

ФГБОУ ВО «УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»
СИБАЙСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ) УУН_{ИТ}
ЕСТЕСТВЕННО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Утверждено:
на заседании кафедры
протокол № 11 от «31» мая 2023 г.

И.о. зав.кафедрой  / Гумеров И.С.



Согласовано:

Председатель УМК естественно-математического факультета

 / Ильбулова Г.Р.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Дисциплина **ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ**

(наименование дисциплины)

Обязательная часть

(обязательная часть или часть, формируемая участниками образовательных отношений, факультатив)

программа бакалавриата

Направление подготовки

01.03.02 Прикладная математика и информатика

(указывается код и наименование направления подготовки)

Направленность (профиль) подготовки

Прикладная математика и информационные технологии

(указывается наименование направленности (профиля) подготовки)

Квалификация

бакалавр

(указывается квалификация)

Разработчик (составитель)

доцент, к.ф.-м.н.,

(должность, ученая степень, ученое звание)

 / Беликова О.Н.

Для приема: 2023 г.

Сибай 2023 г.

Составитель: Беликова Оксана Николаевна, к.ф.-м.н.

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры прикладной математики и информационных технологий протокол №11 от «31» мая 2023 г.

И.о. заведующего кафедрой Г / Гумеров И.С./

Дополнения и изменения, внесенную в рабочую программу дисциплины

утверждены на заседании кафедры

протокол №__ от «__» _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой _____ / _____ /

Дополнения и изменения, внесенную в рабочую программу дисциплины

утверждены на заседании кафедры

протокол №__ от «__» _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой _____ / _____ /

Дополнения и изменения, внесенную в рабочую программу дисциплины

утверждены на заседании кафедры

протокол №__ от «__» _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой _____ / _____ /

Список документов и материалов

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций
2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы
3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)
4. Фонд оценочных средств по дисциплине
 - 4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине
 - 4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине
 - 4.3. Рейтинг-планы дисциплины
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины
 - 5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины
 - 5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины
6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций

По итогам освоения дисциплины обучающийся должен достичь следующих результатов обучения:

Категория (группа) компетенций	Формируемая компетенция (с указанием кода)	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.	<i>Знать</i> основные факты, концепции, принципы теории функционального анализа, связанные с прикладной математикой и информатикой
		ОПК-1.2. Умеет использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности.	<i>Уметь</i> использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности.
		ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	<i>Владеть</i> навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний

2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Функциональный анализ» относится к обязательной части дисциплин.

Дисциплина изучается на 3 курсе в 5 и 6 семестрах очной формы обучения и на 3-4 курсах в 6 и 7 семестрах заочной формы обучения.

Целью освоения учебной дисциплины «Функциональный анализ» является изучение связей между основными математическими дисциплинами: математическим анализом, геометрией (топологией), и алгеброй, а также обобщение основные понятия этих дисциплин, что позволит в дальнейшем полнее и глубже понимать математическую сторону той или иной прикладной задачи.

К исходным требованиям, необходимым для изучения дисциплины «Функциональный анализ», относятся знания, умения и виды деятельности, сформированные в процессе изучения дисциплин: «Аналитическая геометрия», «Алгебра», «Математический анализ», «Комплексный анализ», а также навыки, приобретенные в процессе прохождения учебной практики.

3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)

Содержание рабочей программы представлено в Приложении № 1.

4. Фонд оценочных средств по дисциплине

4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Код и формулировка компетенции:

ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания результатов обучения	
		«Не зачтено»	«Зачтено»
ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.	<i>Знать</i> основные факты, концепции, принципы теории функционального анализа, связанные с прикладной математикой и информатикой.	Не знает основные факты, концепции, принципы теории функционального анализа, связанные с прикладной математикой и информатикой.	Сформированное и систематизированное знание основных фактов, концепций, принципов теории функционального анализа, связанных с прикладной математикой и информатикой.
ОПК-1.2. Умеет использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности.	<i>Уметь</i> использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности.	Демонстрирует поверхностные умения использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности.	Показывает весь комплекс умений использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности.
ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	<i>Владеть</i> навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	Не демонстрирует навыков выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	Демонстрирует сформированные навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний

ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

Код и наименование индикатора достижения	Результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания результатов обучения			
		2 («Не удовлетворительно»)	3 («Удовлетворительно»)	4 («Хорошо»)	5 («Отлично»)

компетенции					
ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.	Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.	Не обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических наук.	Обладает на удовлетворительном уровне фундаментальными знаниями, полученными в области математических наук.	Обладает на хорошем уровне фундаментальными знаниями, полученными в области математических наук.	Обладает на отличном уровне фундаментальными знаниями, полученными в области математических наук.
ОПК-1.2. Умеет использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности.	Умеет использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности.	Не умеет использовать фундаментальные знания, полученные в области математических наук в профессиональной деятельности.	Слабо умеет использовать фундаментальные знания, полученные в области математических наук в профессиональной деятельности.	Хорошо умеет использовать фундаментальные знания, полученные в области математических наук в профессиональной деятельности.	Уверенно умеет использовать фундаментальные знания, полученные в области математических наук в профессиональной деятельности.
ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	Не владеет навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	Навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний сформированы слабо	Хорошо владеет навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	Отлично владеет навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний

4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Оценочные средства
ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.	<i>Знать</i> фундаментальные основы, полученные в области математических и (или) естественных наук.	Ответы на вопросы на практических занятиях, решение задач на практических занятиях, решение самостоятельных работ, зачет
ОПК-1.2. Умеет использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности.	<i>Уметь</i> использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности.	Ответы на вопросы на практических занятиях, решение задач на практических занятиях, решение самостоятельных работ, зачет
	<i>Владеть</i> навыками выбора методов	Ответы на вопросы на

ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	практических занятиях, решение задач на практических занятиях, решение самостоятельных работ, зачет
---	--	---

Критериями оценивания при *модульно-рейтинговой системе* являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины (*для зачета*: текущий контроль – максимум 50 баллов; рубежный контроль – максимум 50 баллов, поощрительные баллы – максимум 10, *для экзамена*: текущий контроль – максимум 40 баллов; рубежный контроль – максимум 30 баллов, поощрительные баллы – максимум 10)

Шкалы оценивания:

для зачета:

зачтено – от 60 до 110 рейтинговых баллов (включая 10 поощрительных баллов),
не зачтено – от 0 до 59 рейтинговых баллов).

