения генеральной совокупности. Групповая, межгрупповая, внутренняя и общая дисперсии.

Самостоятельная работа 3. Метод произведений и метод сумм для расчет сводных характеристик выборки.

Максимальный балл за каждую самостоятельную работу - 3 балла.

Модуль 2.

Самостоятельная работа 4. Интервальные и точечные оценки параметров распределения.

Самостоятельная работа 5. Проверка статистических гипотез.

Максимальный балл за каждую самостоятельную работу - 4 балла.

Модуль 3.

Самостоятельная работа 6. Ранговая корреляция Спирмена. Проверка гипотезы о значимости коэффициента Спирмена.

Самостоятельная работа 7. Коэффициент корреляции. Уравнение среднеекватрической линии регрессии. Проверка гипотезы о значимости выборочного коэффициента корреляции.

Максимальный балл за каждую самостоятельную работу - 4 балла.

Примерные варианты самостоятельных работ

Самостоятельная работа 2. Выборочные оценки математического ожидания, дисперсии и среднего квадратического отклонения генеральной совокупности. Групповая, межгрупповая, внутренняя и общая дисперсии.

Вариант 1

Для характеристики производственного стажа работников одной из отраслей промышленности проведено обследование различных категорий работников.

Результаты обследования систематизированы в виде следующей таблицы:

Группы работников по стажу работы, лет	Удельный вес работников по стажу в процентах к итогу		
	рабочие	мастера	технологи
0 - 2	7	1	3
2 - 4	15	10	20
4 - 6	20	20	10
6 - 8	30	23	22
8 - 10	10	7	20
10 - 12	8	6	10
12 - 14	28	11	5
14 - 16	23	13	9
16 - 18	25	15	12

Определить:

- 1) средний стаж работы для каждой из групп и для всей совокупности в целом;
- 2) групповые дисперсии для каждой группы работников;
- 3) внутригрупповую и межгрупповую дисперсии;

- 4) общую дисперсию, пользуясь правилом сложения дисперсий;
- 5) модальное значение производственного стажа для каждой из групп и для всей совокупности в целом;
- 6) размах варьирования, среднее абсолютное отклонение и коэффициент вариации вариационного ряда.

Вариант 2

По данным таблицы о распределении пряжи по крепости нити определить:

- 1) среднюю крепость нити для каждой из групп и для всей совокупности в целом;
- 2) групповые дисперсии для каждой группы пряжи;
- 3) внутригрупповую и межгрупповую дисперсии;
- 4) общую дисперсию, пользуясь правилом сложения дисперсий;
- 5) модальное значение крепости нити для каждой из групп и для всей совокупности в целом;
- 6) размах варьирования, среднее абсолютное отклонение и коэффициент вариации вариационного ряда.

I группа пряжи (менее крепкая)		II группа пряжи (более крепкая)	
Крепость нити, г	Число проб	Крепость нити, г	Число проб
120 - 130	2	200 - 210	25
130 - 140	6	210 - 220	28
140 - 150	8	220 - 230	16
150 - 160	15	230 - 240	10
160 - 170	25	240 - 250	8
170 - 180	29	250 - 260	7
180 - 190	35	260 - 270	5
190 - 200	30		

Самостоятельная работа 3. Метод произведений и метод сумм для расчет сводных характеристик выборки.

Вариант 1

Методом произведений найти:

- 1) выборочную среднюю;
- 2) коэффициент асимметрии и эксцесс распределения.

30	82	32	54	40	10
28	40	68	18	96	48
38	54	100	66	42	90
36	82	18	80	62	34
2	92	66	38	4	8
6	62	86	58	70	26
80	90	36	78	8	56
48	56	66	80	48	4
68	88	44	24	36	22
4	84	38	92	30	90

Вариант 2

Методом произведений найти:

- 1) выборочную среднюю;
- 2) коэффициент асимметрии и эксцесс распределения.

84	26	54	72	18	82
36	80	70	66	30	98
50	12	32	10	40	48

64	24	22	12	24	12
38	40	28	62	6	30
100	96	98	24	92	30
70	66	38	84	10	2
52	68	10	4	100	60
66	54	64	100	32	50
62	68	38	84	64	90

Самостоятельная работа 5. Проверка статистических гипотез.

1. Производитель утверждает, что средний вес пачки чая не меньше 100 г. Инспектор отобрал 10 пачек чая и взвесил. Их вес оказался равным: 97, 102, 103, 98, 96, 105, 98, 100, 101, 99 г соответственно. Проверить на уровне значимости 0,01, не противоречит ли это утверждению производителя? Предполагается, что вес пачек чая распределен нормально.

2. Производитель утверждает, что средний вес плитки шоколада не меньше 50 г. Инспектор отобрал 10 плиток шоколада и взвесил. Их вес оказался равным: 49, 50, 51, 52, 48, 47, 49, 52, 48, 51 г соответственно. Проверить на уровне значимости 0,05, не противоречит ли это утверждению производителя? Предполагается, что вес плитки шоколада распределен нормально.

3. Рассматриваются две выборки из двух нормальных распределений X и Y :

X : 5,393; 4,431; 6,841; 3,051; 5,538; 5,619; 7,49; 4,085; 5,779; 7,187; 2,424; 6,85; 3,517; 5,649; 3,512; 3,243; 5,6; 2,29; 4,825; 5,584;

Y : 8,539; 3,871; 5,334; 6,825; 6,322; 6,34; 6,902; 7,425; 7,613; 7,554; 6,451; 4,799; 6,806; 5,739; 4,505.

На уровне значимости 0,01, проверить гипотезу о равенстве генеральных средних при альтернативной гипотезе $H_1: M(X) \neq M(Y)$. Предполагается, что:

а) дисперсии совокупностей известны и равны $D(X) = 2$, $D(Y) = 3$ соответственно;

б) дисперсии совокупностей неизвестны.

