

ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
СИБАЙСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ)
ЕСТЕСТВЕННО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Актуализировано:
на заседании кафедры
протокол № 1 от «31» августа 2021 г.

И.о. зав.кафедрой И/Гумеров И.С.

Согласовано:
Председатель УМК естественно-
математического факультета

И/Суюндуков И.В.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Дисциплина **АЛГЕБРА**

(наименование дисциплины)

Обязательная часть

(обязательная часть или часть, формируемая участниками образовательных отношений, факультатив)

программа бакалавриата

Направление подготовки

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки),

(указывается код и наименование направления подготовки)

Направленность (профиль) подготовки

Математика. Физика

(указывается наименование направленности (профиля) подготовки)

Квалификация

бакалавр

(указывается квалификация)

Разработчик (составитель)

доцент, к.пед.н.

(должность, ученая степень, ученое звание)

И/Гумеров И.С.

Для приема: 2019, 2020 гг.

Сибай 2021 г.

Список документов и материалов

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций
2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы
3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)
4. Фонд оценочных средств по дисциплине
 - 4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине
 - 4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине.
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины
 - 5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины
 - 5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины
6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций

По итогам освоения дисциплины обучающийся должен достичь следующих результатов обучения:

Категория (группа) компетенций	Формируемая компетенция (с указанием кода)	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
Разработка основных и дополнительных образовательных программ	ОПК-2. Способен участвовать в разработке основных и дополнительных образовательных программ, разрабатывать отдельные их компоненты (в том числе с использованием информационно-коммуникационных технологий)	ОПК-2.1. Знать историю, теорию, закономерности и принципы построения и функционирования образовательных систем; основные принципы деятельностного подхода; педагогические закономерности организации образовательного процесса; нормативно-правовые, аксиологические, психологические, дидактические и методические основы разработки и реализации основных и дополнительных образовательных программ; специфику использования ИКТ в педагогической деятельности.	Знает историю, теорию, закономерности и принципы построения и функционирования образовательных систем; основные принципы деятельностного подхода; педагогические закономерности организации образовательного процесса; нормативно-правовые, аксиологические, психологические, дидактические и методические основы разработки и реализации основных и дополнительных образовательных программ; специфику использования ИКТ в педагогической деятельности.
		ОПК-2.2. Уметь разрабатывать цели, планируемые результаты, содержание, организационно-методический инструментарий, диагностические средства оценки результативности основных и дополнительных образовательных программ, отдельных их компонентов, в том числе с использованием ИКТ; выбирать организационно-методические средства реализации дополнительных образовательных программ в соответствии с их особенностями.	Умеет разрабатывать цели, планируемые результаты, содержание, организационно-методический инструментарий, диагностические средства оценки результативности основных и дополнительных образовательных программ, отдельных их компонентов, в том числе с использованием ИКТ; выбирать организационно-методические средства реализации дополнительных образовательных программ в соответствии с их особенностями..
		ОПК-2.3. Владеть дидактическими и методическими приемами разработки и технологиями реализации основных и дополнительных образовательных программ; приемами использования ИКТ.	Владеет дидактическими и методическими приемами разработки и технологиями реализации основных и дополнительных образовательных программ; приемами использования ИКТ.

2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Алгебра» относится к *обязательной* части.

Дисциплина изучается на 1 курсе в 1,2 семестрах.

Для освоения дисциплины необходимы компетенции, сформированные в рамках изучения курса «Алгебра и начала анализа» по программе общеобразовательной школы. Курс алгебры, как и курс математического анализа, является фундаментальным курсом, необходимым для дальнейшего изучения других дисциплин.

Освоение данной дисциплины необходимо для дальнейшего изучения практически всех математических дисциплин.

3.Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)

Содержание рабочей программы представлено в Приложении № 1.

4.Фонд оценочных средств по дисциплине

4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотношенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Код и формулировка компетенции:

ОПК-2. Способен участвовать в разработке основных и дополнительных образовательных программ, разрабатывать отдельные их компоненты (в том числе с использованием информационно-коммуникационных технологий)

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания результатов обучения			
		2 («Не удовлетворительно»)	3 («Удовлетворительно»)	4 («Хорошо»)	5 («Отлично»)
ОПК-2.1. Знать историю, теорию, закономерности и принципы построения и функционирования образовательных систем; основные принципы деятельностного подхода; педагогические закономерности организации образовательного процесса; нормативно-правовые, аксиологические, психологические, дидактические и методические основы разработки и реализации основных и дополнительных образовательных программ; специфику ис-	Знает историю, теорию, закономерности и принципы построения и функционирования образовательных систем; основные принципы деятельностного подхода; педагогические закономерности организации образовательного процесса; нормативно-правовые, аксиологические, психологические, дидактические и методические основы разработки и реализации основных и дополнительных образова-	Не знает историю, теорию, закономерности и принципы построения и функционирования образовательных систем; основные принципы деятельностного подхода; педагогические закономерности организации образовательного процесса; нормативно-правовые, аксиологические, психологические, дидактические и методические основы разработки и реализации основных и дополнитель-	Знает на удовлетворительном уровне историю, теорию, закономерности и принципы построения и функционирования образовательных систем; основные принципы деятельностного подхода; педагогические закономерности организации образовательного процесса; нормативно-правовые, аксиологические, психологические, дидактические и методические основы разработки и реализации	На хорошем уровне знает историю, теорию, закономерности и принципы построения и функционирования образовательных систем; основные принципы деятельностного подхода; педагогические закономерности организации образовательного процесса; нормативно-правовые, аксиологические, психологические, дидактические и методические основы разработки и реализации	На отличном уровне знает историю, теорию, закономерности и принципы построения и функционирования образовательных систем; основные принципы деятельностного подхода; педагогические закономерности организации образовательного процесса; нормативно-правовые, аксиологические, психологические, дидактические и методические основы разработки и реализации