для экзамена:

от 45 до 59 баллов – «удовлетворительно»; от 60 до 79 баллов – «хорошо»; от 80 баллов – «отлично».

4.3. Рейтинг-планы дисциплины

Направление: Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) подготовки: Прикладная математика и информационные технологии

Курс 3, семестр 5

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
Модуль 1. Теория меры и интеграла Лебега				
Текущий контроль			19	32
1. Работа на практическом занятии	2	10	13	20
2. Решение индивидуальных задач	4	3	6	12
Рубежный контроль			15	25
1. Контрольная работа №1.	15	1	10	15
2. Тестовый контроль №1		1	5	10
Модуль 2. Метрические пространства				
Текущий контроль			11	18
1. Работа на практическом занятии	2	5	6	10
2. Решение индивидуальных задач	4	2	5	8
Рубежный контроль			15	25
1. Контрольная работа	15	1	10	15

№2.				
2. Тестовый контроль №2		1	5	10
Поощрительные баллы				
1. Выполнение задач повышенной сложности. Студенческая олимпиада или публикация статей	10	1	0	10
Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)				
1.Посещение лекционных занятий			0	-6
2.Посещение практических занятий			0	-10
Итоговый контроль				
Зачет (дифференцированный зачет)			60	110

Направление: Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) подготовки: Прикладная математика и информационные технологии

Курс 3, семестр 6

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
Модуль 3. Линейные и нормированные пространства				
Текущий контроль			9	19
1. Работа на практическом занятии	2	4	4	8
2. Решение индивидуальных задач	3	2	3	6
3. Тестовый контроль №3		1	2	5
Рубежный контроль			8	15
1. Контрольная работа №3.	15	1	8	15
Модуль 4. Линейные функционалы и операторы. Преобразования Фурье и Лапласа				
Текущий контроль			10	21
1. Работа на практическом занятии	2	5	5	10
2. Решение индивидуальных задач	3	2	3	6
3. Тестовый контроль №4		1	2	5
Рубежный контроль			8	15
1. Контрольная работа №4.	15	1	8	15

Поощрительные баллы				
1. Выполнение задач повышенной сложности. Студенческая олимпиада или публикация статей	10	1	0	10
Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)				
1.Посещение лекционных занятий			0	-6
2.Посещение практических занятий			0	-10
Итоговый контроль				
Экзамен			35	110

Перечень вопросов для зачета

1. Элементы теории множеств: основные понятия теории множеств, отображения множеств.
2. Элементы мощность множества, счетные и несчетные множества, системы множеств.
3. Замкнутые множества и их свойства.
4. Открытые множества и их свойства.
5. Структура открытых и замкнутых множеств на прямой.
6. Мера ограниченного открытого множества.
7. Мера ограниченного замкнутого множества.
8. Внешняя и внутренняя меры ограниченного множества и их основные свойства.
9. Измеримые множества.
10. Свойства измеримых множеств.
11. Лебеговская мера плоских множеств.
12. Мера Лебега-Стилтьеса.
13. Измеримые функции и их основные свойства.
14. Сходимость измеримых функций.
15. Связь между различными видами сходимости.
16. Интеграл Лебега от простых измеримых функций.
17. Интеграл Лебега от ограниченных измеримых функций.
18. Свойства интеграла Лебега.
19. Интеграл Лебега от неотрицательной неограниченной измеримой функции.
20. Суммируемые функции и их свойства.
21. Понятие метрического пространства. Примеры метрических пространств.
22. Сходимость в метрических пространствах. Полные и компактные метрические пространства.
23. Метод сжатых отображений и его применение в теории дифференциальных и интегральных уравнений.
24. Метод сжатых отображений и его применение в алгебре и математическом анализе.
25. Понятие о топологических пространствах.

Перечень вопросов для экзамена

1. Элементы теории множеств: основные понятия теории множеств, отображения множеств.
2. Мощность множества, счетные и несчетные множества, системы множеств.
3. Замкнутые множества и их свойства.