4. Для сравнения точности двух станков-автоматов взяты две пробы (выборки), объемы которых $n_1 = 10$ и $n_2 = 8$. В результате измерений контролируемого размера отобранных изделий получены следующие результаты:

x_i : 1,06; 1,11; 1,12; 1,13; 1,16; 1,28; 1,37; 1,38; 1,41; 1,42;
 y_j : 1,10; 1,12; 1,18; 1,21; 1,34; 1,35; 1,36; 1,39.

Можно ли считать, что станки обладают одинаковой точностью при уровне значимости 0,05?

5. Менеджер отдела сбыта гипермаркета АШАН отслеживает изменение покупательных возможностей посетителей АШАНА. С этой целью он контролирует сумму денег, которую тратит покупатель за последние полгода в данной торговой сети. Изучение ситуации полгода тому назад показало, что покупатель АШАНА в среднем за одно посещение гипермаркета осуществляет покупки на сумму 956 руб. В данный момент на основе случайной выборки 76 посетителей АШАНА было найдено, что в среднем покупатель при одном посещении магазина делает покупки на сумму 1021 руб., причем стандартное отклонение составляет 427 руб. Можно ли на основе этой информации сделать вывод о том, что за полгода среднее количество денег, которые тратит за одно посещение АШАНА покупатель, фактически не изменилось. Принять уровень значимости 5%. (Полагаем, что сумма покупок меняется по нормальному закону распределения).

Самостоятельная работа 6. Ранговая корреляция Спирмена. Проверка гипотезы о значимости коэффициента Спирмена.

1. В результате наблюдений за развивающимся сайтом и изменением его средневзвешенной позиции по основным запросам в поисковой системе были получены следующие данные (X - число посетителей в сутки, Y - усредненная позиция сайта в поисковой системе):

X	500	790	870	1500	2300	5600	100	20	5
Y	5,4	4,2	4,0	3,4	3,5	1,0	6,1	8,2	14,6

Рассчитать коэффициент ранговой корреляции Спирмена и оценить его значимость на уровне 0,01.

Перечень вопросов для экзамена:

1. Основные понятия и задачи математической статистики. Генеральные и выборочные совокупности. Способы отбора. Статистическое распределение выборки. Выборочный ряд распределения.
2. Эмпирическая и теоретическая функции распределения и их свойства; теорема Гливленко-Кантелли.
3. Статистические оценки параметров распределения; несмещенные, состоятельные, эффективные оценки.
4. Генеральная и выборочная средняя. Оценка генеральной средней по выборочной средней. Устойчивость выборочных средних. Групповая и общие средние. Отклонение от общей средней и его свойства.
5. Генеральная и выборочная дисперсия. Общая, групповая, внутригрупповая и межгрупповая дисперсия и связь между ними.
6. Точность оценки; надежность оценки. Доверительный интервал. Доверительный интервал для оценки математического ожидания нормального распределения при известном среднем квадратическом отклонении.
7. Точность оценки; надежность оценки. Доверительный интервал. Доверительный интервал для оценки математического ожидания нормального распределения при неизвестном среднем квадратическом отклонении.
8. Точность оценки; надежность оценки. Доверительный интервал. Доверительный интервал для оценки среднего квадратического отклонения нормального распределения.
9. Основные распределения математической статистики: распределение «Хи квадрат» (χ^2), распределение Стьюдента, распределение Фишера.
10. Оценка вероятности биномиального распределения по относительной частоте.
11. Методы построения оценок: метод моментов.
12. Методы построения оценок: метод наибольшего (максимального) правдоподобия.
13. Методы построения оценок: метод минимального расстояния, метод номограмм.
14. Переход к условным вариантам; условные эмпирические моменты. Метод произведения для вычисления выборочных средней и дисперсии.
15. Построение нормальной кривой по опытным данным. Оценка отклонения эмпирического распределения от нормального: асимметрия и эксцесс.
16. Характеристики вариационного ряда: мода, медиана, среднее абсолютное отклонение, коэффициент вариации.
17. Оценка тесноты корреляционной связи. Выборочное корреляционное отношение и его свойства.
18. Ковариация и ее свойства. Коэффициент детерминации и его свойства.
19. Криволинейная корреляция. Отыскание параметров выборочного уравнения линии регрессии. Метод наименьших квадратов.
20. Постановка задачи проверки статистических гипотез. Нулевая и альтернативная, простая и сложная гипотезы. Ошибки первого и второго рода.
21. Отыскание критических областей. Мощность критерия. Связь между мощностью критерия и уровнем значимости.
22. Сравнение двух дисперсий нормальных генеральных совокупностей.
23. Сравнение исправленной выборочной дисперсии с гипотетической генеральной дисперсией нормальной совокупности.
24. Сравнение двух средних нормальных генеральных совокупностей, дисперсии которых известны.
25. Сравнение выборочной средней с гипотетической генеральной средней нормальной совокупности.

26. Сравнение наблюдаемой относительной частоты с гипотетической вероятностью появления события.
27. Проверка гипотезы о значимости выборочного коэффициента корреляции.
28. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности. Критерий согласия Пирсона. Критерий согласия Колмогорова.
29. Выборочный коэффициент ранговой корреляции Спирмена. Проверка гипотезы о значимости выборочного коэффициента ранговой корреляции Спирмена.

Примерный перечень задач к экзамену

Задача 1. В таблице приведена статистика ошибочных телефонных соединений при работе 267 абонентских номеров в течение года. Здесь m – число ошибочных соединений, n_i – число номеров, имевших m таких ошибок.

M	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
N_i	1	5	11	14	22	43	31	40	35	20	18	12	7	6	2

1. Построить статистические функцию и полигон распределения числа ошибочных соединений.
2. Вычислить оценки математического ожидания и дисперсии.
3. Выдвинуть гипотезу о законе распределения и обосновать её.
4. Оценить согласованность предложенной гипотезы со статистикой по критерию согласия.
5. Привести теоретическое распределение на одном графике со статистическим.

