

ФГБОУ ВО «УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»
СИБАЙСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ) УУН_{ИТ}
ЕСТЕСТВЕННО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Утверждено:
на заседании кафедры
протокол № 11 от «31» мая 2023 г.

Зав. кафедрой  / Гумеров И.С.



Согласовано:

Председатель УМК
математического факультета



/ Ильбулова Г.Р

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Дисциплина **МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ (ЧАСТ 3)**

(наименование дисциплины)

Часть, формируемая участниками образовательных отношений

(обязательная часть или часть, формируемая участниками образовательных отношений, факультатив)

программа бакалавриата

Направление подготовки

01.03.02 Прикладная математика и информатика

(указывается код и наименование направления подготовки)

Направленность (профиль) подготовки

Прикладная математика и информационные технологии

(указывается наименование направленности (профиля) подготовки)

Квалификация

бакалавр

(указывается квалификация)

Разработчик (составитель)

доцент, к.ф-м.н.

(должность, ученая степень, ученое звание)



/ Музафаров С.М.

Для приема: 2023 г.

Сибай 2023 г.

Составитель: Музафаров С.М.

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры прикладной математики и информационных технологий протокол № 11 от «31» мая 2023 г.

И.о. заведующего кафедрой Г/Гумеров И.С.

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины _____
утверждены на заседании кафедры, протокол № ____ от « ____ » _____ 20 ____ г.

Заведующий кафедрой _____ / _____ /

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины _____
утверждены на заседании кафедры, протокол № ____ от « ____ » _____ 20 ____ г.

Заведующий кафедрой _____ / _____ /

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины _____
утверждены на заседании кафедры, протокол № ____ от « ____ » _____ 20 ____ г.

Заведующий кафедрой _____ / _____ /

Список документов и материалов

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций
2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы
3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)
4. Фонд оценочных средств по дисциплине
 - 4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине
 - 4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине.
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины
 - 5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины
 - 5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины
6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций

По итогам освоения дисциплины обучающийся должен достичь следующих результатов обучения:

Категория (группа) компетенций	Формируемая компетенция (с указанием кода)	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
Профессиональные компетенции	ПК-2: Владеет навыками обучения по предмету математика.	ПК-1.1 Знать: -основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; -представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений; -теорию и методику преподавания математики; -специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и ограниченно используется в семье и ближайшем окружении.	<i>Знать:</i> -основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; -представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений; -теорию и методику преподавания математики; -специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и ограниченно используется в семье и ближайшем окружении.
		ПК-1.2. Умеет - совместно с обучающимися строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических и иных контекстах, понимать рассуждение обучающихся; -анализировать предлагаемое обучающимся рассуждение с результатом: подтверждение его правильности или нахождение ошибки и анализ причин ее возникновения; помогать обучающимся в	Умеет - совместно с обучающимися строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических и иных контекстах, понимать рассуждение обучающихся; -анализировать предлагаемое обучающимся рассуждение с результатом: подтверждение его правильности или нахождение ошибки и анализ причин ее возникновения; помогать обучающимся в

		самостоятельной локализации ошибки, ее исправлении; оказывать помощь в улучшении (обобщении, сокращении, более ясном изложении) рассуждения -формировать у обучающихся убеждение в абсолютности математической истины и математического доказательства, предотвращать формирование модели поверхностной имитации действий, ведущих к успеху, без ясного понимания смысла; поощрять выбор различных путей в решении поставленной задачи.	самостоятельной локализации ошибки, ее исправлении; оказывать помощь в улучшении (обобщении, сокращении, более ясном изложении) рассуждения -формировать у обучающихся убеждение в абсолютности математической истины и математического доказательства, предотвращать формирование модели поверхностной имитации действий, ведущих к успеху, без ясного понимания смысла; поощрять выбор различных путей в решении поставленной задачи.
		ПК-1.3. Владеть: - способностью логического рассуждения и коммуникации, установки на использование этой способности, на ее ценность; -способностью постижения основ математических моделей реального объекта или процесса, применения моделирования для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; -навыками формирования конкретных знаний, умений и навыков в области математики и информатики; -навыками формирования внутренней (мысленной) модели математической ситуации (включая пространственный образ); -навыками формирования у обучающихся умения проверять математическое доказательство, приводить опровергающий пример; -навыками формирования у обучающихся умения выделять подзадачи в задаче, перебирать возможные варианты объектов и действий.	<i>Владеть:</i> - способностью логического рассуждения и коммуникации, установки на использование этой способности, на ее ценность; -способностью постижения основ математических моделей реального объекта или процесса, применения моделирования для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; -навыками формирования конкретных знаний, умений и навыков в области математики и информатики; -навыками формирования внутренней (мысленной) модели математической ситуации (включая пространственный образ); -навыками формирования у обучающихся умения проверять математическое доказательство, приводить опровергающий пример; -навыками формирования у обучающихся умения выделять подзадачи в задаче, перебирать возможные варианты объектов и действий.

2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Математический анализ (часть 3)» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений. Дисциплина изучается на 2 курсе в 3 семестре.

Целью учебной дисциплины «**Математический анализ (часть 3)**» является: овладение основными понятиями и методами математического анализа, являющегося базовым в математической науке и ее приложениях; развитие логического мышления; повышение уровня математической культуры.

Для освоения дисциплины необходимы компетенции, сформированные в рамках изучения курса «Алгебра и начала анализа», по программе общеобразовательной школы; дисциплины «Аналитическая геометрия», «Математический анализ», «Математический анализ (часть 2)». Курс математического анализа (часть 3), является фундаментальным курсом, необходимым для дальнейшего изучения других дисциплин.

3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)

Содержание рабочей программы представлено в Приложении №1.

4. Фонд оценочных средств по дисциплине

4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Код и формулировка компетенции:

ПК-2: Владеет навыками обучения по предмету математика.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания результатов обучения	
		«Не зачтено»	«Зачтено»
ПК-2.1 Знать: -основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; -представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений; -теорию и методику преподавания математики; -специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и	<i>Знать:</i> -основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; -представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений; -теорию и методику преподавания математики; -специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и ограниченно используется в семье и ближайшем окружении.	Не знает: основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; -представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений; -теорию и методику преподавания математики; -специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и ограниченно используется в семье и ближайшем окружении.	Сформированное и систематизированное знания: основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; -представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений; -теорию и методику преподавания математики; -специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и ограниченно используется в семье и ближайшем окружении.