4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Оценочные средства
ОПК-2.1. Знать историю, теорию, закономерности и принципы построения и функционирования образовательных систем; основные принципы деятельностного подхода; педагогические закономерности организации образовательного процесса; нормативно-правовые, аксиологические, психологические, дидактические и методические основы разработки и реализации основных и дополнительных образовательных программ; специфику использования ИКТ в педагогической деятельности.	Знает историю, теорию, закономерности и принципы построения и функционирования образовательных систем; основные принципы деятельностного подхода; педагогические закономерности организации образовательного процесса; нормативно-правовые, аксиологические, психологические, дидактические и методические основы разработки и реализации основных и дополнительных образовательных программ; специфику использования ИКТ в педагогической деятельности.	Индивидуальный опрос; Групповой опрос; Решение задач; Тесты; Контрольные работы; Вопросы экзамена
ОПК-2.2. Уметь разрабатывать цели, планируемые результаты, содержание, организационно-методический инструментарий, диагностические средства оценки результативности основных и дополнительных образовательных программ, отдельных их компонентов, в том числе с использованием ИКТ; выбирать организационно-методические средства реализации дополнительных образовательных программ в соответствии с их особенностями.	Умеет разрабатывать цели, планируемые результаты, содержание, организационно-методический инструментарий, диагностические средства оценки результативности основных и дополнительных образовательных программ, отдельных их компонентов, в том числе с использованием ИКТ; выбирать организационно-методические средства реализации дополнительных образовательных программ в соответствии с их особенностями.	Индивидуальный опрос; Групповой опрос; Решение задач; Тесты; Контрольные работы; Вопросы экзамена
ОПК-2.3. Владеть дидактическими и методическими приемами разработки и технологиями реализации основных и дополнительных образовательных программ; приемами использования ИКТ.	Владеет дидактическими и методическими приемами разработки и технологиями реализации основных и дополнительных образовательных программ; приемами использования ИКТ.	Подготовка докладов (рефератов); Индивидуальный опрос; Групповой опрос; Решение задач; Тесты; Контрольные работы; Вопросы экзамена

Критериями оценивания при *модульно-рейтинговой системе* являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины (*для экзамена*: текущий контроль – максимум 70 баллов; рубежный контроль – максимум 30 баллов, поощрительные баллы – максимум 10)

Шкалы оценивания:

Для экзамена: от 45 до 59 баллов – «удовлетворительно»; от 60 до 79 баллов – «хорошо»; от 80 баллов – «отлично».

Модули дисциплины “Алгебра”

1 семестр

Модуль 1

Действия над матрицами. Определитель матрицы. Обратная матрица.

умножение матрицы на число,

сложение матриц,

умножение матриц,

транспонирование матрицы,

возведение в степень матрицы,

нахождение определителя 3-го порядка по правилу Сарруса,

нахождение определителя применяя свойства определителя,

нахождение определителя разложением по строке (столбцу),

нахождение определителя приведением треугольному виду,

нахождение обратной матрицы с использованием алгебраических дополнений,

нахождение обратной матрицы с присоединением единичной матрицы (с использованием элементарных преобразований 1-3),

решение матричных уравнений.

Модуль 2

Системы линейных алгебраических уравнений

Нахождение ранга матрицы по определению,

нахождение ранга матрицы приведением трапецевидной форме,

нахождение ранга матриц с параметром,

исследование совместности системы (по теореме Кронекера-Капелли),

решение СЛУ методом Крамера,

решение неоднородных СЛУ методом Гаусса (нахождение общего решения и частного решения неоднородной СЛУ)

решение однородных СЛУ методом Гаусса (нахождение общего решения и ФСР однородной СЛУ)

решение неоднородных СЛУ с параметром,

Модуль 3

Комплексные числа

Представление комплексного числа в разных формах (алгебраическая, тригонометрическая, показательная запись комплексного числа),

сложение, умножение, деление комплексных чисел,

возведение в степень комплексного числа,

извлечение корня из комплексного числа,

решение комплексных уравнений.

2 семестр

Алгебраические структуры

Определение группы,

определение изоморфизма групп,

определение кольца (поля).

Многочлены

Умножение, деление (деление с остатком) многочленов,

нахождение НОД многочленов,

нахождение значения многочлена в точке с использованием схемы Горнера,

разложение многочлена по степеням с использованием схемы Горнера,
 разложение на простейшие дроби с использованием схемы Горнера,
 нахождение кратности корня многочлена,
 нахождение рациональных корней многочлена,
 разложение на неприводимые множители многочлена над полем рациональных чисел и
 над полем комплексных чисел,
 построение многочлена по формуле Виета по известным корням,
 построение интерполяционного многочлена Лагранжа.