Задача 2. Для проверки работоспособности изделий производилась проверка 130 партий по 10 изделий в каждой. Число неисправных изделий в партиях приведено в таблице

M	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N_i	50	36	24	7	5	3	2	1	1	1	-

Здесь m – число неисправных изделий в партии, n_i – число партий в которых оказалось m неисправных изделий.

1. Построить статистические функцию и полигон распределения числа неисправных изделий в партии.
2. Вычислить оценки математического ожидания и дисперсии.
3. Выдвинуть гипотезу о законе распределения и обосновать её.
4. Оценить согласованность предложенной гипотезы со статистикой по критерию согласия χ^2 .
5. Представить теоретическое распределение на одном графике со статистическим (с гистограммой).

Задача 3. В таблице приведены результаты измерений толщины слюдяных пластинок ($\times 10^{-3}$ мм), используемых для изготовления конденсаторов.

21	33	31	43	34	30	24	34	30	31
27	30	48	30	28	30	33	46	33	39
39	31	42	34	36	30	28	30	31	40
29	38	27	31	51	36	34	37	28	40
2	31	31	42	37	31	33	31	37	45
22	34	32	44	35	31	25	35	31	32
28	31	49	31	29	32	34	47	34	40
40	32	43	35	37	31	29	31	32	41
30	39	28	31	52	37	35	38	29	41
12	32	32	43	38	32	34	32	38	46

1. Построить статистические функцию распределения и гистограмму толщины пластинок.
2. Вычислить оценки математического ожидания и дисперсии.
3. Определить доверительный интервал для оценки математического ожидания при уровне надежности 0,9.

4. Проверить согласованность результатов измерений с нормальным законом распределения по критерию χ^2 .
5. Теоретическое распределение построить на одном графике с эмпирическим (с гистограммой).

Задача 4. При техническом обслуживании 400 изделий количество деталей, подлежащих замене в одном изделии составило

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8
M _i	54	109	107	72	36	15	5	1	1

x – число замененных деталей,

m_i – число изделий в которых заменили m деталей.

1. Построить статистические функцию и полигон распределения числа деталей в изделии подлежащих замене.
2. Вычислить оценки математического ожидания и дисперсии.
3. Выдвинуть гипотезу о законе распределения и обосновать её.
4. Оценить согласованность гипотезы со статистикой по критерию согласия χ^2 .
5. Представить теоретическое распределение на одном графике со статистическим.

Задача 5. Для исследования зависимости между параметрами технического изделия X и Y было проведено 100 испытаний таких изделий. Результаты испытаний приведены в таблице, элементы которой характеризуют число появлений значений параметров (x_i, y_j) в серии испытаний.

На основании приведенных испытаний необходимо:

1. Оценить корреляционный момент и коэффициент корреляции между X и Y.
2. Используя МНК получить линейные уравнения линий регрессии «Y по X» и «X по Y».
3. Построить на одном графике результаты исследований, указав рядом с точками (x_i, y_j) их кратность, а также линии регрессии и их аппроксимации.
4. Сделать качественный вывод о характере зависимости между параметрами X и Y технического изделия.

X\Y	2	3	4	4,5	5	5,5	6
1		2		6		2	
2	2		2		5	6	
3		5		8	7		2
4			12		2	4	
5	6	4	6		4		3
6	2	5		5			

Задача 6. Для исследования зависимости между параметрами технического изделия X и Y было проведено 80 испытаний таких изделий. Результаты испытаний приведены в таблице, элементы которой характеризуют число появлений значений параметров (x_i, y_j) в серии испытаний.

На основании приведенных испытаний необходимо:

1. Оценить корреляционный момент и коэффициент корреляции между X и Y.
2. Используя МНК получить линейные уравнения линий регрессии «Y по X» и «X по Y».
3. Построить на одном графике результаты исследований, указав рядом с точками (x_i, y_j) их кратность, а также линии регрессии и их аппроксимации.
4. Сделать качественный вывод о характере зависимости между параметрами X и Y технического изделия.

X\Y	1	2	3	4	5	7	9
1	2		3	1		2	
2		4		1	5		
2,5		2	2	5	1		3
3	2	5	6	3	1		
3,5		6	6	2		1	1
4			2	4	2		
5		2		1	5		

Задача 7. Для проверки надежности изделий была произведена проверка 100 партий по 10 изделий в каждой партии. Число неисправных изделий в партии приведено в таблице

M	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N _i	9	19	32	21	10	4	2	1	1	-	1

Здесь m - число неисправных изделий в партии, n_i – число партий в которых оказалось m неисправных изделий.

1. Построить статистические функцию и полигон распределения числа неисправных изделий в партии.
2. Вычислить оценки математического ожидания и дисперсии.
3. Выдвинуть гипотезу о законе распределения и обосновать её.
4. Оценить согласованность предложенной гипотезы со статистикой по критерию согласия.
5. Представить теоретическое распределение на одном графике со статистическим.

Задача 8. Для исследования зависимости между параметрами технического изделия X и Y было проведено 100 испытаний таких изделий. Результаты испытаний приведены в таблице, элементы которой характеризуют число появлений значений параметров (x_i, y_j) в серии испытаний.

На основании приведенных испытаний необходимо:

1. Оценить корреляционный момент и коэффициент корреляции между X и Y.
2. Используя МНК получить линейные уравнения линий регрессии «Y по X» и «X по Y».
3. Построить на одном графике результаты исследований, указав рядом с точками (x_i, y_j) их кратность а также линии регрессии и их аппроксимации.
4. Сделать качественный вывод о характере зависимости между параметрами X и Y технического изделия.

X\Y	1	2	3	4	5	6
10		8		1	16	2
11	2		8	4	2	
12		16		17		1
13		13	3		1	
14	2	3		1		

Задача 9. Результаты наблюдений за среднесуточной температурой воздуха приведены в таблице.

t°	-40	-30	-20	-10	0	10	20	30	40	50
	-30	-20	-10	0	10	20	30	40	50	60
Кол-во суток	5	11	25	42	88	81	36	20	8	4

1. Построить эмпирическую функцию распределения и гистограмму распределения среднесуточной температуры.
2. Оценить согласие статистического распределения с гипотезами о нормальном законе распределения и о законе Симпсона (закон треугольника). Обоснованный выбор критерия согласия произвести самостоятельно.
3. Построить статистическое и теоретическое распределение на одном графике.