ограниченно используется в семье и ближайшем окружении.			
ПК-2.2. Умеет - совместно с обучающимися строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических и иных контекстах, понимать рассуждение обучающихся; -анализировать предлагаемое обучающимся рассуждение с результатом: подтверждение его правильности или нахождение ошибки и анализ причин ее возникновения; помогать обучающимся в самостоятельной локализации ошибки, ее исправлении; оказывать помощь в улучшении (обобщении, сокращении, более ясном изложении) рассуждения -формировать у обучающихся убеждение в абсолютности математической истины и математического доказательства, предотвращать формирование модели поверхностной имитации действий, ведущих к успеху, без ясного понимания смысла; поощрять выбор различных путей в решении поставленной задачи.	Умеет - совместно с обучающимися строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических и иных контекстах, понимать рассуждение обучающихся; -анализировать предлагаемое обучающимся рассуждение с результатом: подтверждение его правильности или нахождение ошибки и анализ причин ее возникновения; помогать обучающимся в самостоятельной локализации ошибки, ее исправлении; оказывать помощь в улучшении (обобщении, сокращении, более ясном изложении) рассуждения -формировать у обучающихся убеждение в абсолютности математической истины и математического доказательства, предотвращать формирование модели поверхностной имитации действий, ведущих к успеху, без ясного понимания смысла; поощрять выбор различных путей в решении поставленной задачи.	Демонстрирует поверхностные умения: - совместно с обучающимися строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических и иных контекстах, понимать рассуждение обучающихся; -анализировать предлагаемое обучающимся рассуждение с результатом: подтверждение его правильности или нахождение ошибки и анализ причин ее возникновения; помогать обучающимся в самостоятельной локализации ошибки, ее исправлении; оказывать помощь в улучшении (обобщении, сокращении, более ясном изложении) рассуждения -формировать у обучающихся убеждение в абсолютности математической истины и математического доказательства, предотвращать формирование модели поверхностной имитации действий, ведущих к успеху, без ясного понимания смысла; поощрять выбор различных путей в решении поставленной задачи.	Показывает весь комплекс умений: - совместно с обучающимися строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических и иных контекстах, понимать рассуждение обучающихся; -анализировать предлагаемое обучающимся рассуждение с результатом: подтверждение его правильности или нахождение ошибки и анализ причин ее возникновения; помогать обучающимся в самостоятельной локализации ошибки, ее исправлении; оказывать помощь в улучшении (обобщении, сокращении, более ясном изложении) рассуждения -формировать у обучающихся убеждение в абсолютности математической истины и математического доказательства, предотвращать формирование модели поверхностной имитации действий, ведущих к успеху, без ясного понимания смысла; поощрять выбор различных путей в решении поставленной задачи.

ПК-2.3. Владеть: - способностью логического рассуждения и коммуникации, установки на использование этой способности, на ее ценность; -способностью постижения основ математических моделей реального объекта или процесса, применения моделирования для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; -навыками формирования конкретных знаний, умений и навыков в области математики и информатики; -навыками формирования внутренней (мысленной) модели математической ситуации (включая пространственный образ); -навыками формирования у обучающихся умения проверять математическое доказательство, приводить опровергающий пример; -навыками формирования у обучающихся умения выделять подзадачи в задаче, перебирать возможные варианты объектов и действий.	<i>Владеть:</i> - способностью логического рассуждения и коммуникации, установки на использование этой способности, на ее ценность; -способностью постижения основ математических моделей реального объекта или процесса, применения моделирования для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; -навыками формирования конкретных знаний, умений и навыков в области математики и информатики; -навыками формирования внутренней (мысленной) модели математической ситуации (включая пространственный образ); -навыками формирования у обучающихся умения проверять математическое доказательство, приводить опровергающий пример; -навыками формирования у обучающихся умения выделять подзадачи в задаче, перебирать возможные варианты объектов и действий.	Не демонстрирует навыков: - способностью логического рассуждения и коммуникации, установки на использование этой способности, на ее ценность; -способностью постижения основ математических моделей реального объекта или процесса, применения моделирования для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; -навыками формирования конкретных знаний, умений и навыков в области математики и информатики; -навыками формирования внутренней (мысленной) модели математической ситуации (включая пространственный образ); -навыками формирования у обучающихся умения проверять математическое доказательство, приводить опровергающий пример; -навыками формирования у обучающихся умения выделять подзадачи в задаче, перебирать возможные варианты объектов и действий.	Демонстрирует сформированные навыки: - способностью логического рассуждения и коммуникации, установки на использование этой способности, на ее ценность; -способностью постижения основ математических моделей реального объекта или процесса, применения моделирования для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; -навыками формирования конкретных знаний, умений и навыков в области математики и информатики; -навыками формирования внутренней (мысленной) модели математической ситуации (включая пространственный образ); -навыками формирования у обучающихся умения проверять математическое доказательство, приводить опровергающий пример; -навыками формирования у обучающихся умения выделять подзадачи в задаче, перебирать возможные варианты объектов и действий.
--	---	---	--

Код и формулировка компетенции:

ПК-2: Владеет навыками обучения по предмету математика.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания результатов обучения			
		2 («Не удовлетворительно»)	3 («Удовлетворительно»)	4 («Хорошо»)	5 («Отлично»)
ПК-2.1 Знать: -основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; -представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений; -теорию и методику преподавания математики; -специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и ограниченно используется в семье и ближайшем окружении.	<i>Знать:</i> -основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; -представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений; -теорию и методику преподавания математики; -специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и ограниченно используется в семье и ближайшем окружении.	Не обладает: -основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; -представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений; -теорию и методику преподавания математики; -специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и ограниченно используется в семье и ближайшем окружении.	Обладает на удовлетворительном уровне: -основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; -представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений; -теорию и методику преподавания математики; -специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и ограниченно используется в семье и ближайшем окружении.	Обладает на хорошем уровне: -основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; -представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений; -теорию и методику преподавания математики; -специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и ограниченно используется в семье и ближайшем окружении.	Обладает на отличном уровне: -основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; -представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений; -теорию и методику преподавания математики; -специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и ограниченно используется в семье и ближайшем окружении.
ПК-2.2. Умеет -совместно с обучающимися строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических и иных контекстах, понимать	Умеет -совместно с обучающимися строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических контекстах, понимать	Не умеет использовать: совместно с обучающимися строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических и иных контекстах, понимать	Слабо умеет использовать: совместно с обучающимися строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических и иных контекстах, понимать	Хорошо умеет использовать: совместно с обучающимися строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических и иных контекстах, понимать	Уверенно умеет использовать: совместно с обучающимися строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических и иных контекстах, понимать