Линейные пространства

Определение пространства над произвольным полем,
 нахождение базиса и размерности линейных пространств,
 нахождение координат вектора (элемента) в известном базисе,
 линейная зависимость и независимость систем векторов,
 нахождение матрицы перехода от одного базиса к другому,
 определение связи координат одного и того же вектора в разных базисах,
 определение линейного подпространства,
 нахождение базиса и размерности линейного подпространства,
 нахождение базиса и размерности линейной оболочки,
 нахождение размерности суммы и пересечения линейных оболочек,
 нахождение суммы и пересечения линейных оболочек.

Линейные операторы

Определение линейности операторов,
 нахождение матрицы линейного оператора,
 нахождение матрицы линейного оператора в другом базисе, по известной матрице ли-
 нейного оператора в некотором базисе,
 нахождение ядра и образа (дефекта и ранга) линейного оператора,
 нахождение собственного значения и собственного вектора оператора.

Рейтинг-план дисциплины

Алгебра

(название дисциплины согласно рабочему учебному плану)

Направление **Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)**

Направленность (профиль) подготовки **Математика. Физика**

курс 1, семестр 2

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
Модуль 4 Алгебраические структуры. Многочлены.				
Текущий контроль			11	15
1. Работа студента на практических занятиях			5	5
2. Выполнение самостоятельных работ	2	5	6	10
Рубежный контроль			16	25
1. Письменная контрольная работа № 4	2	5	5	10
Модуль 5 Линейные пространства. Линейные операторы.				
Текущий контроль			19	25
1. Работа студента на практических занятиях			5	5
2. Выполнение самостоятельных работ	2	5	14	20

Рубежный контроль			29	45
1. Письменная контрольная работа №5			5	10
1. Письменная контрольная работа №6			5	10
Поощрительные баллы				
. Выполнение заданий повышенной трудности	2	5	0	10
Посещаемость (баллы вычитываются из общей суммы набранных баллов)				
1. Посещение лекционных занятий			0	-6
2. Посещение практ. занятий			0	-10
Итоговый контроль				
1. Экзамен			0	30
ИТОГО			45	110

Контрольная работа

По дисциплине Алгебра предусмотрены два типа контрольных работ. Контрольные работы №1-№6 выполняются во время аудиторных занятий. Одна контрольная работа дается для домашнего выполнения. Все контрольные работы оцениваются на 10 баллов. **Домашняя контрольная работа** с 5 баллов считается зачтенной. Задания **домашней контрольной работы** приведены в приложении.

В первом семестре **Контрольная работа №1** используется для рубежного контроля модуля 1, **Контрольная работа №2** - для рубежного контроля модуля 2, **Контрольная работа №3** – для рубежного контроля модуля 3. Во втором семестре **Контрольная работа №4** используется для рубежного контроля модуля 4, **Контрольная работа №5, №6** - для рубежного контроля модуля 5.

Критерии оценки контрольной работы (в баллах):

- **9-10 баллов** выставляется, если студент решил все задачи полностью:
 - в логических рассуждениях и обоснованиях решения нет пробелов и ошибок;
 - в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, которая не является следствием незнания и непонимания учебного материала);
- **7-8 баллов** выставляется, если
 - студент решил все задачи, но обоснования шагов решения недостаточны;
 - допущена одна ошибка или есть два-три недочета в выкладках.
- **5-6 баллов** выставляется, если допущено более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, но студент обладает обязательными умениями по проверяемому модулю;
- **0-4 баллов** выставляется, если
 - допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не обладает обязательными умениями по проверяемому модулю;
 - работа показала полное отсутствие у студента обязательных знаний и умений по проверяемому модулю.

Пример варианта контрольной работы № 1
на тему «Матрицы. Операции над матрицами. Определители. Обратная матрица»
Вариант 1

1. Вычислить значение многочлена $A^2 - 2A + E$, $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

2. Найти обратную к матрице $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

3. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{vmatrix}$.

4. Произведение $a_{43}a_{21}a_{35}a_{12}a_{66}a_{54}$ входит ли в определитель соответствующего порядка. Если входит, то с каким знаком.

5. Вычислить определитель приведением к треугольному виду $\begin{vmatrix} n & \dots & n & n & 1 \\ n & \dots & n & 2 & n \\ n & \dots & 3 & n & n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ n & \dots & n & n & n \end{vmatrix}$.

Пример варианта контрольной работы № 2
на тему «Системы линейных уравнений»
Вариант 1

1. Решить систему методом Крамера:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 9 \\ x_1 + 2x_3 = 5 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 5 \end{cases}.$$

2. а) Исследовать совместность и найти решение:

в) Исследовать систему и найти общее решение в зависимости от значения параметра λ :

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 6 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = -1 \\ 4x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 = 15 \\ x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 6x_4 = -7 \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5 \\ 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 7 \\ 6x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 8x_4 = 9 \\ \lambda x_1 - 4x_2 + 9x_3 + 10x_4 = 11 \end{cases}.$$

3. Найти общее решение и фундаментальную систему решений для системы уравнений:

$$\begin{cases} 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 + 7x_4 + 4x_5 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 4x_4 + 2x_5 = 0 \\ 7x_1 + 9x_2 - 3x_3 + 5x_4 + 6x_5 = 0 \\ 5x_1 + 9x_2 - 3x_3 + x_4 + 6x_5 = 0 \end{cases}.$$