4. Открытые множества и их свойства.
5. Структура открытых и замкнутых множеств на прямой.
6. Мера ограниченного открытого множества.
7. Мера ограниченного замкнутого множества.
8. Внешняя и внутренняя меры ограниченного множества и их основные свойства.
9. Измеримые множества.
10. Свойства измеримых множеств.
11. Лебеговская мера плоских множеств.
12. Мера Лебега-Стилтьеса.
13. Измеримые функции и их основные свойства.
14. Сходимость измеримых функций.
15. Связь между различными видами сходимости.
16. Интеграл Лебега от простых измеримых функций.
17. Интеграл Лебега от ограниченных измеримых функций.
18. Свойства интеграла Лебега.
19. Интеграл Лебега от неотрицательной неограниченной измеримой функции.
20. Суммируемые функции и их свойства.
21. Понятие метрического пространства. Примеры метрических пространств.
22. Сходимость в метрических пространствах. Полные и компактные метрические пространства.
23. Метод сжатых отображений и его применение в теории дифференциальных и интегральных уравнений.
24. Метод сжатых отображений и его применение в алгебре и математическом анализе.
25. Понятие о топологических пространствах.
26. Понятие линейного пространства. Примеры линейных пространств.
27. Евклидовы пространства.
28. Понятие нормированного пространства. Примеры нормированных пространств.
29. Банаховы пространства.
30. Гильбертовы пространства.
31. Сходимость в линейных нормированных пространствах.
32. Понятие линейного функционала. Норма функционала. Примеры линейных функционалов.
33. Понятие линейного оператора. Непрерывные и ограниченные операторы.
34. Норма оператора.
35. Операторные уравнения.
36. Обратный оператор.
37. Примеры линейных операторов.
38. Сопряженные операторы. Самосопряженные операторы.
39. Собственное подпространство линейного оператора.
40. Спектр и резольвента линейного оператора.
41. Преобразование Фурье.
42. Понятие интеграла Фурье.
43. Комплексная форма интеграла Фурье.
44. Косинус- и синус- преобразования Фурье.
45. Преобразование Лапласа. Оригинал. Изображение.
46. Примеры преобразования Лапласа.
47. Свойства преобразования Лапласа.
48. Восстановление оригинала по изображению.
49. Применение оператора Лапласа для решения дифференциальных уравнений и систем с постоянными коэффициентами.

Примерный перечень задач к экзамену

1. Показать, что в пространстве X с метрикой $\rho(x, y) = \begin{cases} 0, & \text{при } x = y, \\ 1, & \text{при } x \neq y \end{cases}$ замыкание открытого

шара не совпадает с замкнутым шаром, т.е. $\overline{S(x, r)} \neq S[x, r]$ ($r \leq 1$). Здесь $S[x, r]$ - замкнутый шар с центром в точке x радиуса r .

2. Выяснить является ли метрическим пространством множество вещественных чисел, если ввести расстояние по формуле $\rho(x, y) = \sin^2(x - y)$.

3. Пусть множество $A \subset [0, 1]$ имеет меру нуль. Является ли его замыкание также множеством меры нуль?

4. Доказать, что непустая совокупность K подмножеств некоторого множества E , замкнутая относительно операций: а) $\bigcup$ и $\bigcap$; б) $\bigcap$ и $\setminus$ может не быть кольцом.

5. Пусть X - множество всевозможных последовательностей натуральных чисел. Для различных элементов $x = (n_1, n_2, \dots) \in X$, $y = (m_1, m_2, \dots) \in X$ обозначим через $k_0 = k_0(x, y)$ наименьший индекс k , при котором $n_k \neq m_k$. Если же $x = y$, то положим $k_0 = 0$. Является ли функция $\rho(x, y) = k_0(x, y)$ метрикой?

6. Пусть E - некоторое множество точек на плоскости. Известно, что $\inf_{x, y \in E, x \neq y} \rho(x, y) = d > 0$. Доказать, что E не имеет предельных точек.

7. Вычислить интеграл Лебега $\int_0^1 f(x) d\mu$, если:

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & x \in I \cap \left(\frac{1}{3}, 1\right], \\ x^3, & x \in I \cap \left[0, \frac{1}{3}\right], \\ 0, & x \in Q; \end{cases}$$

здесь Q и I - множества рациональных и иррациональных чисел соответственно.

8. Вычислить интеграл Лебега $\int_0^1 f(x) d\mu$, если:

$$f(x) = \begin{cases} \sin \pi x, & x \in CK \cap \left[0, \frac{1}{2}\right), \\ \cos \pi x, & x \in CK \cap \left[\frac{1}{2}, 1\right], \\ x^2, & x \in K; \end{cases}$$

здесь K - канторово множество, $CK = [0, 1] \setminus K$.

9. Вычислить интеграл Лебега от функции $f(x)$ на отрезке $[0, 1]$, если $f(x) = 100$ в точках канторова множества K , а на смежных интервалах множества K графиком функции служат верхние полуокружности, опирающиеся на эти интервала как на диаметры.

10. Вычислить интеграл Лебега $\int_D f(x) d\mu$ если: $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x+3}}$, где $D = [-3, -2] \setminus Q$. Здесь Q - множество рациональных чисел.

11. Вычислить интеграл Лебега $\int_D f(x) d\mu$ если: $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x+4}}$, где $D = [-4, -3] \setminus Q$. Здесь Q - множество рациональных чисел.

12. Вычислить интеграл Лебега $\int_0^1 f(x) d\mu$, если:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x}}, & x \in I, \\ x^3, & x \in Q. \end{cases}$$

Здесь Q и I - множества рациональных и иррациональных чисел соответственно.

13. Вычислить интеграл Лебега от функции $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x-1}}$ по отрезку $[1, 2]$.

14. Выяснить суммируема ли функция $f(x) = \frac{1}{x^2}$ на отрезке $[0, 1]$.

15. Доказать, что если $\rho(x, y)$ - метрика на множестве X , то $\sigma(x, y) = \frac{\rho(x, y)}{\rho(x, y) + 1}$ тоже метрика.

16. Пусть $\mathcal{P}$ – линейное пространство многочленов $p(t)$ с обычными операциями сложения многочленов и умножения на действительные числа; P_0 – подмножество тех многочленов $p(t)$, для которых выполнено одно из условий: а) степень $p(t)$ равна 3; б) степень $p(t)$ не превосходит 3; в) $p(1)=p(2)$; г) $p(t) \leq 0$; д) $p(1)=0$. Какое из подмножеств P_0 является подпространством линейного пространства $\mathcal{P}$?

17. Образуется ли в пространстве $C[-1, 1]$ подпространство следующие множества функций: а) монотонные функции; б) четные функции; в) многочлены произвольной степени; г) многочлены степени, не превосходящей k ; е) непрерывно дифференцируемые функции.