варианты объектов и действий.	задаче, перебирать возможные варианты объектов и действий.	задаче, перебирать возможные варианты объектов и действий.	подзадачи в задаче, перебирать возможные варианты объектов и действий сформированы слабо	подзадачи в задаче, перебирать возможные варианты объектов и действий.	подзадачи в задаче, перебирать возможные варианты объектов и действий.
-------------------------------	--	--	--	--	--

4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Оценочные средства
ПК-2.1 Знать: -основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; -представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений; -теорию и методику преподавания математики; -специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и ограничено используется в семье и ближайшем окружении. ПК-2.2. Умеет - совместно с обучающимися строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических и иных контекстах, понимать рассуждение обучающихся; -анализировать предлагаемое обучающимся рассуждение с результатом: подтверждение его правильности или нахождение ошибки и анализ причин ее возникновения; помогать обучающимся в самостоятельной локализации ошибки, ее исправлении; оказывать помощь в улучшении (обобщении, сокращении, более ясном изложении) рассуждения	Знать: -основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; -представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений; -теорию и методику преподавания математики; -специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и ограничено используется в семье и ближайшем окружении.	Индивидуальный опрос; Групповой опрос; Решение задач; Тесты; Контрольные работы
	Умеет - совместно с обучающимися строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических и иных контекстах, понимать рассуждение обучающихся; -анализировать предлагаемое обучающимся рассуждение с результатом: подтверждение его правильности или нахождение ошибки и анализ причин ее возникновения; помогать обучающимся в самостоятельной локализации ошибки, ее исправлении; оказывать помощь в улучшении (обобщении, сокращении, более ясном изложении) рассуждения -формировать у обучающихся убеждение в абсолютности математической истины и математического доказательства,	Индивидуальный опрос; Групповой опрос; Решение задач; Тесты; Контрольные работы

-формировать у обучающихся убеждение в абсолютности математической истины и математического доказательства, предотвращать формирование модели поверхностной имитации действий, ведущих к успеху, без ясного понимания смысла; поощрять выбор различных путей в решении поставленной задачи.	предотвращать формирование модели поверхностной имитации действий, ведущих к успеху, без ясного понимания смысла; поощрять выбор различных путей в решении поставленной задачи.	
ПК-2.3. Владеть навыками: - способностью логического рассуждения и коммуникации, установки на использование этой способности, на ее ценность; -способностью постижения основ математических моделей реального объекта или процесса, применения моделирования для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; -навыками формирования конкретных знаний, умений и навыков в области математики и информатики; -навыками формирования внутренней (мысленной) модели математической ситуации (включая пространственный образ); -навыками формирования у обучающихся умения проверять математическое доказательство, приводить опровергающий пример; -навыками формирования у обучающихся умения выделять подзадачи в задаче, перебирать возможные варианты объектов и действий.	Имеет: - способностью логического рассуждения и коммуникации, установки на использование этой способности, на ее ценность; -способностью постижения основ математических моделей реального объекта или процесса, применения моделирования для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; -навыками формирования конкретных знаний, умений и навыков в области математики и информатики; -навыками формирования внутренней (мысленной) модели математической ситуации (включая пространственный образ); -навыками формирования у обучающихся умения проверять математическое доказательство, приводить опровергающий пример; -навыками формирования у обучающихся умения выделять подзадачи в задаче, перебирать возможные варианты объектов и действий.	Подготовка докладов (рефератов); Индивидуальный опрос; Групповой опрос; Решение задач; Тесты; Контрольные работы; Вопросы экзамена

Критериями оценивания при *модульно-рейтинговой системе* являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины (*для зачета*: текущий контроль – максимум 50 баллов; рубежный контроль – максимум 50 баллов, поощрительные баллы – максимум 10)

Шкалы оценивания:

для зачета:

зачтено – от 60 до 110 рейтинговых баллов (включая 10 поощрительных баллов),
не зачтено – от 0 до 59 рейтинговых баллов).

Критериями оценивания при *модульно-рейтинговой системе* являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины (*для экзамена*: текущий контроль – максимум 70 баллов; рубежный контроль – максимум 30 баллов, поощрительные баллы – максимум 10)

Шкалы оценивания:

Для экзамена: от 45 до 59 баллов – «удовлетворительно»; от 60 до 79 баллов – «хорошо»; от 80 баллов – «отлично».

Показатели сформированности компетенции (для студентов очно-заочной формы обучения). Критерии оценивания экзамена:

Оценка «отлично» выставляется, если студент свободно оперирует терминологическим понятием, свободно разбирается в разделах дисциплины, демонстрирует творческое отношение к предмету и знание учебной литературы.

Оценка «хорошо» выставляется, если студент хорошо владеет терминологическим понятием (допуская некоторые неточности), хорошо разбирается в темах и разделах дисциплины, проявляет трудолюбие в работе с учебной литературой.

Оценка «удовлетворительно» выставляется: при удовлетворительном оперировании основным терминологическими понятиями дисциплины (допуская некоторые ошибки в ответе), при посредственном знании разделов и тем дисциплины, при слабом знании учебной литературы по дисциплине.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется: при отсутствии умения оперирования терминологическим понятием дисциплины, при отсутствии знаний по разделам и темам дисциплины, при отсутствии знаний учебной литературы по дисциплине.