**Пример варианта контрольной работы № 4
на тему «Многочлены»**

Вариант 1

1. Найти наибольший общий делитель многочленов:

$$x^5 + x^4 - x^3 - 3x^2 - 3x - 1 \text{ и } x^5 - x^4 - 3x^3 - 3x^2 - x + 1.$$

2. Пользуясь схемой Горнера вычислить значение $f(x_0)$:

$$f(x) = x^4 + 2ix^3 - (1+i)x^2 - 3x + 7 + i \text{ и } x_0 = -i.$$

3. Определить кратность корня x_0 многочлена $f(x_0)$:

$$f(x) = x^6 - 6x^4 - 4x^3 + 9x^2 + 12x + 4, \quad x_0 = -1.$$

4. Пользуясь алгоритмом Евклида подобрать многочлены $M_1(x)$ и $M_2(x)$ так, чтобы

$$f_1(x)M_2(x) + f_2(x)M_1(x) = \delta(x), \text{ где } \delta(x) - \text{наибольший общий делитель многочленов}$$

$$f_1(x) \text{ и } f_2(x):$$

$$f_1(x) = 3x^5 + 5x^4 - 16x^3 - 6x^2 - 5x - 6, \quad f_2(x) = 3x^4 - 4x^3 - x^2 - x - 2.$$

5. Разложить на неприводимые множители над полем вещественных чисел \mathbb{R} :

$$f(x) = x^3 + x^2 - 2.$$

6. Построить интерполяционный многочлен Лагранжа:

x	-1	0	1	2
f(x)	-4	-3	0	17

**Пример варианта контрольной работы №5
на тему «Линейные подпространства. Базис линейных подпространств.
Линейные операторы.»**

Вариант 1

- Доказать, что следующая совокупность векторов пространства V^n образуют подпространства, найти базис и размерность: все n -мерные векторы у которых координаты с четными номерами равны между собой.
- В пространстве V^3 дана система векторов f_1, f_2, f_3, x . Доказать, что f_1, f_2, f_3 образует базис и найти координаты вектора x в этом базисе: $f_1 = (2, 1, -3)$, $f_2 = (3, 1, -5)$, $f_3 = (4, 2, -1)$, $x = (1, 0, -7)$.
- Найти размерность пересечения линейных оболочек систем векторов: $S = ((1, 1, 1); (1, 1, 0); (2, 1, 1))$, $S' = ((1, 1, -3); (0, 1, 5); (1, 1, -3))$.
- Является ли линейным оператором отображение в пространстве многочленов $R[x]_n$: $f(x) \rightarrow f(3x+1)$.
- Найти матрицу линейного оператора $A(x_1, x_2, x_3) = (x_2 + x_3, 2x_1 + x_3, 3x_1 - x_2 + x_3)$ в пространстве V^3 в базисе из единичных векторов.

**Пример варианта контрольной работы №6
на тему «Координаты вектора в базисе. Ядро и образ линейного оператора. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов.»**

Вариант 1.

- Найти какую-нибудь базис системы векторов и выразить остальные векторы как линейную комбинацию через этот базис: $a_1 = (2, -1, 3, 5)$, $a_2 = (4, -3, 1, 3)$, $a_3 = (3, -2, 3, 4)$, $a_4 = (4, -1, -15, 17)$.

2. Найти ядро и образ линейного оператора A действующий в пространстве многочленов $R[x]^n$: $Af(x) = f(3x+2) - f(3x)$.
3. Найти собственные значения и собственные векторы линейных операторов, заданных в некотором базисе матрицей $A = \begin{pmatrix} 5 & 6 & -3 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

Самостоятельная работа

Самостоятельная работа – это самостоятельное решение студентами задач во время занятия по темам модулей из пособия специально разработанного для дисциплины «Алгебра»: «Практикум по алгебре. 1 часть» в 1 семестре; «Практикум по алгебре. 2 часть» в 2 семестре. Например, в первом семестре в Модуле 1 «Действия над матрицами. Определитель матрицы. Обратная матрица.» на самостоятельную работу отводится 10 баллов, следовательно из учебного пособия по указанным темам для решения дается 10 заданий. Каждое задание оценивается на 1 б.

Экзамен

Для проведения экзамена на кафедре разрабатываются экзаменационные билеты. Экзаменационный билет состоит из двух теоретических вопросов и одного практического задания. По окончании ответа на вопросы билета экзаменатор может задавать дополнительные и уточняющие вопросы в пределах учебного материала, вынесенного на экзамен.

Примерные вопросы для экзамена:

1. Матрицы. Линейные операции над матрицами. Свойства линейных операций над матрицами.
2. Умножение матриц, свойства.
3. Единичная матрица, ее свойства. Транспонирование матриц. Свойства транспонированных матриц.
4. Определители 1-го, 2-го и 3-го порядков. Определитель n -го порядка (дать понятие о перестановках, четности перестановок).
5. Свойства определителей.
6. Минор k -го порядка. Минор элемента. Алгебраическое дополнение.
7. Разложение определителя по строке (столбцу). Разложение по чужой строке (столбцу). Теорема Лапласа.
8. Элементарные преобразования матриц. Теорема об основном процессе. Матрицы элементарных преобразований.
9. Метод Гаусса (в общем виде). Применение к вычислению определителей
10. Обратная матрица. Свойства.
11. Критерий обратимости матрицы. Нахождение обратной матрицы.
12. Нахождение обратной матрицы методом Гаусса-Жордана.
13. Линейные пространства (определение, примеры). Простейшие свойства линейных пространств.
14. Линейная (не)зависимость системы векторов (определения, примеры из различных пространств). Свойства линейной (не)зависимости системы векторов.
15. Ранг матрицы (минорный ранг). Теорема о базисном миноре.
16. Ранг матрицы (строчечный и столбцовый ранг). Теорема о неизменности ранга матрицы при элементарных преобразованиях.
17. Ранг матрицы. Теорема о неизменности ранга матрицы при умножении ее на невырожденную матрицу. Способы нахождения ранга матрицы.