18. Будет ли полным метрическим пространством вещественная прямая, наделенная метрикой а) $\rho(x, y) = |x^3 - y^3|$; б) $\rho(x, y) = |\arctg x - \arctg y|$; в) $\rho(x, y) = |\exp x - \exp y|$? Будет ли это пространство сепарабельным?

19. Показать, что пространство непрерывных на отрезке $[a, b]$ функций с метрикой

$$\rho(x, y) = \left(\int_a^b |x(t) - y(t)|^p dt \right)^{1/p}; \quad (p > 1)$$

не полно. Приведите пример фундаментальной последовательности в этом пространстве, которая не сходится.

20. Пусть функция f определена и дифференцируема на отрезке $[a, b]$ и отображает его в себя, причем $\max_{[a, b]} |f'(t)|$. Доказать, что уравнение $f(t)=t$ имеет на отрезке $[a, b]$ единственное решение.

21. Доказать что следующие множества с заданными на них метриками являются полными метрическими пространствами:

а) множество l^∞ всех ограниченных числовых последовательностей удовлетворяющих условию $x = (x_1, x_2, \dots)$ с метрикой $\rho(x, y) = \sup_k |x_k - y_k|$;

б) множество l^∞ всех числовых последовательностей удовлетворяющих $x = (x_1, x_2, \dots)$ стремящихся к нулю, с метрикой $\rho(x, y) = \max_k |x_k - y_k|$;

в) множество $C[a, b]$ всех непрерывных функций на отрезке $[a, b]$ с метрикой $\rho(x, y) = \max_{t \in [a, b]} |x(t) - y(t)|$

22. Являются ли линейными следующие функционалы в $C[0, 1]$? В $L^2[0, 1]$?

а) $F(x) = \int_0^1 x(t) \cdot \sin t dt$

б) $F(x) = \frac{x}{2}$

в) $F(x) = \int_0^1 x(t) \cdot \operatorname{sign}(t - \frac{1}{2}) dt$

г) $F(x) = \int_0^1 x(t^2) \cdot t^{-2} dt$

23. Какие из следующих операторов являются непрерывными?

а) $A: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ определен формулой $y_i = \sum_{k=1}^n a_{ik} \tau_k, i=1, \dots, n$;

б) $A: C[0, 1] \rightarrow C[0, 1]$ определен формулой $Ax(t) = \int_0^1 x(\tau) d\tau$;

в) $\frac{d}{dt}: C^1[0, 1] \rightarrow C[0, 1]$;

24. Найдите приближённое решение уравнения: $x^4 = x + 1$ с точностью до 0, 001.

25. Найдите приближённое решение уравнения: $x + e^x = 0$ с точностью до 0, 00001.

Образец экзаменационного билета:

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Уфимский университет науки и технологий»
Сибайский институт (филиал) УУНиТ

Естественно-математический факультет
Кафедра прикладной математики и информационных технологий

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №1
по дисциплине «Функциональный анализ»
Направление «Прикладная математика и информатика»
Профиль «Прикладная математика и информационные технологии»

1. Структура открытых и замкнутых множеств на прямой.
2. Норма оператора.
3. Задача.

Утверждено на заседании кафедры _____, протокол № ____

Заведующий кафедрой _____

Примечание: Задача берется из списка задач в соответствии с номером билета.

Перевод оценки из 100-балльной в четырехбалльную производится следующим образом:

- отлично – от 80 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов);
- хорошо – от 60 до 79 баллов;
- удовлетворительно – от 45 до 59 баллов;
- неудовлетворительно – менее 45 баллов.

Примерные критерии оценивания ответа на экзамене:

Критерии оценки (в баллах):

- **20-30 баллов** выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы билета, продемонстрировал знание функциональных возможностей, терминологии, основных элементов, умение применять теоретические знания при выполнении практических заданий. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы. Задача решена полностью без неточностей и ошибок;

- **10-20 баллов** выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности. При решении задачи допущены несущественные ошибки;

- **1-10 баллов** выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос. Студент не решил задачу или при решении допущены грубые ошибки;

- **0 баллов** выставляется студенту, если ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Обнаруживается отсутствие навыков применения теоретических знаний при выполнении практических заданий. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос.

Планы практических занятий

Темы практических занятий (5 семестр):

Модуль 1. Теория меры и интеграла Лебега

1. Элементы теории множеств: понятие множества, способы задания множества, операции над множествами, свойства операций над множествами.
2. Элементы теории множеств: отображения множеств, мощность множеств, свойства счетных множеств, канторово множество.
3. Системы множеств: кольца, полукольца, алгебры,
4. Открытые множества.
5. Замкнутые множества.
6. Мера Лебега на прямой.
7. Измеримые множества. Мера Лебега-Стилтьеса
8. Измеримые функции.
9. Вычисление интеграла Лебега. Сравнение интегралов Лебега и Римана.
10. Суммируемые функции. Вычисление интеграла Лебега от суммируемых функций.

Модуль 2. Метрические пространства

1. Понятие о метрических пространствах. Примеры метрических пространств.
2. Сходимость в метрических пространствах.
3. Полные и компактные метрические пространства.
4. Применение метода сжатых отображений в теории дифференциальных уравнений.
5. Применение метода сжатых отображений в теории интегральных уравнений.
6. Применение метода сжатых отображений в алгебре и математическом анализе.

Темы практических занятий (6 семестр):

Модуль 3. Линейные и нормированные пространства.

1. Линейные пространства. Примеры линейных пространств.
2. Евклидовы пространства.
3. Гильбертовы пространства.
4. Банаховы пространства.

Модуль 4. Линейные функционалы и операторы. Преобразования Фурье и Лапласа

1. Линейные функционалы.
2. Непрерывные и ограниченные операторы. Норма оператора и ее свойства.
3. Операторные уравнения. Обратный оператор.
4. Прямое и обратное преобразование Фурье.
5. Прямое и обратное преобразование Лапласа.