Рейтинг-план дисциплины

Математический анализ (часть 3)

направление Прикладная математика и информатика
курс 2, семестр 3

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
Модуль 1 Ряды				
Текущий контроль				
1. Аудиторная работа			5	5
1. Письменная контрольная работа №1			5	10
Рубежный контроль				<u>25</u>
1. Письменная контрольная работа № 2			5	10
Модуль 2 Нормированные пространства. Кратные интегралы.				
Текущий контроль				
1. Аудиторная работа			5	5
Рубежный контроль				<u>15</u>
1. Письменная контрольная работа №3			5	10
Модуль 3 Криволинейные и поверхностные интегралы. Теория поля				

Текущий контроль				
1. Аудиторная работа			5	5
1. Коллоквиум			10	15
Рубежный контроль				<u>30</u>
1. Письменная контрольная работа № 4			5	10
Поощрительные баллы				
2. Участие в олимпиадах, конференциях				10
Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)				
1. Посещение лекционных занятий			0	-6
2. Посещение практ. занятий			0	-10
Итоговый контроль				
1. Экзамен				30
ИТОГО			45	110

направление Прикладная математика и информатика
курс 2, семестр 3

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
Модуль 1 Ряды				
Текущий контроль			20	30
1. Аудиторная работа			3	6
2. Выполнение самостоятельных работ	1	24	12	24
3. Выполнение РГР			5	10
Рубежный контроль			30	<u>50</u>
1. Письменная контрольная работа №1, 2 (по 10 баллов)	2	5	10	20
Модуль 2, Модуль 3 Нормированные пространства. Кратные интегралы. Криволинейные и поверхностные интегралы. Теория поля				
Текущий контроль			20	30

1. Аудиторная работа			7	7
2. Выполнение самостоятельных работ	1	13	7	13
3. Выполнение РГР			6	10
Рубежный контроль			30	<u>50</u>
1. Письменная контрольная работа №3, 4 (по 10 баллов)	2	5	10	20
Поощрительные баллы				
2. Выполнение заданий повышенной трудности	2	5		10
Посещаемость (баллы вычитываются из общей суммы набранных баллов)				
1. Посещение лекционных занятий			0	-6
2. Посещение практ. занятий			0	-10
Итоговый контроль				
1. Зачет				
ИТОГО			60	110

Перечень вопросов для зачета

1. Числовые ряды. Понятие о частичной сумме. Сходимость числового ряда. Сумма числового ряда. Определение n -го остатка ряда.
2. Необходимый признак сходимости рядов; гармонический ряд.
3. Признаки сходимости положительных рядов: признаки сравнения, признаки Даламбера и Коши.
4. Признаки сходимости положительных рядов: интегральный признак Коши.
5. Знакопеременные ряды: признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимости рядов. Теорема об абсолютной сходимости.
6. Переместительные свойства сходящихся рядов.
7. Функциональные последовательности. Равномерная сходимость функциональных последовательностей.
8. Функциональные ряды. Область сходимости функционального ряда.
9. Равномерная сходимость функционального ряда. Признаки равномерной сходимости функционального ряда. Признак Вейерштрасса.
10. Свойства суммы равномерно сходящегося ряда: непрерывность, интегрируемость и дифференцируемость.
11. Степенные ряды: основные понятия. Радиус и интервал сходимости; теорема Абеля (с доказательством). Функциональные свойства сходящихся степенных рядов.
12. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение основных элементарных функций в ряды Тейлора и Маклорена.
13. Приложения теории рядов в задачах приближенных вычислений (приближенное интегрирование, вычисление значения функций, приближенное решение дифференциальных уравнений). Признак сходимости ряда Тейлора к функции, для которой он составлен.

14. Линейные и нормированные пространства; понятие нормы элемента; пространства непрерывных, дифференцируемых и интегрируемых функций.
15. Евклидовы пространства; скалярное произведение, норма, угол между векторами, ортогональный базис: евклидово пространство интегрируемых функций.
16. Ортогональные системы функций. Ряд Фурье для функции с периодом 2π . Признак сходимости ряда Фурье к функции, для которой он составлен.
17. Приближение функций ступенчатыми функциями.
18. Ряды Фурье в комплексной форме. Ряды Фурье для функций с периодом $2l$. Равномерная сходимость ряда Фурье. Теорема о равномерной сходимости без доказательства.
19. Ряды Фурье в евклидовых пространствах.
20. Интегралы, зависящие от параметра. Теоремы об дифференцировании и интегрировании без доказательства.
21. Кратные интегралы. Геометрический пример приводящей кратному интегралу. Общее понятие кратного интеграла. Критерий существования кратного интеграла. Классы интегрируемых функций. Свойства интегралов.
22. Вычисление кратного (двойного) интеграла. Замена переменной в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярной системе координат.
23. Приложения двойного интеграла: площадь плоской фигуры, объем цилиндрического тела, площадь поверхности, масса пластинки.
24. Тройной интеграл. Вычисление тройного интеграла. Замена переменных в тройном интеграле.
25. Многократные интегралы. Замена переменных.
26. Несобственные двойные интегралы: несобственный интеграл от неограниченной области, от неограниченной функции.
27. Способы задания кривой на плоскости: явное задание, параметрическое задание. Криволинейный интеграл I рода.
28. Криволинейный интеграл II рода на плоскости и в пространстве.

Экзаменационные билеты

Экзамен является оценочным средством для всех этапов освоения компетенций.

Структура экзаменационного билета: билет состоит из двух теоретических вопросов и одной задачи.

Примерные вопросы для экзамена:

29. Числовые ряды. Понятие о частичной сумме. Сходимость числового ряда. Сумма числового ряда. Теорема о свойствах сходящихся рядов (с доказательством). Определение n -го остатка ряда. Теорема о сходимости n -го остатка ряда (без доказательства).
30. Необходимый признак сходимости рядов (с доказательством); гармонический ряд.
31. Признаки сходимости положительных рядов: признаки сравнения, признаки Даламбера и Коши.
32. Признаки сходимости положительных рядов: интегральный признак Коши.
33. Знакопеременные ряды: признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимости рядов. Теорема об абсолютной сходимости (с доказательством).
34. Переместительные свойства сходящихся рядов.
35. Функциональные последовательности. Равномерная сходимость функциональных последовательностей.
36. Функциональные ряды. Область сходимости функционального ряда.