Задача 10. Ниже приведены результаты измерения диаметра деталей (в мм), в партии изготовленной на одном станке автомате.

74	76.9	77.7	78.5	74.7	76.9	77.7	78.9	74.2	76.7
76.1	75.3	77.2	77.8	76.4	74.4	79.3	76.7	75.6	77.7
75.8	76.2	76.6	74.2	77.8	73.6	75.7	75.9	76.7	74.5
73.4	76.8	76.8	77.1	76.2	76.4	74.8	78.5	76.3	74.8
76.2	76.5	77.3	76.3	76.8	75.2	76.9	75.8	76.3	77.6
74.2	77.1	77.9	78.7	74.9	77.1	77.9	79.1	74.4	76.9
76.3	75.5	77.4	78	76.2	74.6	79.5	76.9	75.8	77.9
76	76.4	76.8	74.4	78	73.8	75.9	76.1	76.9	74.7
73.6	76.9	76.9	77.3	76.4	76.6	75	78.7	76.5	74.9
76.4	76.6	77.5	76.7	76.6	75.4	77.1	76	76.5	77.8

1. Построить эмпирическую функцию распределения и гистограмму.
2. Вычислить оценки математического ожидания и дисперсии
3. Определить доверительный интервал для оценки МО при $\beta=0,95$.
4. Проверить согласованность результатов измерений с нормальным законом распределения по критерию согласия χ^2 .

Задача 11. Для оценки точности орудия было произведено 100 независимых выстрелов по мишени. Отклонения точек попадания снарядов от оси X (м) приведено в таблице.

50	49	62	41	16	41	57	63	36	54
35	51	73	64	72	48	69	73	48	57
48	63	58	38	42	69	44	50	38	66
47	86	39	46	58	46	42	50	56	42
05	66	67	36	55	61	36	55	52	33
28	68	53	65	45	54	53	65	55	72
56	51	82	52	51	65	51	66	39	53
38	47	35	46	58	54	35	24	66	55
44	43	37	50	36	21	42	49	27	59
46	34	46	68	29	52	39	65	73	23

1. Построить гистограмму и статистическую функцию распределения.
2. Используя метод моментов вычислить оценки математического ожидания и дисперсии.
3. Предположить закон распределения случайной величины X и проверить его согласованность с результатами наблюдения, используя критерий согласия.
4. Гипотетическую плотность вероятности и гистограмму привести на одном графике.

Задача 12. Для проверки устойчивости напряжения в эл. сети было проведено 100 его наблюдений с интервалом 0,5 часа. Результаты измерений (B) приведены ниже.

227	222	216	219	218	220	219	221	234	216	216	222	224	212	217
220	215	230	232	223	222	218	215	218	224	208	228	225	230	213
219	227	220	226	221	225	226	220	217	231	230	220	210	227	215
224	209	212	211	217	231	227	227	224	235	216	218	225	231	219
208	217	214	223	220	225	216	220	216	208	217	214	220	223	225
229	219	217	218	225	230	217	232	210	225	208	217	215	219	228
218	226	225	215	224	212	231	227	222	221					

1. Построить эмпирическую функцию распределения и гистограмму.
2. Вычислить оценки m_x и D_x .
3. Выбрав критерий согласия проверить согласованность опытных данных с равномерным законом распределения.

Задача 13. Счетчик регистрирует число излучаемых частиц в пределах заданного интервала τ . Было проведено 2600 измерений, результаты которых приведены в таблице

Число зарегистрированных частиц	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Число наблюдений	57	203	383	525	532	408	273	139	45	27	16

Требуется исследовать распределение числа частиц X , излучаемых на интервале τ . Для этого:

1. Построить эмпирическую функцию и полигон распределения X ;
2. Оценить математическое ожидание, дисперсию X ;
3. Предложить и обосновать гипотезу о законе распределения X ;
4. Оценить согласие предложенной гипотезы со статистическим распределением. Выбор критерия согласия и его обоснование провести самостоятельно.
5. Гипотетическое распределение построить на одном графике со статистическим.

Задача 14. При проверке оружия произведено 100 серий выстрелов по мишени, по 10 выстрелов в каждой серии. Распределение числа попаданий в мишень по сериям приведено в таблице.

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
-----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

m_i	1	2	5	17	36	21	12	3	2	1	-
-------	---	---	---	----	----	----	----	---	---	---	---

1. Построить статистическую функцию и полигон распределений числа попаданий в мишень.
2. Вычислить оценки МО и дисперсии.
3. Выдвинуть гипотезу о законе распределения и обосновать ее.
4. Оценить согласованность гипотезы со статистикой по критерию согласия χ^2
5. Гипотетическое распределение построить на одном графике со статистическим

Задача 15. Испытание 200 ламп на продолжительность времени безотказной работы T (в часах) дали следующие результаты, приведенные в таблице

Границы интервалов	0	10	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132	143	154
	10	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132	143	154	165
Число ламп	5	11	14	18	38	50	30	18	12	2	0	0	1	0	1

1. Построить статистическую функцию распределения
2. Вычислить оценки математического ожидания и дисперсии;
3. Выдвинуть гипотезу о законе распределения и оценить ее согласованность со статистикой;

Образец экзаменационного билета:

Министерство образования и науки Российской Федерации
 федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
 «Уфимский университет науки и технологий»
 Сибайский институт (филиал) УУНиТ
 Естественно-математический факультет
 Кафедра прикладной математики и информационных технологий

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №1
 по дисциплине «Математическая статистика»
 Направление «Прикладная математика и информатика»
 Профиль «Прикладная математика и информатика (общий профиль)»

Экзаменационный билет № 1

1. Статистические оценки параметров распределения; несмещенные, состоятельные, эффективные оценки.
2. Генеральная и выборочная средняя. Оценка генеральной средней по выборочной средней. Устойчивость выборочных средних. Групповая и общие средние. Отклонение от общей средней и его свойства.
3. При проверке оружия произведено 100 серий выстрелов по мишени, по 10 выстрелов в каждой серии. Распределение числа попаданий в мишень по сериям приведено в таблице.