Тестовые задания

Модуль 1. Теория меры и интеграла Лебега

1. Какой точкой будет элемент $y = \sin t$ для множества $M = \{x(t) \in C[0;1] \mid x(t) > 2\}$?
 - 1) Внутренней
 - 2) Внешней
 - 3) Граничной
 - 4) Сопряженной

Правильный ответ не указан
2. Какова мощность множества всех конечных троичных дробей?
 - 1) это множество счетное,
 - 2) континуум,
 - 3) гиперконтинуум,
 - 4) конечное.
3. Какова мощность множества всех корней многочленов с алгебраическими коэффициентами?
 - 1) это множество счетное,
 - 2) континуум,
 - 3) гиперконтинуум,
 - 4) конечное.
4. Интеграл Лебега $\int_0^1 f(x) d\mu$, если $f(x) = \begin{cases} x^3, & x \in Ir \\ 1, & x \in Q. \end{cases}$ равен:
 - 1) 0,
 - 2) 1,
 - 3) $\frac{1}{4}$,
 - 4) $\frac{1}{2}$.
5. Интеграл Лебега $\int_0^1 f(x) d\mu$, если $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \in Ir \cap \left(\frac{1}{3}, 1\right], \\ x^3, & x \in Ir \cap \left(0, \frac{1}{3}\right], \\ 0, & x \in Q. \end{cases}$ равен:
 - 1) 0,
 - 2) -1,
 - 3) $\frac{35}{108}$,
 - 4) $\frac{1}{2}$.
6. Интеграл Лебега $\int_0^1 f(x) d\mu$, если $f(x) = \begin{cases} \sin(\pi x), & x \in Ir \cap \left(0, \frac{1}{2}\right] \cap CK, \\ \cos(\pi x), & x \in Ir \cap \left(0, \frac{1}{3}\right] \cap CK, \\ x^2, & x \in K. \end{cases}$ (здесь K – канторово множество, $CK = [0, 1] \setminus K$) равен:
 - 1) 0,
 - 2) -1,
 - 3) 1,
 - 4) $\frac{1}{2}$.
7. Замыкание множества все точек вида $2^{\frac{p}{q}}$, где p и q – всевозможные натуральные числа, представляет собой множество:
 - 1) $[0, 1]$,
 - 2) $[1, 2]$,
 - 3) $(0, +\infty)$,
 - 4) $[1, +\infty)$.

8. Замыкание множества все точек вида $\frac{p^2}{q^2}$, где p и q – всевозможные целые числа ($q \neq 0$), представляет собой множество:

- 1) $[0, 5]$,
- 2) $[1, 2]$,
- 3) $[0, +\infty)$,
- 4) $[1, +\infty)$.

9. Интеграл Лебега $\int_0^1 f(x) d\mu$, если $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-x^2}}$ равен:

- 1) 0,
- 2) $-\pi$,
- 3) π ,
- 4) $\frac{\pi}{2}$.

10. Интеграл Лебега $\int_1^2 f(x) d\mu$, если $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x-1}}$ равен:

- 1) 0,
- 2) $\frac{3}{2}$,
- 3) -1 ,
- 4) $\frac{\pi}{8}$.

Критерии оценки (в баллах):

Процент правильных ответов	Количество баллов
95 - 100 %	10
85 - 94 %	9
75 - 84%	8
65 - 74%	7
55 - 64%	6
45 – 54%	5
менее 45%	0

Модуль 2. Метрические пространства

1. Какой из перечисленных ниже элементов принадлежит замкнутому шару $\overline{S_1(0)}$ в пространстве m всех ограниченных последовательностей ?
 - 1) $(1, 2, 3, 1,2,3, 1,2,3, \dots)$
 - 2) $(5, 0,0, \dots)$
 - 3) $(0,1,0,1,0,1,0,\dots)$
 - 4) $(16, 8,16,8,\dots)$
 - 5) Правильный ответ не указан
2. Какая из перечисленных ниже функций задает метрику на множестве действительных чисел
 - 1) $|x - y|$
 - 2) $|x + y|$
 - 3) $|\sin (x-y)|$
 - 4) $(2x^2 + 6y^2) |x-y|$
 - 5) Правильный ответ не указан
3. Какая из перечисленных ниже функций задает метрику на множестве действительных чисел
 - 1) $|x - y|$
 - 2) $|x^2 - y^2|$

- 3) $|\sin(x-y)|$
 4) $|\cos(x-y)|$
 5) Правильный ответ не указан
4. Что означает сходимость последовательности в пространстве $C[a; b]$?
 1) равномерная сходимость
 2) поточечная сходимость
 3) сходимость в среднем квадратичном
 4) сходимость почти всюду
 5) правильный ответ не указан
5. Что означает сходимость последовательности в пространстве $L_2[a; b]$?
 1) равномерная сходимость
 2) поточечная сходимость
 3) сходимость в среднем квадратичном
 4) сходимость почти всюду
 5) правильный ответ не указан
6. Найти расстояние между элементами $x(t) = 3t^2 + 2t - 1$ и $y(t) = t - 1$ в пространстве $L_1[0; 2]$
 1) 0,5
 2) 3
 3) 10
 4) 1
 5) 4
7. Какая из перечисленных ниже функций задает норму на множестве действительных чисел
 1) x^3
 2) $|2x + 1|$
 3) $|x|$
 4) $|\sin x|$
 5) Правильный ответ не указан
8. Какая из перечисленных ниже функций задает норму на множестве действительных чисел
 1) x^4
 2) $|x - 1|$
 3) $|x|$
 4) $|\operatorname{tg} x|$
 5) Правильный ответ не указан
9. Какая из перечисленных ниже функций задает норму на множестве действительных чисел
 1) $\sqrt{x}$
 2) $|2x + 1|$
 3) $|x|$
 4) $|\operatorname{arctg} x|$
 5) Правильный ответ не указан
10. Как называется линейное пространство со скалярным произведением ?
 1) рефлексивное пространство
 2) банахово пространство
 3) сопряженное пространство
 4) евклидово пространство
 5) правильный ответ не указан

Критерии оценки (в баллах):

Процент правильных ответов	Количество баллов
95 - 100 %	10
85 - 94 %	9
75 - 84%	8
65 - 74%	7
55 - 64%	6
45 – 54%	5
менее 45%	0

Модуль 3. Линейные и нормированные пространства.