37. Равномерная сходимость функционального ряда. Признаки равномерной сходимости функционального ряда. Признак Вейерштрасса. Признак Дирихле-Харда. Признак Абеля-Харда.
38. Свойства суммы равномерно сходящегося ряда: непрерывность, интегрируемость и дифференцируемость.
39. Степенные ряды: основные понятия. Радиус и интервал сходимости; теорема Абеля (с доказательством). Функциональные свойства сходящихся степенных рядов.
40. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение основных элементарных функций в ряды Тейлора и Маклорена. Теорема о сходимости ряда Тейлора к функции, для которой он составлен (без доказательства).
41. Приложения теории рядов в задачах приближенных вычислений (приближенное интегрирование, вычисление значения функций, приближенное решение дифференциальных уравнений). Признак сходимости ряда Тейлора к функции, для которой он составлен.
42. Линейные и нормированные пространства; понятие нормы элемента; пространства непрерывных, дифференцируемых и интегрируемых функций.
43. Евклидовы пространства; скалярное произведение, норма, угол между векторами, ортогональный базис: евклидово пространство интегрируемых функций.
44. Ортогональные системы функций. Ряд Фурье для функции с периодом 2π . Признак сходимости ряда Фурье к функции, для которой он составлен. Условия на функцию, при которых ее ряд Фурье сходится к ней. Примеры.
45. Приближение функций ступенчатыми функциями. Стремление коэффициентов Фурье к нулю.
46. Интеграл Дирихле. Признаки сходимости ряда Фурье: признак сходимости Дини, признак сходимости Дирихле. Примеры.
47. Ряды Фурье в комплексной форме. Ряды Фурье для функций с периодом $2l$. Равномерная сходимость ряда Фурье. Теорема о равномерной сходимости без доказательства.
48. Ряды Фурье в евклидовых пространствах.
49. Преобразование и интеграл Фурье.
50. Интегралы, зависящие от параметра. Теоремы об дифференцировании и интегрировании без доказательства.
51. Мера множества. Мера Жордана. Свойства внутренней, внешней меры. Свойства меры Жордана. Измеримые множества. Критерий измеримости множества.
52. Кратные интегралы. Геометрический пример приводящий к кратному интегралу. Общее понятие кратного интеграла. Критерий существования кратного интеграла. Классы интегрируемых функций. Свойства интегралов.
53. Вычисление кратного (двойного) интеграла. Замена переменной в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярной системе координат.
54. Приложения двойного интеграла: площадь плоской фигуры, объем цилиндрического тела, площадь поверхности, масса пластинки.
55. Тройной интеграл. Вычисление тройного интеграла. Замена переменных в тройном интеграле. Тройной интеграл в цилиндрических координатах. Тройной интеграл в сферических координатах. Приложения тройного интеграла: объем тела, масса тела.
56. Многократные интегралы. Замена переменных.
57. Несобственные двойные интегралы: несобственный интеграл от неограниченной области, от неограниченной функции.
58. Способы задания кривой на плоскости: явное задание, параметрическое задание. Криволинейный интеграл I рода. Определение криволинейного интеграла I рода. Вычисление криволинейного интеграла I рода, в случае, когда кривая задана явно и в

случае когда кривая задана параметрически. Вычисление криволинейного интеграла в полярных координатах. Приложения.

59. Криволинейный интеграл II рода на плоскости и в пространстве. Понятие полного криволинейного интеграла. Сопоставление интегралов I и II рода. Вычисление криволинейного интеграла II рода в случае, когда кривая задана параметрически и явно.
60. Криволинейный интеграл II рода по замкнутому контуру. Вычисление площади плоской фигуры с помощью контурного интеграла. Связь криволинейного интеграла с двойным интегралом. Формула Грина. Условие независимости криволинейного интеграла от пути (лемма и теорема без доказательства).

Примерный перечень задач к экзамену

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n + (-1)^n}{3^n}$.
2. Исследовать на сходимость числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 + 2(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}}{\sqrt[3]{n^2}} \left(\frac{1}{n^{1/5}} - \arcsin \frac{1}{n^{1/5}} \right)$.
3. Исследовать на сходимость числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n (n+2)^3}{(n+5)!}$.
4. Исследовать на сходимость числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{\sqrt{n+2} \ln^3(n+1)}$.
5. Исследовать на сходимость числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} e^{-2n} \left(\frac{2n+3}{2n+1} \right)^{n^2}$.
6. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(n \sin \frac{1}{n} - e^{\frac{1}{n^2}} \right)^3$, используя выделение главной части.
7. Будет ли данный ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{\frac{n(n+1)}{2}} \cdot \left(1 - \cos \frac{2}{\sqrt{n}} \right)$: а) абсолютно сходящимся; б) условно сходящимся?
8. Исследовать на сходимость знакочередующийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{\ln(2n)}{\sqrt[4]{n}}$.
9. Доказать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{2\pi n}{7} \sin \left(\frac{\pi n^2 + 1}{n} \right)$, используя признак Дирихле или Абеля.
10. Исследовать ряд на сходимость в зависимости от параметра: $\sum_{n=1}^{\infty} n \sin \left(\frac{\cos \frac{1}{n}}{n^\alpha} \right)$.

11. Найти предельную функцию для функциональной последовательности

$$f_n(x) = n \left(\sqrt{x^2 + \frac{1}{n}} - x \right) \text{ на множестве } E = (0, +\infty).$$

12. Найти предельную функцию и доказать равномерную сходимость функциональной последовательности $f_n(x) = \sqrt[5]{n} \sin^2 \frac{x}{n\sqrt{n}}$ на множестве $E = [-3, 3]$.

13. Доказать, что ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \arctg \left(\frac{x^2}{n^3} \right)$ не является равномерно сходящимся на множестве $E = [0, +\infty)$.

14. Пользуясь признаком Вейерштрасса, доказать равномерную сходимость ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(5x)^n}{n^2 \sqrt[3]{n+3x}}, \quad E = [0, \frac{1}{5}].$$

15. Найти множества всех значений x , при которых функция $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx^2}{n^3 + x^3}$: (а) определена; (б) дифференцируема.

16. Найти области сходимости и расходимости функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (1 + \frac{1}{n})^n \cdot 3^{\frac{n}{x-1}}$.

17. Найти радиус сходимости, области сходимости и расходимости степенного ряда

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-3)^n}{5^n (n+1)}.$$

18. Разложить функцию $f(x) = (x+1) \cos^2 x$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x_0 = -1$. Найти интервал сходимости этого ряда.

19. Разложить в ряд Маклорена функцию $f(x) = x\sqrt{x^2+4} + 4 \ln(x + \sqrt{x^2+4})$.

20. Найти интервал сходимости функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \sin(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})(x+1)^n$.

21. Найти радиус сходимости, области сходимости и расходимости степенного ряда

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{5^{n-1}(x-3)^n}{\sqrt[3]{n+2}(4n^2+2n+7)}.$$

22. Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле $\int_{-1}^0 dy \int_{\sqrt{1-y^2}}^{2\sqrt{y+1}} f(x, y) dx$.

23. Вычислить двойной интеграл $\iint_D \cos(x^2 + y^2) dx dy$, где область D задана неравенствами $x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0$.

24. Вычислить тройной интеграл $\iiint_E (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz$, где область E задана неравенствами $x^2 + y^2 \leq 25, x \geq 0, 0 \leq z \leq 4$.