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m_i	1	2	5	17	36	21	12	3	2	1	-

1. Построить статистическую функцию и полигон распределений числа попаданий в мишень.
2. Вычислить оценки МО и дисперсии.
3. Выдвинуть гипотезу о законе распределения и обосновать ее.
4. Оценить согласованность гипотезы со статистикой по критерию согласия χ^2
5. Гипотетическое распределение построить на одном графике со статистическим

Утверждено на заседании кафедры _____, протокол № ____
 (дата)

Заведующий кафедрой _____

(подпись)

(Ф.И.О.)

Перевод оценки из 100-балльной в четырех балльную производится следующим образом:

- отлично - от 80 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов);
- хорошо - от 60 до 79 баллов;
- удовлетворительно - от 45 до 59 баллов;
- неудовлетворительно - менее 45 баллов.

Критерии оценки экзамена (в баллах):

- **25-30 баллов** выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы билета, продемонстрировал знание функциональных возможностей, терминологии, основных элементов, умение применять теоретические знания при выполнении практических заданий. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы. Практическая часть работы выполнена полностью без неточностей и ошибок;

- **17-24 баллов** выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности. При выполнении практической части работы допущены несущественные ошибки;

- **10-16 баллов** выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос. Студент не решил задачу или при решении допущены грубые ошибки;

- **1-10 баллов** выставляется студенту, если ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Обнаруживается отсутствие навыков применения теоретических знаний при выполнении практических заданий. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос.

Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

1. Бочаров П.П., Печинкин А.В. «Теория вероятностей. Математическая статистика» - 2 изд. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 296 с. Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=67302.
2. Балдин К. В., Башлыков В. Н., Рукосуев А. В. «Теория вероятностей и математическая статистика: учебник». - 2 изд. М.: Дашков и Ко, 2014. - 473 с. Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=253787.
3. Мхитарян В. С., Астафьева Е. В., Миронкина Ю. Н., Трошин Л. И. «Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие». - 2-е изд., перераб. и доп. М.: Московский финансово-промышленный университет «Синергия», 2013. - 336 с. Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=252964.

Дополнительная литература:

4. Титов А. Н., Бадертдинова Е. Р., Климова А. С. «Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие» Казань: КГТУ, 2008. - 148 с. Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=270546.

5. Гусева Е. Н. «Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие». М.: Флинта, 2011. - 220 с. Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=83543.
6. Яковлев В. П. «Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие». 3-е изд. М.: Дашков и Ко, 2012. - 182 с. Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=115779.
7. Тюрин Ю. Н., Макаров А. А., Симонова Г. И. «Теория вероятностей: для экономических и гуманитарных специальностей: учебник». М.: МЦНМО, 2009. - 256 с. Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=63151.
8. Кибзун А. И., Горяинова Е. Р., Наумов А. В. «Теория вероятностей и математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачами: учебное пособие». 3-е изд., перераб. и доп. М.: Физматлит, 2007. - 232 с. Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=69320.
9. Рябушко А. П. Индивидуальные задания по высшей математике в 4 частях Элементы теории устойчивости. Теория вероятностей. Математическая статистика: учебное пособие, Ч. 4. Операционное исчисление. - 4-е изд. Минск: Вышэйшая школа, 2013. - 336 с. Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=235664.
10. Сборник задач по курсу «Математика в экономике». В 3-х частях: учебное пособие, Ч. 3. Теория вероятностей. Под ред. Бабайцева В.А., Гисина В.Б. М.: Финансы и статистика, 2013. - 125 с. Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=215319.
11. Шапкин А. С., Шапкин В. А. «Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию: учебное пособие». 8-е изд. М.: Дашков и Ко, 2013. - 432 с. Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=115811.
12. Гайдамак О.Г., Силова Е.В. «Теория вероятностей: Учебное пособие». Уфа: БашГУ, 2012. - 64 с. Режим доступа: <http://bashedu.bibliotech.ru/Reader/Book/2013051610294261847000002538>.

5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины

1. ЭБС «Университетская библиотека online» - www.biblioclub.ru;
2. ЭБС изд-ва «Лань» - www.e.lanbook.com;
3. <http://www.exponenta.ru> –образовательный математический сайт;
4. <http://www.mccme.ru> - сайт Московского центра непрерывного математического образования.

6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий	Вид занятий	Наименование оборудования, программного обеспечения
1	2	3
Аудитория 210	Лекции, практические занятия	Демонстрационное оборудование: доска, проектор – 1 шт., переносной экран – 1 шт. Специализированная мебель: столы, стулья (28 посадочных мест).

Приложение 1.

ФГБОУ ВО «УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»
СИБАЙСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ) УУНиТ
ЕСТЕСТВЕННО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

дисциплины Математическая статистика на 6 (8) семестр

очная (очно-заочная) форма обучения

Вид работы	Объем дисциплины
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	3 / 108 (3/108)
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	
Лекций	20 (12)
практических/ семинарских	28 (16)
лабораторных	
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем) (ФКР)	1,2 (0)
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	22,8 (44)
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	36 (36)

Форма контроля:

экзамен 6 (8) семестр

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)					Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)	Задания по самостоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		Всего	ЛК	ЛР	ПР/СЕМ	СРС			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	Эмпирические характеристики выборки	16 (18)	4 (4)		10 (6)	2 (8)	[1-4], доп.лит [1-13]	– проработка лекций и работа с литературой по теме; – решение задач; – дополнительное изучение отдельных тем;	Опрос, типовой расчет, контр. работа
2	Точечные и интервальные оценки	10 (12)	4 (2)		4 (2)	2 (8)	[1-4], доп.лит [1-13]	– проработка лекций и работа с литературой по теме; – решение задач; – дополнительное изучение отдельных тем;	Опрос, типовой расчет, контр. работа
3	Статистическая проверка статистических гипотез	23,8 (20)	6 (4)		8 (6)	9,8 (10)	[1-4], доп.лит [1-13]	– проработка лекций и работа с литературой по теме; – решение задач; – дополнительное изучение отдельных тем;	Опрос, типовой расчет, контр. работа
4	Элементы теории корреляции	21 (22)	6 (2)		6 (2)	9 (18)	[1-4], доп.лит [1-13]	– проработка лекций и работа с литературой по теме; – решение задач; – дополнительное	Опрос, типовой расчет, контр. работа

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)					Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)	Задания по самостоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		Всего	ЛК	ЛР	ПР/СЕМ	СРС			
								изучение отдельных тем;	
	Всего часов:	70,8 (72)	20 (12)		28 (16)	22,8 (44)			

План лекционных и практических занятий.

Раздел 1. Эмпирические характеристики выборки

Цель: усвоение и закрепление студентами понятий генеральная и выборочная совокупность, вариационный ряд, характеристики вариационного ряда и методов решения задач на построение и анализ вариационных рядов. Изучение основных этапов развития математической статистики.

Вопросы для обсуждения:

8. Задачи математической статистики.
9. Генеральная и выборочная совокупности.
10. Повторная и бесповторная выборки.
11. Способы отбора.
12. Статистическое распределение выборки.
13. Эмпирическая функция распределения.
14. Полигон и гистограмма.

Во время практических занятий в аудитории рекомендуется использовать следующие задачки:

- 5) [Кибзун А. И.](#), [Горяинова Е. Р.](#), [Наумов А. В.](#) «Теория вероятностей и математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачами: учебное пособие». 3-е изд., перераб. и доп. М.: [Физматлит](#), 2007. - 232 с. (типовые задачи на стр. 163 - 164).
- 6) Г.В. Горелова, И.А. Кацко. Теория вероятностей и математическая статистика в примерах и задачах с применением Excel. Ростов-на-Дону: Феникс, 2006.
- 7) [Балдин К. В.](#), [Башлыков В. Н.](#), [Рукоусев А. В.](#) «Теория вероятностей и математическая статистика: учебник». - 2 изд. М.: [Дашков и Ко](#), 2014. - 473 с. (задачи 5.1 - 5.5 на стр. 223).
- 8) [Мхитарян В. С.](#), [Астафьева Е. В.](#), [Миронкина Ю. Н.](#), [Трошин Л. И.](#) «Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие». - 2-е изд., перераб. и доп. М.: [Московский финансово-промышленный университет «Синергия»](#), 2013. - 336 с. (задачи 9.1 - 9.10 на стр. 167 - 168).

Неразобранные во время аудиторных занятий задачи, предлагаются студентам для самостоятельного решения.

Раздел 2. Точечные и интервальные оценки

Цель: усвоение и закрепление студентами понятий доверительный интервал, оценка наибольшего правдоподобия, точечная оценка параметра распределения и методов решения задач на нахождение точечных оценок параметров распределения и построение доверительных интервалов.

Вопросы для обсуждения:

1. Статистические оценки параметров распределения;
2. Несмещенные, эффективные и состоятельные оценки;
3. Выборочная средняя;
4. Выборочная дисперсия и выборочное среднее квадратическое отклонение. Исправленная выборочная дисперсия;
5. Групповая, межгрупповая и общая дисперсии;
6. Эмпирические моменты. Метод произведений. Метод сумм.
7. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормальной генеральной совокупности при известном (неизвестном) среднем квадратическом отклонении.
8. Доверительный интервал для оценки среднего квадратического отклонения нормального распределения.
9. Доверительный интервал для оценки вероятности биномиального распределения.
10. Метод моментов.
11. Метод наибольшего правдоподобия.

Во время практических занятий в аудитории рекомендуется использовать следующие задачки:

- 1) [Кибзун А. И.](#) , [Горяинова Е. Р.](#) , [Наумов А. В.](#) «Теория вероятностей и математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачами: учебное пособие». 3-е изд., перераб. и доп. М.: [Физматлит](#), 2007. - 232 с. (типовые задачи на стр. 187 - 188).
- 2) Г.В. Горелова, И.А. Кацко. Теория вероятностей и математическая статистика в примерах и задачах с применением Excel. Ростов-на-Дону: Феникс, 2006.
- 3) [Балдин К. В.](#) , [Башлыков В. Н.](#) , [Рукоуев А. В.](#) «Теория вероятностей и математическая статистика: учебник». - 2 изд. М.: [Дашков и Ко](#), 2014. - 473 с. (задачи 6.1 - 6.17 на стр. 265 - 267).
- 4) [Мхитарян В. С.](#) , [Астафьева Е. В.](#) , [Миронкина Ю. Н.](#) , [Трошин Л. И.](#) «Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие». - 2-е изд., перераб. и доп. М.: [Московский финансово-промышленный университет «Синергия»](#), 2013. - 336 с. (задачи 9.11 - 9.40 на стр. 168 - 172).

Неразобранные во время аудиторных занятий задачи, предлагаются студентам для самостоятельного решения.

Раздел 3. Статистическая проверка статистических гипотез

Цель: усвоение и закрепление студентами основных статистических гипотез и методов решения задач, связанных с проверкой статистических гипотез.

Вопросы для обсуждения:

1. Статистическая гипотеза. Нулевая и конкурирующая гипотеза.;
2. Построение критической области;
3. Сравнение двух дисперсий нормально распределенных генеральных совокупностей;
4. Сравнение исправленной выборочной дисперсии с гипотетической генеральной дисперсией нормальной генеральной совокупности.
5. Сравнение двух средних нормальных генеральных совокупностей.
6. Сравнение выборочной средней с гипотетической генеральной средней нормальной совокупности.
7. Сравнение двух средних нормальных генеральных совокупностей.
8. Сравнение наблюдаемой относительной частоты с гипотетической вероятностью появления события.
9. Сравнение дисперсий нормальных генеральных совокупностей.
10. Критерии согласия.
11. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности. Критерий согласия Пирсона.
12. Критерий Вилкоксона и проверка гипотезы об однородности двух выборок.