18. Базис линейного пространства. Теорема о базисе как максимальной линейно-независимой системе векторов.
 19. Базис и размерность линейного пространства. Конечномерные и бесконечномерные линейные пространства. Примеры (пр-ва $V_1, V_2, V_3, R_n, R^{n \times m}$). Координаты вектора.
 20. Линейное подпространство. Признак подпространства. Примеры.
 21. Линейное многообразие. Свойства. Размерность линейного многообразия. Примеры.
 22. Система линейных уравнений (СЛУ). Исследование и решение СЛУ. Равносильность систем. Теорема о равносильности исходной системы и системы, полученной из нее умножением на невырожденную матрицу
 23. Теорема Крамера. Правило Крамера.
 24. Теорема Кронекера-Капелли.
 25. Схема исследования совместной системы. Теорема о равносильности исходной системы «укороченной» системе.
 26. Исследование совместной системы (2 случая). Общее решение системы (через свободные неизвестные).
 27. Исследование и решение СЛУ с трапециевидной основной матрицей. Теорема о совместности СЛУ с трапециевидной матрицей.
 28. Элементарные преобразования систем уравнений. Теорема о равносильности исходной системы и системы, полученной из нее элементарными преобразованиями. Метод Гаусса исследования и решения СЛУ.
 29. Однородные СЛУ. Теорема о ненулевых решениях однородной СЛУ. Следствия.
 30. Однородные СЛУ. Линейное подпространство решений однородной СЛУ.
 31. Фундаментальная система решений (ФСР) однородной СЛУ. Размерность подпространства решений однородной СЛУ. Общее решение однородной СЛУ.
 32. Линейное многообразие решений неоднородной СЛУ. Связь между решениями неоднородной и приведенной однородной СЛУ (общее решение неоднородной СЛУ через ФСР).
 33. Понятие комплексного числа. Операции над комплексными числами. Комплексная плоскость. Геометрический смысл сложения комплексных чисел.
 34. Тригонометрическая форма комплексного числа (теорема о возможности представления ненулевого компл. числа в тригоном. форме). Свойства модуля и аргумента. Умножение и деление компл. чисел, представленных в тригонометрической форме.
 35. N-ая степень компл. числа. Формула Муавра. Корень N-ой степени из компл. числа. Нахождение корней. Расположение корней на комплексной плоскости.
-
1. Группы. Примеры. Простейшие свойства группы. Абелевы группы. Подгруппа. Примеры. Признак подгруппы.
 2. Изоморфизм групп. Примеры. Простейшие свойства изоморфизма.
 3. Кольца. Примеры. Простейшие свойства колец. Подкольцо. Примеры. Делители нуля.
 4. Поле. Примеры. Свойства полей. Подполе.
 5. Понятие многочлена. Операции над многочленами. Свойства сложения и умножения многочленов.
 6. Кольцо многочленов над произвольным полем.
 7. Делимость в кольце многочленов $P[x]$. Свойства делимости.
 8. Теорема о делении с остатком.
 9. НОД в кольце многочленов $P[x]$. Теорема о существовании НОД. Алгоритм Евклида.
 10. Значение многочлена. Корень многочлена. Теорема Безу. Следствие.
 11. Схема Горнера (обоснование). Применения схемы Горнера.
 12. Теорема о количестве корней многочлена n-ой степени. Кратность корня.
 13. Алгебраическая замкнутость поля. Многочлены над полем компл. чисел C . Основная теорема алгебры. Разложение многочлена на множители. Каноническое разложение многочлена.
 14. Формулы Виета (вывод).

15. Многочлены над полем вещественных чисел \mathbb{R} .
16. Теорема о каноническом разложении многочлена над полем \mathbb{R} .
17. Неприводимые многочлены над произвольным полем. Свойства неприводимых многочленов.
18. Теорема о разложении многочлена в произведение неприводимых многочленов. Неприводимые многочлены над полями \mathbb{C} и \mathbb{R} .
19. Интерполяция. Существование и единственность решения задачи интерполяции. Многочлен Лагранжа.
20. Линейное пространство. Примеры линейных пространств. Простейшие свойства линейных пространств. Линейная (не)зависимость системы векторов. Свойства.
21. Базис и размерность линейного пространства. Примеры. Теорема о неполном базисе. Координаты вектора в данном базисе.
22. Пересечение и сумма подпространств. Формула Грассмана.
23. Прямая сумма подпространств. Примеры. Признак прямой суммы. Следствие.
24. Дополнительное подпространство. Пример. Теорема о существовании дополнительного подпространства.
25. Линейные операторы. Примеры. Простейшие свойства линейных операторов.
26. Задание линейного оператора образами базисных векторов.
27. Матрица оператора. Связь между координатами вектора и его образа.
28. Связь между матрицами оператора в различных базисах.
29. Сумма линейных операторов. Произведение линейного оператора на число (скаляр). Линейность суммы операторов и произведения оператора на число. Линейное пространство операторов.
30. Сумма линейных операторов и произведение линейного оператора на число (скаляр). Матрицы суммы операторов и произведения оператора на число. Изоморфизм пространств $L(V, W)$ и $M_{n \times n}$.
31. Произведение линейных операторов. Примеры. Свойства. Матрица произведения операторов.
32. Образ и ядро линейного оператора. Примеры. Образ и ядро как подпространства. Образ линейного оператора как линейная оболочка базисных векторов.
33. Ранг и дефект линейного оператора. Теорема о ранге и дефекте. Теорема “о наиболее простой форме матрицы линейного оператора”.
34. Линейные операторы, действующие в одном пространстве. Определитель линейного оператора. Подобные матрицы.
35. Обратный оператор Существование и единственность. Линейность обратного оператора.
36. Инвариантные подпространства. Примеры. Теорема о существовании базиса, где матрица оператора имеет квазитреугольную форму. Теорема о существовании базиса, где матрица оператора имеет квазидиагональную форму.
37. Собственные значения и собственные векторы оператора. Примеры. Собственное подпространство W_λ оператора A , отвечающее собственному значению λ .
38. Собственные значения и собственные векторы оператора. Теорема о линейной независимости собственных векторов, отвечающих различным собственным значениям.
39. Характеристический многочлен матрицы. Теорема о характеристических многочленах подобных матриц. Характеристический многочлен оператора. Условие существования собственных векторов.
40. Условие существования собственных векторов. Алгоритм нахождения собственных векторов. Пример.