25. Вычислить криволинейный интеграл второго рода $\int_{\Gamma} \frac{x}{y} dx - \frac{y-x}{x} dy$, где Γ – дуга параболы $y = x^2$ от точки $A(2,4)$ до $B(1,1)$.

26. Найти функцию $U = U(x, y)$, если $dU = (\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y})dx + (\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{1}{y} - \frac{x}{y^2})dy$.

Образец экзаменационного билета:

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Уфимский университет науки и технологий»
Сибайский институт (филиал) УУНиТ

Естественно-математический факультет
Кафедра прикладной математики и информационных технологий

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №1
по дисциплине «Математический анализ (часть 3)»
Направление «Прикладная математика и информатика»
Профиль «Прикладная математика и информационные технологии»

Экзаменационный билет № 1

1. Функциональные ряды. Область сходимости функционального ряда.
2. Криволинейный интеграл II рода на плоскости и в пространстве. Понятие полного криволинейного интеграла. Сопоставление интегралов I и II рода. Вычисление криволинейного интеграла II рода в случае, когда кривая задана параметрически и явно.
3. Задача.

Утверждено на заседании кафедры _____, протокол № ____
(дата)

Заведующий кафедрой _____
(подпись) (Ф.И.О.)

Примечание: Задача берется из списка задач в соответствии с номером билета.

Перевод оценки из 100-балльной в четырех балльную производится следующим образом:
- отлично – от 80 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов);
- хорошо – от 60 до 79 баллов;
- удовлетворительно – от 45 до 59 баллов;
- неудовлетворительно – менее 45 баллов.

Примерные критерии оценивания ответа на экзамене:

Критерии оценки (в баллах):

- **20-30 баллов** выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы билета, продемонстрировал знание функциональных

возможностей, терминологии, основных элементов, умение применять теоретические знания при выполнении практических заданий. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы. Задача решена полностью без неточностей и ошибок;

- **10-20 баллов** выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности. При решении задачи допущены несущественные ошибки;

- **1-10** баллов выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос. Студент не решил задачу или при решении допущены грубые ошибки;

- **0 баллов** выставляется студенту, если ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Обнаруживается отсутствие навыков применения теоретических знаний при выполнении практических заданий. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос.

План лекционных и практических занятий

Лекция 1-4. Числовые ряды.

Примерный план лекции: Числовые ряды, действия над ними. Необходимый признак сходимости рядов; гармонический ряд. Признаки сравнения положительных рядов. Признаки Даламбера и Коши. Знакопеременные ряды; признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимости рядов. Переместительные свойства сходящихся рядов.

Лекция 5. Функциональные ряды.

Примерный план лекции: Область сходимости функционального ряда. Равномерная сходимость последовательности функций и функционального ряда. Функциональные свойства сходящихся рядов: непрерывность, интегрируемость и дифференцируемость.

Лекция 6-9. Степенные ряды.

Примерный план лекции: Степенные ряды: основные понятия. Радиус и интервал сходимости; теорема Абеля. Функциональные свойства сходящихся степенных рядов. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение основных элементарных функций в ряды Тейлора и Маклорена. Приложения теории рядов в задачах приближенных вычислений.

Лекция 10-11. Нормированные пространства.

Примерный план лекции: Линейные и нормированные пространства; понятие нормы элемента; пространства непрерывных, дифференцируемых и интегрируемых функций. Евклидовы пространства; скалярное произведение, норма, угол между векторами, ортогональный базис: евклидово пространство интегрируемых функций.

Лекция 12-14. Ряды Фурье.

Примерный план лекции: Ряды Фурье в евклидовых пространствах. Классические ряды Фурье. Условия сходимости. Ряды Фурье в комплексной форме. Вычисления с рядами Фурье. Приложения рядов Фурье. Интегралы, зависящие от параметра. Преобразование и интеграл Фурье. Кривые на плоскости и в пространстве. Поверхности.

Лекция 15-16. Криволинейный интеграл.

Примерный план лекции: Криволинейный интеграл (случай плоских кривых). Криволинейный интеграл (случай пространственных кривых). Криволинейный интеграл (случай пространственных кривых). Виды криволинейного интеграла.

Лекция 17-19. Двойной интеграл.

Примерный план лекции: Сведение двойного интеграла к повторному. Определение двойного интеграла. Условия существования двойного интеграла. Классы интегрируемых функций. Свойства интегрируемых функций и двойных интегралов. Вычисление двойного интеграла. Механические приложения. Формула Грина. Замена переменных в двойном интеграле. Несобственные двойные интегралы.

Лекция 20-21. Поверхностные интегралы.

Примерный план лекции: Свойства поверхностных интегралов и их вычисление. Приложения поверхностных интегралов. Связь между поверхностными интегралами I и II рода. Выражение объема через поверхностный интеграл. Формула Стокса.

Лекция 22-23. Тройной интеграл.

Примерный план лекции: Тройной интеграл и его вычисление. Тройной интеграл и условия его существования. Свойства интегрируемых функций и тройных интегралов. Вычисление тройного интеграла по любой области. Механические приложения. Формула Гаусса – Остроградского. Интеграл Гаусса.

Лекция 24-26. Элементы векторного анализа.

Примерный план лекции: Градиент. Поток вектора через поверхность. Формула Остроградского. Дивергенция. Циркуляция вектора. Формула Стокса. Вихрь. Специальные поля.

Лекция 27. Многократные интегралы.

Примерный план лекции: Объем n -мерного тела, n -кратный интеграл. Замена переменных в n -кратном интеграле.

План практических занятий

Практическое занятие 1: Числовые ряды, действия над ними. Исследование расходимости с использованием необходимого признака сходимости рядов.

Практическое занятие 2: Исследование сходимости положительных рядов. Признаки сравнения положительных рядов. Признаки Даламбера и Коши.

Практическое занятие 3: Исследование сходимости знакопеременных рядов. Признак Лейбница.

Практическое занятие 4: Абсолютная и условная сходимости рядов.

Практическое занятие 5: Определение области сходимости функциональных рядов.

Практическое занятие 6: Определение области сходимости степенных рядов. Радиус и интервал сходимости.

Практическое занятие 7: Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение основных элементарных функций в ряды Тейлора и Маклорена.

Практическое занятие 8: Приложения теории рядов в задачах приближенных вычислений.