- Найти норму элемента $x(t)=t^2$ в пространстве непрерывных функций $C[0;1]$
 - 0,5
 - 3
 - 5
 - 1
 - 4
- Найти норму элемента $x(t)=2t+10$ в пространстве непрерывных функций $C[0;1]$
 - 351
 - 12
 - 1
 - 0
 - 10
- Найти норму элемента $x = (2, 1, 0, 0, 0, \dots)$ в пространстве l_1
 - 0,5
 - 3
 - 2
 - 0,8
 - 4/3
- Найти норму элемента $x = (2, 1, 0, 0, 0, \dots)$ в пространстве l_2
 - 2,23
 - 3
 - 2
 - 0,8
 - 4/3
- Найти норму элемента $x = (2, -2, 2, -2, 2, \dots)$ в пространстве l_∞ всех ограниченных последовательностей
 - 28
 - 3
 - 2
 - 95
 - 1
- На множестве $X=\{a, b, c\}$ задана метрика dist такая, что $\text{dist}(a, b) = \text{dist}(b, c) = 1$. Какие значения может принимать $\text{dist}(a, c)$?
 - [7;10)
 - (0 ;2]
 - (3; 4]
 - 90
 - [-6;1)
- При каком значении p пространство l_p является гильбертовым?
 - 1

- 2) 3
 - 3) 6
 - 4) 2
 - 5) Правильный ответ не указан
8. Если элемент линейного нормированного пространства умножить на 5, то как изменится его норма ?
- 1) не изменится
 - 2) увеличится на 5
 - 3) уменьшится на 5
 - 4) увеличится в 5 раз
 - 5) уменьшится в 5 раз
9. Как называется пространство, в котором существует счетное всюду плотное множество?
- 1) банаховым
 - 2) гильбертовым
 - 3) сепарабельным
 - 4) первой категории
 - 5) правильный ответ не указан
10. Найти расстояние между элементами $x(t) = 3t+1$ и $y(t) = t+1$ в пространстве $C[0;2]$
- 1) 93
 - 2) 3
 - 3) 6
 - 4) 1
 - 5) 4

Критерии оценки (в баллах):

Процент правильных ответов	Количество баллов
90- 100 %	5
75 - 89 %	4
61- 74%	3
45 - 60%	2
31 - 44%	1
менее 30%	0

Модуль 4. Линейные функционалы и операторы. Преобразования Фурье и Лапласа

1. Как называется оператор, отображающий некоторое линейное нормированное пространство в пространство действительных чисел ?
- 1) функционал
- 2) подпространство
- 3) замкнутый оператор
- 4) обратный оператор
- 5) правильный ответ не указан
2. Как называется оператор A , для которого найдется константа $C > 0$ такая, что $\|Ax\| \leq C \|x\|$?
- 1) функционал
- 2) замкнутый оператор
- 3) ограниченный оператор
- 4) обратный оператор
- 5) правильный ответ не указан

3. Для какого оператора в гильбертовом пространстве имеет место равенство $(Ax, y) = (x, A^* y)$?
 - 1) обратный
 - 2) замкнутый
 - 3) нелинейный
 - 4) сопряженный
 - 5) правильный ответ не указан
4. Для какого оператора в гильбертовом пространстве имеет место равенство $(Ax, y) = (x, Ay)$?
 - 1) обратный
 - 2) замкнутый
 - 3) нелинейный
 - 4) самосопряженный
 - 5) правильный ответ не указан
5. Найти норму оператора A , действующего из пространства $L_2[0;4]$ в пространство $L_2[0;4]$. $Ax(t)=x(t)$
 - 1) 2
 - 2) 0
 - 3) 6
 - 4) 5
 - 5) 1
6. Найти норму оператора A , действующего из пространства $L_1[0;3]$ в пространство $L_1[0;3]$. $Ax(t)=(t+2)x(t)$
 - 1) 2
 - 2) 0
 - 3) 6
 - 4) 5
 - 5) 1
7. Найти норму функционала $f(x)=x(2)$, действующего из пространства $C[0;2]$
 - 1) 2
 - 2) 4
 - 3) 6
 - 4) 15
 - 5) 1
8. В гильбертовом пространстве l_2 найти угол между элементами $x=(1,0,0,0,0,\dots)$ и $y=(0,1,0,0,0,\dots)$
 - 1) $\pi/14$
 - 2) $\pi/3$
 - 3) 0
 - 4) $\pi/2$
 - 5) Правильный ответ не указан
9. Что означает сходимость последовательности в пространстве $L_2[a;b]$?
 - 1) равномерная сходимость
 - 2) поточечная сходимость
 - 3) сходимость в среднем квадратичном
 - 4) сходимость почти всюду
 - 5) правильный ответ не указан
10. Найти норму функционала $f(x)=0,7x(0,5)$, действующего из пространства $C[-1;1]$
 - 1) 2
 - 2) $1/4$
 - 3) 6
 - 4) 5

5) 0,7

Критерии оценки (в баллах):

Процент правильных ответов	Количество баллов
90- 100 %	5
75 - 89 %	4
61- 74%	3
45 - 60%	2
31 - 44%	1
менее 30%	0

Примерные задания для контрольной работы №3.