Во время практических занятий в аудитории рекомендуется использовать следующие задачки:

- 1) [Кибзун А. И.](#) , [Горяинова Е. Р.](#) , [Наумов А. В.](#) «Теория вероятностей и математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачами: учебное пособие». 3-е изд., перераб. и доп. М.: [Физматлит](#), 2007. - 232 с. (типовые задачи на стр. 195 - 200).
- 2) Г.В. Горелова, И.А. Кацко. Теория вероятностей и математическая статистика в примерах и задачах с применением Excel. Ростов-на-Дону: Феникс, 2006.
- 3) [Балдин К. В.](#) , [Башлыков В. Н.](#) , [Рукоусев А. В.](#) «Теория вероятностей и математическая статистика: учебник». - 2 изд. М.: [Дашков и Ко](#), 2014. - 473 с. (задачи 7.1 - 7.18 на стр. 307 - 310).
- 4) [Мхитарян В. С.](#) , [Астафьева Е. В.](#) , [Миронкина Ю. Н.](#) , [Трошин Л. И.](#) «Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие». - 2-е изд., перераб. и доп. М.: [Московский финансово-промышленный университет «Синергия»](#), 2013. - 336 с. (задачи 10.1 - 10.40 на стр. 199 - 208).

Неразобранные во время аудиторных занятий задачи, предлагаются студентам для самостоятельного решения.

Раздел 4. Элементы теории корреляций

Цель: усвоение и закрепление студентами понятий корреляционная зависимость, коэффициент корреляции и методов решения задач на нахождение коэффициента корреляции.

Вопросы для обсуждения:

1. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимость;
2. Отыскание параметров выборочного уравнения прямой линии среднеквадратичной регрессии;
3. Коэффициент ковариации и его свойства;
4. Выборочное корреляционное отношение и его свойства;
5. Простейшие случаи криволинейной корреляции.

Во время практических занятий в аудитории рекомендуется использовать следующие задачки:

- 1) [Кибзун А. И.](#) , [Горяинова Е. Р.](#) , [Наумов А. В.](#) «Теория вероятностей и математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачами: учебное пособие». 3-е изд., перераб. и доп. М.: [Физматлит](#), 2007. - 232 с. (типовые задачи на стр. 211 - 212, задачи 1 - 6 на стр. 220 - 221).
- 2) Г.В. Горелова, И.А. Кацко. Теория вероятностей и математическая статистика в примерах и задачах с применением Excel. Ростов-на-Дону: Феникс, 2006.

3) [Балдин К. В.](#), [Башлыков В. Н.](#), [Рукоусев А. В.](#) «Теория вероятностей и математическая статистика: учебник». - 2 изд. М.: [Дашков и Ко](#), 2014. - 473 с. (задачи 10.1 - 10.4 на стр. 430 - 432).

4) [Мхитарян В. С.](#), [Астафьева Е. В.](#), [Миронкина Ю. Н.](#), [Трошин Л. И.](#) «Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие». - 2-е изд., перераб. и доп. М.: [Московский финансово-промышленный университет «Синергия»](#), 2013. - 336 с. (задачи 12.1 - 12.9 на стр. 246 - 248).

Неразобранные во время аудиторных занятий задачи, предлагаются студентам для самостоятельного решения.

. Задания для самостоятельной работы студентов

В данном пункте приводятся рекомендуемые вопросы для самостоятельного изучения. Также приводятся задачки с указанными номерами задач, рекомендуемые для самостоятельного решения.

Вопросы для самостоятельного изучения:

1. Понятие о множественной корреляции.
2. Сравнение нескольких средних. Понятие о дисперсионном анализе.
3. Общая, факторная и остаточная суммы квадратов отклонений.
4. Связь между общей, факторной и остаточной суммами.
5. Сравнение нескольких средних методом дисперсионного анализа.
6. Задача различения гипотез. Распознавание образов.
7. Статистическое оценивание. Максимально правдоподобное оценивание.

Рекомендуемые задачи для самостоятельного решения:

1. [Титов А. Н.](#), [Бадертдинова Е. Р.](#), [Климова А. С.](#) «Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие» Казань: [КГТУ](#), 2008. - 148 с. (задачи 2.1 - 2.9 на стр. 127 - 134).

2. [Рябушко А. П.](#) Индивидуальные задания по высшей математике в 4 частях Элементы теории устойчивости. Теория вероятностей. Математическая статистика: учебное пособие, Ч. 4. Операционное исчисление. - 4-е изд. Минск: [Высшая школа](#), 2013. - 336 с. (задачи из параграфов 19.1 - 19.7 главы 19 на стр. 225 - 269, индивидуальные домашние задания к главе 19 на стр. 270 - 298, дополнительные задачи к главе 19 на стр. 299 - 301).

3. [Гусева Е. Н.](#) «Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие». М.: [Флинта](#), 2011. - 220 с. (задачи и контрольные вопросы из лабораторных работ № 1 - №8 на стр. 190 - 217)

Раздел 1. Эмпирические характеристики выборки

Построение выборочной функции распределения и гистограммы. Выборочная функция распределения особенно наглядна для конкретных случайных величин (в Гмурмане таких задач, к сожалению, нет). Во многих учебниках предлагается некая абстрактная выборка из нескольких значений, но будет лучше, если преподаватель придаст этим значениям какой-то смысл (например, полагая, что приведены данные о возрасте сотрудников некоторой фирмы и т.п.). Полезно отметить, что гистограммы – причем разного вида – можно вычислить, используя широко распространенную программу Excel. Указать на отличие гистограмм от широко распространенных «бизнес-диаграмм» разного рода (которые тоже реализованы в Excel).