Примерный перечень задач к экзамену

1. Вычислить $A = \begin{bmatrix} 5 & 8 & -4 \\ 6 & 9 & -5 \\ 4 & 7 & -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 4 & -1 & 3 \\ 9 & 6 & 5 \end{bmatrix}$.

2. Вычислить значение многочлена $f(x) = 3x^2 - x$ от матрицы A , если $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$.

3. Вычислить $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{bmatrix}^2$.

4. Вычислить определитель матрицы $\begin{bmatrix} -1 & 5 & 4 \\ 3 & -2 & 0 \\ -1 & 3 & 6 \end{bmatrix}$.

5. Вычислить определитель матрицы $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & a \\ 1 & 0 & 1 & b \\ 1 & 1 & 0 & c \\ a & b & c & d \end{bmatrix}$.

6. Найти обратную к матрице $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{bmatrix}$.

7. Найти обратную к матрице используя элементарные преобразования $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}$.

8. Решить матричное уравнение $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$.

9. Найти ранг матрицы используя элементарные преобразования $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 1 & 1 \\ 5 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$.

10. Найти ранг матрицы методом окаймления миноров $\begin{bmatrix} 8 & 2 & 2 & -1 & 1 \\ 1 & 7 & 4 & -2 & 5 \\ -2 & 4 & 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$.

11. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей: $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & -3 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$.

12. Построить многочлен Лагранжа по данной таблице значений:

x	0	1	2
---	---	---	---

$f(x)$	-1	0	7
--------	----	---	---

13. Найти матрицу оператора дифференцирования в пространстве многочленов $R[x]_n$.

14. Построить многочлен со старшим коэффициентом 1, имеющий: а) корни 2, -1, $1+i$ и $-i$; б) тройной корень -1 и простой корень.

15. Представить рациональную дробь в виде суммы простейших дробей:

$$\frac{x}{(x+1)(x^2+1)^2}.$$

16. Определить кратность корня x_0 многочлена $f(x)$:

$$f(x) = x^5 - 5x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 4x - 8, \quad x_0 = 2.$$

17. Найти наибольший общий делитель многочленов:

$$x^5 + 3x^2 - 2x + 2 \text{ и } x^6 + x^5 + x^4 - 3x^2 + 2x - 6.$$

18. Представить рациональную дробь в виде суммы простейших дробей:

$$\frac{x}{(x+1)(x^2+1)^2}.$$

19. Определить кратность корня x_0 многочлена $f(x)$:

$$f(x) = x^5 - 5x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 4x - 8, \quad x_0 = 2.$$

20. Найти наибольший общий делитель многочленов:

$$x^5 + 3x^2 - 2x + 2 \text{ и } x^6 + x^5 + x^4 - 3x^2 + 2x - 6.$$

21. Представить рациональную дробь в виде суммы простейших дробей:

$$\frac{x}{(x+1)(x^2+1)^2}.$$

22. Определить кратность корня x_0 многочлена $f(x)$:

$$f(x) = x^5 - 5x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 4x - 8, \quad x_0 = 2.$$

23. Найти наибольший общий делитель многочленов:

$$x^5 + 3x^2 - 2x + 2 \text{ и } x^6 + x^5 + x^4 - 3x^2 + 2x - 6.$$

24. Найти какой-нибудь базис системы векторов и выразить через этот базис остальные векторы системы:

$$a_1 = (2, -1, 3, 5), \quad a_2 = (4, -3, 1, 3), \quad a_3 = (3, -2, 3, 4), \quad a_4 = (4, -1, -15, 17).$$

25. Образуют ли группу рациональные числа, отличные от нуля, относительно умножения.

26. Найти матрицу линейного оператора $Af(x) = f(3x+5)$ в пространстве многочленов $R[x]_2$.