Вариант

Задача 1. Найти нормы элементов

- 1) $x = x(t)$ в пространстве $C[0; 1]$, где а) $x_1(t) = t^2 - t + 2$, б) $x_2(t) = 5 - t$,
 2) $x = \{x_n\}$ в пространстве l_2 , где а) $x_1 = \{\frac{1}{2^n}\}$, б) $x_2 = \{1, 1, 1, 0, 0, \dots\}$.

Найдите расстояние между элементами в указанных пространствах.

Задача 2. Доказать, что следующее уравнение имеет единственное решение в метрическом пространстве $\mathbf{m}$ ограниченных последовательностей $\{x_n\}$: $x_n + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\cos x_m}{m^2 + n^2 + 16} = 1, \quad n \in \mathbb{N}$.

Задача 3. Доказать относительную компактность множества A в пространстве $C[0, 1]$.

$$A = \left\{ f \in C[0, 1] \mid \exists f'(t) \forall t \in [0, 1], f'(t) \text{ непр. на } [0, 1], |f(1/2)| \leq K_1, \int_0^1 |f'(t)|^4 dt \leq K_2 \right\},$$

$K_1 \geq 0, K_2 > 0, K_1, K_2$ постоянные;

Задача 4. Найти расстояние в l_2 от элемента $y = \{y_n\}$ до подпространства $L^\perp$:

$$y = \left(1, \sqrt{3}, \sqrt{\frac{3^2}{2!}}, \sqrt{\frac{3^3}{3!}}, \dots, \sqrt{\frac{3^n}{n!}}, \dots \right),$$

$$L = \left\{ \xi = (\xi_1, \xi_2, \xi_3, \dots, \xi_n, \dots) \in \ell_2 \mid \xi_3 = 0, \xi_5 = 0 \right\}.$$

Примерные задания для контрольной работы №4

Вариант

Задача 1. Доказать, что функционал f в банаховом пространстве l_1 линейен и непрерывен. Найти его норму.

$$f(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{x_k}{k}, \quad x = (x_1, x_2, \dots, x_k, \dots) \in \ell_1$$

Задача 2. Вычислить норму линейного оператора: $A: L^{\frac{3}{2}}[0; 2] \mapsto L^1[0; 2], Ax(t) = t(1 - t)x(t)$.

Задача 3. Найти обратный оператор для данного линейного оператора:

$$A: C^1[0; \frac{\pi}{4}] \mapsto C^1[0; \frac{\pi}{4}], Ax(t) = x(t) + 2 \int_t^{\pi/4} x(s) \operatorname{tg} s ds.$$

Задача 4. Найти спектр линейного оператора; для собственных значений найти собственные векторы: $A: C[0, 2\pi] \mapsto C[0, 2\pi], Ax(t) = x(t) \cos t + 2x(0)$.

Критерии оценки (в баллах):

Количество верно решенных задач	Количество баллов
4	15
3	12
2	8
1	4
0	0

5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература

1. Филимонова, Н.В. Конспект лекций по функциональному анализу [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н.В. Филимонова. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 176 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/64343>. — Загл. с экрана.
2. Филимонова, Н.В. Сборник задач по функциональному анализу [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н.В. Филимонова. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 240 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/65041>. — Загл. с экрана.

Дополнительная литература:

3. Павлов, Е.А. Основы функционального анализа [Электронный ресурс] : учебное пособие / Е.А. Павлов. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2019. — 88 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/116362>. — Загл. с экрана.
4. Люстерник, Л.А. Краткий курс функционального анализа [Электронный ресурс] : учебное пособие / Л.А. Люстерник, В.И. Соболев. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 272 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/245>. — Загл. с экрана.
5. Власова, Е.А. Элементы функционального анализа [Электронный ресурс] : учебное пособие / Е.А. Власова, И.К. Марчевский. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 400 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/67481>. — Загл. с экрана.

5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины

1. <http://www.elib.bashedu.ru> – ЭБС БашГУ
2. <http://www.e.lanbook.com> – ЭБС издательства Лань
3. <http://www.biblioclub.ru> – ЭБС «Университетская библиотека онлайн»
4. <http://www.exponenta.ru> – образовательный математический сайт;
5. <http://www.mccme.ru> - сайт Московского центра непрерывного образования;
6. <http://www.math.ru>.

6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий	Вид занятий	Наименование оборудования, программного обеспечения
1	2	3
Аудитория 210	Лекции, практические занятия	Демонстрационное оборудование: доска, проектор – 1 шт., переносной экран – 1 шт. Специализированная мебель: столы, стулья (28 посадочных мест).

ФГБОУ ВО «УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»
 СИБАЙСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ) УУНТ
 ЕСТЕСТВЕННО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

дисциплины Функциональный анализ на 5 (6) семестр

Очная (очно-заочная)

форма обучения

Вид работы	Объем дисциплины
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	2/72 (2/72)
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	
лекций	24 (18)
практических/ семинарских	30 (22)
лабораторных	0 (0)
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем) (ФКР)	0 (0)
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	18 (32)
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	0 (0)