Практическое занятие 9: Линейные и нормированные пространства; понятие нормы элемента; пространства непрерывных, дифференцируемых и интегрируемых функций.

Практическое занятие 10: Евклидовы пространства; скалярное произведение, норма, угол между векторами, ортогональный базис: евклидово пространство интегрируемых функций.

Практическое занятие 11: Разложение функций в ряд Фурье, определение суммы ряда в точках разрыва и на концах интервала, построить график самой функции и суммы соответствующего ряда.

Практическое занятие 12: Вычисления с рядами Фурье. Приложения рядов Фурье.

Практическое занятие 13: Интегралы, зависящие от параметра. Преобразование и интеграл Фурье.

Практическое занятие 14: Кривые на плоскости и в пространстве. Поверхности.

Практическое занятие 15: Криволинейный интеграл.

Практическое занятие 16: Криволинейный интеграл (случай пространственных кривых). Виды криволинейного интеграла.

Практическое занятие 17: Сведение двойного интеграла к повторному. Определение двойного интеграла.

Практическое занятие 18: Вычисление двойного интеграла. Механические приложения. Формула Грина.

Практическое занятие 19: Замена переменных в двойном интеграле. Несобственные двойные интегралы.

Практическое занятие 20: Поверхностные интегралы и их вычисление. Приложения поверхностных интегралов.

Практическое занятие 21: Поверхностные интегралы I и II рода.

Практическое занятие 22: Выражение объема через поверхностный интеграл. Формула Стокса.

Практическое занятие 23: Тройной интеграл и его вычисление.

Практическое занятие 24: Вычисление тройного интеграла по любой области.

Практическое занятие 25: Механические приложения. Формула Гаусса – Остроградского. Интеграл Гаусса.

Практическое занятие 26: Градиент. Поток вектора через поверхность. Формула Остроградского.

Практическое занятие 27: Дивергенция. Циркуляция вектора. Формула Стокса. Вихрь. Специальные поля.

Практическое занятие 28: Объем n -мерного тела, n -кратный интеграл. Замена переменных в n -кратном интеграле.

Задания для самостоятельной работы студентов

В данном пункте приводятся вопросы, рекомендуемые для самостоятельного изучения. Также дан список рекомендуемой литературы, и ссылки на типовые задачи для самопроверки по указанным темам.

Перечень тем для самостоятельного изучения

Тройной интеграл. Тройной интеграл и его вычисление. Тройной интеграл и условия его существования. Свойства интегрируемых функций и тройных интегралов. Вычисление

тройного интеграла по любой области. Механические приложения. Формула Гаусса – Остроградского. Интеграл Гаусса.

Элементы векторного анализа. Градиент. Поток вектора через поверхность. Формула Остроградского. Дивергенция. Циркуляция вектора. Формула Стокса. Вихрь. Специальные поля.

Многократные интегралы. Объем n -мерного тела, n – кратный интеграл. Замена переменных в n – кратном интеграле.

Рекомендуемая литература

Кустов Ю., Юмагулов М. Основы математического анализа. М.: Рольф, Айрис-пресс, 1998.- 272 с. [Глава 9. Стр. 234.]

Вопросы для индивидуальных и групповых опросов на практических занятиях

Занятие № 1 Тема: Числовые ряды, действия над ними. Исследование расходимости с использованием необходимого признака сходимости рядов.

- 1) Простейшие свойства рядов?
- 2) Необходимый признак сходимости?
- 3) Какие ряды называются знак положительными?
- 4) Признаки сравнения рядов с положительными членами?

Вопросы по другим занятиям приведены в ФОС.

Критерии оценки (в баллах):

- 0,5 баллов выставляется студенту, если он правильно и полно ответит на вопрос;

Задачи для разбора (самостоятельного решения) на практических занятиях

Занятие № 1 Тема: Числовые ряды, действия над ними. Исследование расходимости с использованием необходимого признака сходимости рядов.

Список задач (студент решает у доски, остальные – на местах, с дальнейшей проверкой и обоснованием): № 1.1.1, 1.1.3, 1.1.5, 1.1.7, 1.1.9, 1.1.11, 1.1.13, 1.1.15, 1.1.17, 1.1.19, 1.1.21 [3].

Задания по другим занятиям приведены в ФОС.

Критерии оценки (в баллах):

- 1 балл выставляется студенту, если он правильно решил и объяснил решение у доски;
- 1 балл выставляется студенту, если он предложил другой (отличный от стандартного) способ решения;

Тестовые задания

Краткие тесты (4-6 тестовых заданий) проводятся в начале или в конце занятий по простейшим типовым задачам по теме. Ответ дается в числовой форме.

Тест по темам «Числовые ряды, действия над ними. Исследование расходимости с использованием необходимого признака сходимости рядов.»

- 1) Закончить утверждение. Ряд называется сходящимся:
 - а) последовательность его частичных сумм имеет конечный или бесконечный предел;

- б) предел общего члена ряда нулю;
 в) последовательность его частичных сумм имеет конечный предел;
 г) предел модуля общего члена равен нулю;
 д) последовательность его частичных сумм является бесконечно большой.
- 2) Дан сходящийся ряд. При отбрасывании нескольких его ненулевых членов:
 а) ряд останется сходящимся и его сумма не изменится;
 б) ряд останется сходящимся и его сумма изменится;
 в) ряд станет расходящимся;
 г) ряд останется сходящимся и его сумма обязательно уменьшится;
 д) не зная членов ряда ничего нельзя сказать о сходимости или расходимости нового ряда.
- 3) Из данных рядов выбрать сходящиеся:
 а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{1}{2})^n$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} 3^n$; д) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$.
- 4) Пусть $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ – положительный ряд и $l = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n}$. Выбрать верные окончания утверждения. Существует такой положительный ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$, у которого:
 а) $l = 0,1$ и $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 1$; б) $l = 1$ и $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$; в) $l = 2$ и $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$ бесконечен;
 г) $l = 0$ и $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$.
- 5) Указать наиболее точную оценку для суммы S ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}n}{2^n}$;
 а) $0 < S < \frac{1}{2}$; б) $\frac{3}{8} < S < \frac{5}{8}$; в) $\frac{1}{8} < S < \frac{3}{8}$; г) $0 < S < \frac{1}{8}$.

Критерии оценки (в баллах):

- 0,5 баллов выставляется за каждую правильно решенную задачу.