При подготовке к лекциям преподаватель может воспользоваться следующими литературными источниками:

[1]: Часть 3, Гл.15, параграфы 1 - 8;

[2]: Часть II, Гл. 5, параграфы 5.1 - 5.2.

[1]: Часть 2, Гл.1, параграфы 1 - 4.

Раздел 2. Точечные и интервальные оценки

Оценки неизвестных параметров. Обязательно показать на конкретном примере разницу между смещенной и несмещенной оценкой для дисперсии. Указать на возможность применения программы Excel для вычисления простейших оценок и на то, как именно эти оценки в этой программе реализованы (ДИСП, ДИСПР). Не стоит рассматривать много примеров по сложным методам построения оценок – по методу максимального правдоподобия и по методу моментов. Построение хорошей оценки – это задача для специалистов, а пользователи должны не разрабатывать новые оценки, а в нужных ситуациях применять уже известные. Можно ограничиться одним иллюстративным примером, но при этом упомянуть, что здесь фактически рассматривается очень важное в теории обслуживания показательное распределение. Понятия состоятельности и эффективности оценок можно упомянуть на лекции, но на практических занятиях рассмотрение этих понятий не очень уместно. Поэтому много времени задачам по вычислению оценок для математического ожидания и дисперсии уделять не стоит. Освободившееся время лучше потратить на рассказ о программе Excel и о других компьютерных программах и пакетах.

Нужно подробно пояснить тот факт, что доверительный интервал - это случайный интервал, который может содержать оцениваемый параметр только с некоторой (доверительной) вероятностью, а вовсе не всегда. Не нужно рассматривать абстрактные задачи на построение доверительного интервала для «некоторой случайной величины», а лучше рассматривать задачи с практическим наполнением. В Excel имеется функция ДОВЕРИТ, о которой полезно упомянуть, рассчитывая на естественный интерес современных студентов к компьютеру. Также с помощью компьютерных программ можно находить критические значения для распределений Стьюдента, Фишера и др., а не ограничиваться только краткими таблицами, прилагаемыми к задачникам.

При подготовке к лекциям преподаватель может воспользоваться следующими литературными источниками:

[1]: Часть 3, Гл.16, параграфы 1 - 23, Гл.17, параграфы 1 - 8;

[2]: Часть II, Гл. 7, параграфы 7.1 - 7.2;

[3]: Часть 2, Гл.2, параграфы 1 - 7.

Раздел 3. Статистическая проверка статистических гипотез

Тут нужно уделить особое внимание самой идее статистической проверки гипотез, обсудить возможность применения статистических методов к проверке гипотез из реальной жизни и производственной практики. Можно проанализировать, например, равномерность выпадения разных номеров в какой-то лотерее. Основной изучаемый в курсе инструмент тут - критерий Пирсона. При этом можно для простых задач вычисления производить «вручную» (точнее, с использованием калькуляторов), а критические значения – находить не только из таблиц, как в 20-м веке, но и с помощью программ Excel, MathCad. Но еще лучше научить студентов использовать компьютерные программы в полную силу, а не учить производить их вычисления по старинке. Полезно рассмотреть несколько разных видов задач по применению критериев согласия (много таких задач приведено в Гмурмане).

При подготовке к лекциям преподаватель может воспользоваться следующими литературными источниками:

[1]: Часть 3, Гл.19, параграфы 1 - 27;

[3]: Часть 2, Гл. 3, параграфы 1 - 6.

Раздел 4. Элементы теории корреляции

В Excel имеется пакет анализа (загружается дополнительно). В нем реализованы вычислительные процедуры регрессионного анализа.

При изучении регрессионного анализа стоит ограничиться простейшими вычислениями коэффициента корреляции и построением линейной регрессии. Нужно указать на функции КОРРЕЛ, НАКЛОН и ОТРЕЗОК в Excel. Очень неплохо было бы освоить одну из простейших операций корреляционного анализа – исследования значимости отличия коэффициента корреляции от нуля. Полезно также проиллюстрировать на примерах различие двух уравнений регрессии – X на Y и Y на X .

При подготовке к лекциям преподаватель может воспользоваться следующими литературными источниками:

[1]: Часть 3, Гл.18, параграфы 1 - 15;

[2]: Часть II, Гл. 8, параграфы 8.1 - 8.3.

[3]: Часть 2, Гл. 4, параграфы 1 - 8.

Список литературных источников, которые можно использовать для подготовки к лекционным занятиям:

1. В.Е. Гмурман. Теория вероятностей и математическая статистика. 9-е изд., стер.— М.: Высшая школа, 2003.
2. [Яковлев В. П.](#) «Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие». 3-е изд. М.: [Дашков и Ко](#), 2012. - 182 с.
3. Бочаров П.П. , Печинкин А.В. «Теория вероятностей. Математическая статистика» - 2 изд. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 296 с.

Рейтинг-план дисциплины

Математическая статистика

Направление: Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) подготовки: Прикладная математика и информационные технологии

Курс 3, семестр 6

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
Модуль 1				
Текущий контроль			6	12
1. Аудиторная работа	1	3	1	3
2. Выполнение самостоятельных работ	3	3	5	9
Рубежный контроль				
1. Типовой расчет №1		1	5	10
Модуль 2				
Текущий контроль			7	14
1. Аудиторная работа	3	2	3	6
2. Выполнение самостоятельных работ	4	2	4	8
Рубежный контроль				
1. Типовой расчет №2		1	5	10
Модуль 3				
Текущий контроль			7	14
1. Аудиторная работа	3	2	3	6
2. Выполнение самостоятельных работ	4	2	4	8
Рубежный контроль				
1. Типовой расчет №3		1	5	10
Поощрительные баллы				
1. Выполнение заданий повышенной трудности	1	10	0	10
Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)				
1. Посещение лекционных занятий			0	6
2. Посещение практ. занятий			0	10
Итоговый контроль				
1. Экзамен			0	30
ИТОГО			35	110