Форма контроля:
 зачет 5 семестр

№ п/ п	Тема и содержание	Форма изучения материалов				Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)	Задания по самостоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости
		ЛЗ	ПЗ	ЛЗ	СР			
1	Основные понятия теории множеств. Операции над множествами. Отображения множеств. Мощность множеств. Счетные и несчетные множества. Системы множеств: полукольца, кольца, алгебры.	2 (0.5)	2 (2)		2 (2)	1,2,3,4,5	Задания задаются из литературы 1-5	Опрос Проверка заданий самостоятельной работы
2	Замкнутые множества и их основные свойства. Примеры замкнутых множеств. Открытые множества и их основные свойства. Примеры открытых множеств.	2 (1)	4 (2)		2 (2)	1,2,3,4,5	Задания задаются из литературы 1-5	Опрос Проверка заданий самостоятельной работы.
3	Внешняя и внутренняя меры ограниченного множества и их основные свойства. Измеримые множества. Свойства измеримых множеств. Лебегова мера плоских множеств. Мера Лебега-Стилтьеса.	2 (1)	4 (2)		2 (2)	1,2,3,4,5	Задания задаются из литературы 1-5	Опрос Проверка заданий самостоятельной работы
4	Измеримые функции и их основные свойства. Сходимость измеримых функций. Связь между различными видами сходимости.	2 (1)	2 (2)		2 (2)	1,2,3,4,5	Задания задаются из литературы 1-5	Опрос Проверка заданий самостоятельной работы. Контрольная работа №1.
5	Интеграл Лебега от простых измеримых функций. Интеграл Лебега от ограниченной измеримой функции. Свойства интеграла Лебега.	4 (1)	4 (2)		3 (5)	1,2,3,4,5	Задания задаются из литературы 1-5	Опрос Проверка заданий самостоятельной работы.
6	Интеграл Лебега от неотрицательной	2 (1)	4 (2)		2 (4)	1,2,3,4,5	Задания задаются из	Опрос

	неограниченной измеримой функции. Суммируемые функции и их свойства.						литературы 1-5	Проверка заданий самостоятельной работы. Тестовый контроль №1.
7	Понятие метрического пространства. Примеры метрических пространств.	2 (0.5)	4 (4)		1 (4)	1,2,3,4,5	Задания задаются из литературы 1-5	Опрос Проверка заданий самостоятельной работы.
8	Сходимость в метрических пространствах. Полные и компактные метрические пространства.	2 (1)	2 (2)		1 (4)	1,2,3,4,5	Задания задаются из литературы 1-5	Опрос Проверка заданий самостоятельной работы.
9	Метод сжатых отображений и его применение в теории дифференциальных и интегральных уравнений.	2 (1)	2 (2)		1 (2)	1,2,3,4,5	Задания задаются из литературы 1-5	Опрос Проверка заданий самостоятельной работы. Контрольная работа №2.
10	Метод сжатых отображений и его применение в алгебре и математическом анализе.	2(1)	2 (2)		1 (2)	1,2,3,4,5	Задания задаются из литературы 1-5	Опрос Проверка заданий самостоятельной работы.
11	Понятие о топологических пространствах.	2			1 (3)	1,2,3,4,5	Задания задаются из литературы 1-5	Тестовый контроль №2.
	Всего часов	24 (18)	30 (22)		18 (32)			

ФГБОУ ВО «УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»
СИБАЙСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ) УУН_{ИТ}
ЕСТЕСТВЕННО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

дисциплины Функциональный анализ на 6 (7) семестр

очная (очно-заочная)

форма обучения

Вид работы	Объем дисциплины
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	3/108 (3/108)
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	
лекций	18 (16)
практических/ семинарских	18 (16)
лабораторных	0 (0)
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем) (ФКР)	1.2 (1.2)
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	34.8 (47.8)
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	36 (27)

Форма контроля:
экзамен 6 (7) семестр

№ п/ п	Тема и содержание	Форма изучения материалов				Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)	Задания по самостоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости
		ЛЗ	ПЗ	ЛЗ	СР			
1	Понятие линейного пространства. Примеры линейных пространств. Евклидовы пространства.	2 (1)	2 (1)		2 (2)	1,2,3,4,5	Задания задаются из литературы 1-5	Опрос Проверка заданий самостоятельной работы
2	Понятие нормированного пространства. Примеры нормированных пространств	2 (2)	2 (2)		4 (4)	1,2,3,4,5	Задания задаются из литературы 1-5	Опрос Проверка заданий самостоятельной работы.
3	Банаховы пространства.	1 (1)	1 (1)		4 (2)	1,2,3,4,5	Задания задаются из литературы 1-5	Опрос Проверка заданий самостоятельной работы
4	Гильбертовы пространства.	1 (1)	1 (1)		2 (1)	1,2,3,4,5	Задания задаются из литературы 1-5	Опрос Проверка заданий самостоятельной работы. Контрольная работа №3.
5	Сходимость в линейных нормированных пространствах.	2 (1)	2 (1)		4.8 (2)	1,2,3,4,5	Задания задаются из литературы 1-5	Опрос Проверка заданий самостоятельной работы. Тестовый контроль №3.
6	Понятие линейного функционала. Норма функционала. Примеры линейных функционалов.	2 (2)	2 (2)		4 (4)	1,2,3,4,5	Задания задаются из литературы 1-5	Опрос Проверка заданий самостоятельной

								работы.
7	Понятие линейного оператора. Непрерывные и ограниченные операторы. Норма оператора. Примеры линейных операторов.	2 (2)	2 (2)		4 (4)	1,2,3,4,5	Задания задаются из литературы 1-5	Опрос Проверка заданий самостоятельной работы.
8	Операторные уравнения. Обратный оператор.	2 (2)	2 (2)		4 (2)	1,2,3,4,5	Задания задаются из литературы 1-5	Опрос Проверка заданий самостоятельной работы.
9	Сопряженные операторы. Самосопряженные операторы.	2 (2)	2 (2)		2 (2)	1,2,3,4,5	Задания задаются из литературы 1-5	Опрос Проверка заданий самостоятельной работы. Контрольная работа №4.
10	Собственное подпространство линейного оператора. Спектр и резольвента линейного оператора.	2 (2)	2 (2)		5,2 (4)	1,2,3,4,5	Задания задаются из литературы 1-5	Опрос Проверка заданий самостоятельной работы. Тестовый контроль №4
	Всего часов	18 (16)	18 (16)		36 (27)			