27. Является ли линейным оператором в соответствующем векторном пространстве отображение $(x_1, x_2, x_3) \rightarrow (x_1 + 3x_3, x_2^3, x_2 + x_3)$.
28. Найти ядро и образ оператора $Af(x) = f(x+1) - f(x)$, где $f(x) \in R[x]_n$.
29. Найти все инвариантные подпространства оператора дифференцирования действующей в пространстве $R[x]_n$.
30. Найти матрицу перехода от базиса $e_1 = (1, 0)$, $e_2 = (1, 1)$ к базису $g_1 = (0, 1)$, $g_2 = (1, 1)$.
Написать формулу для связи координат в разных базисах.
31. Найти базис и размерность линейного подпространства пространства V^n : все n -мерные векторы, у которых координаты с четными номерами равны нулю.
32. Разложить многочлен $x^3 - 2x^2 + x - 2$ на неприводимые множители над полем вещественных чисел R .
33. Разложить многочлен $x^3 - x^2 + x - 1$ на неприводимые множители над полем комплексных чисел.
34. Является ли группой множество нижних треугольных матриц относительно умножения.
35. Является ли кольцом множество вещественных чисел вида $x + \sqrt{2}y$, $x, y \in Z$.
36. Является ли полем множество вещественных чисел вида $x + \sqrt{2}y$, $x, y \in Z$.
37. Изоморфны ли следующие группы: множество четных чисел относительно сложения и множество чисел кратных 5 относительно сложения.

Образец экзаменационного билета:

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Башкирский государственный университет»
Сибайский институт (филиал)

Естественно-математический факультет
Кафедра прикладной математики и информационных технологий

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №1
по дисциплине «Алгебра»

Направление «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)»
Профиль «Математика. Физика»

1. Понятие многочлена. Операции над многочленами. Свойства сложения и умножения многочленов.

2. Условие существования собственных векторов. Алгоритм нахождения собственных векторов. Пример.
3. Определить кратность корня x_0 многочлена $f(x) = x^5 - 5x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 4x - 8$, $x_0 = 2$.

Утверждено на заседании кафедры _____, протокол № ____
(дата)

Заведующий кафедрой _____
(подпись) (Ф.И.О.)

Перевод оценки из 100-балльной в четырех балльную производится следующим образом:

- отлично - от 80 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов);
- хорошо - от 60 до 79 баллов;
- удовлетворительно - от 45 до 59 баллов;
- неудовлетворительно - менее 45 баллов.

Критерии оценки экзамена (в баллах):

- **25-30 баллов** выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы билета, продемонстрировал знание функциональных возможностей, терминологии, основных элементов, умение применять теоретические знания при выполнении практических заданий. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы. Практическая часть работы выполнена полностью без неточностей и ошибок;

- **17-24 баллов** выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности. При выполнении практической части работы допущены несущественные ошибки;

- **10-16 баллов** выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос. Студент не решил задачу или при решении допущены грубые ошибки;

- **1-10 баллов** выставляется студенту, если ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Обнаруживается отсутствие навыков применения теоретических знаний при выполнении практических заданий. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос.

5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

- 1) Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. (Реком.МоРФ) - М.: Физматлит, 2002.- 320 с.
- 2) Кострикин А.И. Введение в алгебру: Ч.І. Основы алгебры : учебник : [Реком. МоРФ] / А.И. Кострикин. - 2-е изд., испр. - М.: Физматлит, 2001. - 272 с.
- 3) Кострикин А.И. Введение в алгебру: Ч.ІІ. Линейная алгебра : учебник : [Реком. МоРФ] / А.И. Кострикин. - 2-е изд., испр. - М.: Физматлит, 2001. - 368 с.
- 4) Кострикин А.И. Введение в алгебру: Ч.ІІІ. Основные структуры : учебник : [Реком. МоРФ] / А.И. Кострикин. - 2-е изд., испр. - М.: Физматлит, 2001. - 272 с.
- 5) Проскураков И.В. Сборник задач по алгебре. (Реком.МоРФ) М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2001. - 384 с.
- 6) Авт.-сост.: Гумеров И.С., Муртазина С.А. Практикум по алгебре. Части 1,2. Издательство: РИЦБашГУ, 2013 (ЭБС БашГУ);

Дополнительная литература:

- 7) Винберг, Э. Б. Курс алгебры : учебник / Э. Б. Винберг. – Москва : МЦНМО, 2011. – 591 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63299> . – Текст : электронный.
- 8) Иванова, С. А. Линейная алгебра : учебное пособие : [16+] / С. А. Иванова, В. А. Павский ; Кемеровский государственный университет. – 2-е изд., перераб. и доп. – Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2019. – 125 с. : ил., табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=573547> – Текст : электронный.
- 9) Романников, А. Н. Линейная алгебра : учебное пособие / А. Н. Романников. – Москва : Московский государственный университет экономики, статистики и информатики, 2007. – 148 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=91062>. – Текст : электронный.
- 10) Туганбаев, А. А. Линейная алгебра : учебное пособие / А. А. Туганбаев. – 2-е изд., стер. – Москва : ФЛИНТА, 2017. – 75 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=115141> (дата обращения: 20.01.2022). – ISBN 978-5-9765-1407-2. – Текст : электронный.

5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины

1. ЭБС «Университетская библиотека online» - www.biblioclub.ru;
2. ЭБС изд-ва «Лань» - www.e.lanbook.com;
3. <http://www.exponenta.ru> –образовательный математический сайт;
4. <http://www.mccme.ru> - сайт Московского центра непрерывного математического образования.

6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Перечень специальных помещений и используемого лицензионного программного обеспечения представлен в справке о материально-техническом обеспечении ОП ВО по направлению подготовки Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (<http://www.sibsu.ru/sveden/education>).

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
СИБАЙСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ) БАШГУ
ЕСТЕСТВЕННО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

дисциплины Алгебра на 1, 2 семестры

очной формы обучения

Вид работы	Объем дисциплины
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	7 / 252
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	
Лекций	36
практических/ семинарских	82
лабораторных	
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем) (ФКР)	1,2
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	105,8
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	27

Форма(ы) контроля:

экзамен 2 семестр

1 семестр

п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)				Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)	Задания по самостоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости
		ЛК	ПР/СЕМ	ЛР	СРС			
1	2	4	5	6	7	8	9	10
1.	Матрицы, их виды. Алгебра матриц. Сложение матриц и умножение матрицы на число. Умножение матриц. Транспонирование матрицы.	2	6		7	1 – 10	Решение задач	Опрос, проверка домашнего задания, самостоятельная работа
2.	Определители второго и третьего порядков. Определители n-го порядка. Свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа. Вычисление определителей.	2	6		7	1 – 10	Изучение допол. материала	Опрос, проверка домашнего задания, самостоятельная работа
3.	Элементарные преобразования. Теорема об основном процессе (приведение матрицы к ступенчатому виду). Матрицы элементарных преобразований. Метод Гаусса.	2	6		7	1 – 10	Решение задач	Опрос, проверка домашнего задания, самостоятельная работа
4.	Обратная матрица. Критерий обратимости. Способы нахождения обратной матрицы.	1	6		7	1 – 10	Решение задач	Опрос, проверка домашнего задания, самостоятельная работа

5.	Линейные пространства. Примеры (пространство R^n). Линейная зависимость векторов.	1	6		7	1 – 10	Решение задач	Опрос, проверка домашнего задания, самостоятельная работа
6.	Ранг матрицы. Способы вычисления ранга матрицы.	2	6		7	1 – 10	Решение задач	Опрос, проверка домашнего задания, самостоятельная работа
7.	Базис и размерность линейного пространства. Линейное подпространство и линейное многообразие.	2	4		7	1 – 10	Изучение допол. материала	Опрос, проверка домашнего задания, самостоятельная работа
8	Системы линейных алгебраических уравнений. Решение систем по методу (правилу) Крамера.	2	4		7	1 – 10	Решение задач	Опрос, проверка домашнего задания, самостоятельная работа
9	Теорема Кронекера-Капелли. Применение метода Гаусса для исследования и решения систем линейных уравнений.	2	4		7	1 – 10	Решение задач	Опрос, проверка домашнего задания, самостоятельная работа
10	Линейное подпространство решений однородной системы. Линейное многообразие решений неоднородной системы. Общее решение неоднородной системы.	2	4		7	1 – 10		Опрос, проверка домашнего задания, самостоятельная работа
11	Комплексные числа. Модуль и аргумент комплексного числа. Формула Муавра. Корни из единицы.	0	2		2,8	1 – 10	Изучение допол. материала	Опрос, проверка домашнего задания, самостоятельная работа
	Всего часов:	18	54		72			

2 семестр

п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)				Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)	Задания по самостоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости
		ЛК	ПР/СЕМ	ЛР	СРС			
1	2	4	5	6	7	8	9	10
1.	Множества. Отображения. Алгебраические структуры (группы, кольца, поля).	2	2		3	1 – 10	Решение задач	Опрос, проверка домашнего задания, самостоятельная работа
2.	Многочлены. Кольцо многочленов. Делимость в кольце многочленов. Корни многочленов.	2	4		3	1 – 10	Изучение доп. материала	Опрос, проверка домашнего задания, самостоятельная работа
3.	Многочлены над полем комплексных чисел. Основная теорема алгебры и следствия из нее. Каноническое разложение многочленов над полем \mathbb{C} .	2	2		3	1 – 10	Решение задач	Опрос, проверка домашнего задания, самостоятельная работа
4.	Многочлены над полем действительных чисел. Каноническое разложение многочленов над полем \mathbb{R} .	2	2		3	1 – 10	Решение задач	Опрос, проверка домашнего задания, самостоятельная работа
5	Интерполяция. Интерполяционный многочлен Лагранжа. * Многочлены Ньютона, Эрмита.	2	4		3	1 – 10	Решение задач	Опрос, проверка домашнего задания, самостоятельная работа

6	Линейное пространство над произвольным полем. Базис и размерность линейного пространства. Изоморфизм линейных пространств. Линейные подпространства и линейные оболочки.	1	2		3	1 – 10	Решение задач	Опрос, проверка домашнего задания, самостоятельная работа
7	Линейные операторы в линейных пространствах. Матрица линейного оператора. Линейное пространство операторов. Умножение линейных операторов.	1	2		3	1 – 10	Изучение допол. материала	Опрос, проверка домашнего задания, самостоятельная работа
8	Образ и ядро линейного оператора. Ранг и дефект оператора.	2	2		4	1 – 10	Решение задач	Опрос, проверка домашнего задания, самостоятельная работа
9	Линейные операторы, действующие в одном пространстве. Обратный оператор.	2	4		4	1 – 10	Решение задач	Опрос, проверка домашнего задания, самостоятельная работа
10	Инвариантные подпространства. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Характеристический многочлен. Спектр оператора.	2	4		4,8	1 – 10	Решение задач	Опрос, проверка домашнего задания, самостоятельная работа
	Всего часов:	18	28		33,8			