Контрольная работа

По дисциплине Математический анализ (часть 3) предусмотрены два типа контрольных работ. Четыре контрольные работы выполняются во время аудиторных занятий. Одна контрольная работа дается для домашнего выполнения. Все контрольные работы оцениваются на 10 баллов. **Домашняя контрольная работа** с 5 баллов считается зачтенным. Задания **домашней контрольной работы** приведены в приложении.

В третьем семестре **Контрольная работа №2** используется для рубежного контроля модуля 1, **Контрольная работа №3** – для рубежного контроля модуля 2, **Контрольная работа №4** – для рубежного контроля модуля 3.

Критерии оценки контрольной работы (в баллах):

- **9-10 баллов** выставляется, если студент решил все задачи полностью:

- в логических рассуждениях и обоснованиях решения нет пробелов и ошибок;
- в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, которая не является следствием незнания и непонимания учебного материала);

- **7-8 баллов** выставляется, если

- студент решил все задачи, но обоснования шагов решения недостаточны;
- допущена одна ошибка или есть два-три недочета в выкладках.

- **5-6 баллов** выставляется, если допущено более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, но студент обладает обязательными умениями по проверяемому модулю;

- **0-4 баллов** выставляется, если

- допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не обладает обязательными умениями по проверяемому модулю;
- работа показала полное отсутствие у студента обязательных знаний и умений по проверяемому модулю.

Пример варианта контрольной работы № 1

Числовые ряды

Вариант 1

1. Исследовать на сходимость положительные ряды:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^{n+2}};$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{3n+2} \right)^{2n};$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)\sqrt{\ln(2n+1)}};$$

2. Исследовать на абсолютную (условную) сходимость знакопеременного ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{3n-1}.$$

Пример варианта контрольной работы № 2

Функциональные ряды, ряды Фурье

1. Исследовать на сходимость ряды:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+1-\cos^2 na}, \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^2}{(n+2)^2 3^n}, \quad 3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!(n+1)!}{(2n)!},$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{3n+2} \right)^n, \quad 5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n^4}{n^5+5}.$$

2. Найти интервал сходимости ряда, исследовать ряд на концах интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+2} \left(\frac{x-5}{2} \right)^n.$$

3. Разложить в ряд Тейлора, в окрестности точки x_0 , функцию $f(x)$:

$$f(x) = \cos^2 x; \quad x_0 = \frac{\pi}{3}.$$

4. Разложить функции в ряд Фурье в указанном интервале:

$$1. y = 3x + 7, \quad x \in (-\pi; \pi).$$

$$2. \quad y = \begin{cases} -2, & \text{при } -2 < x < -1 \\ x, & \text{при } -1 \leq x < 0 \end{cases}; x \in (-2; 0);$$

(по косинусам)

Пример варианта контрольной работы № 3

Кратные интегралы

1.1. Вычислить повторные

интегралы $\int_0^1 dx \int_0^2 (x^2 + y) dy$.

1.2. Вычислите двойной интеграл

$\iint_D x^2 y^2 dx dy$, где D ограничена линиями $x=3$, $x=7$, $y=5$, $y=2$.

1.3. Вычислить повторные интегралы

1) $\int_0^1 dx \int_0^2 (x^2 + y) dy$.

1.4. Вычислите двойной интеграл

$\iint_D (x + y^3) dx dy$, где D ограничена линиями $x=2$, $y=0$, $y=2x$.

1.5. Вычислить повторные интегралы

$\int_0^a dx \int_0^{\sqrt{x}} dy$.

1.6. Вычислить повторные интегралы

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^{2\cos\varphi} r^3 dr$

1.7. Вычислить повторные интегралы

$\int_0^2 dy \int_0^1 (x^2 + 2y) dx$.

1.8. Вычислите двойной

интеграл $\iint_D xy dx dy$, где D ограничена линиями $x=5$, $y=0$, $y=x$.

1.9. Вычислить повторные интегралы

$\int_2^4 dx \int_x^{2x} \frac{y}{x} dy$.

1.10.

Вычислите повторные

интегралы $\int_0^2 dx \int_0^{x^2} (x + 2y) dy$.

Пример варианта контрольной работы № 4

Кратные интегралы, криволинейные интегралы

Вариант 1

1. Вычислите двойной интеграл по области D ограниченной линиями $\iint_D (x + y) dx dy$, D :

$y = 2 - x^2$, $y = x$, $x = 0$.

2. Вычислите объем части цилиндра $x^2 + y^2 = 9$ ($y \geq 0$) ограниченной сверху плоскостью $z = 3$, снизу плоскостью $z = -2$.
3. Вычислите $\int_L 8x dl$, где L кривая $y = x^2$ заключенная между точками $(0,0)$ и $(1,1)$.
4. Вычислите криволинейный интеграл $\int_L (x^2 + y^2) dx + y dy$ вдоль кривой L соединяющий точки $A(0,3)$ и $B(3,0)$ а) AB – отрезок, б) AB – дуга окружности $x^2 + y^2 = 9$.

Самостоятельная работа

Самостоятельная работа – это самостоятельное решение студентами задач во время занятия по темам модулей из задачника, например: «Задачи и упражнения по математическому анализу. Под редакцией Б.П. Демидовича». Например, в первом семестре в Модуле 1 на самостоятельную работу отводится 24 балла, следовательно из учебного пособия по указанным темам для решения дается 24 заданий. Каждое задание оценивается на 1 б.

5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

1. Фихтенгольц, Г. М. Основы математического анализа : учебник для вузов : в 2 частях / Г. М. Фихтенгольц. — 13-е, стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2021 — Часть 1 : Основы математического анализа — 2021. — 444 с. — ISBN 978-5-8114-7583-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/162390>
2. Бермант А.Ф., Араманович И.Г. Краткий курс математического анализа: Учебное пособие. 16-е изд., стер. — СПб.: Издательство «Лань», 2010. - 736 с.:ил. стр. <http://e.lanbook.com/view/book/2660/>
3. Лунгу, К.Н. Сборник задач по высшей математике. 2 курс / К.Н. Лунгу, Д.Т. Письменный, С.Н. Федин, Ю.А. Шевченко. —М.: Айрис-пресс, 2007. -576 с.

Дополнительная литература:

4. Злобина С.В., Посицельская Л.Н. Математический анализ в задачах и упражнениях: учебное пособие. М.: Физматлит, 2009. - 360 с. Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=68137&sr=1
5. Гурова З.И., Каролинская С.Н., Осипова А.П. Математический анализ. Начальный курс с примерами и задачами. М.: Физматлит, 2007. - 352 с. Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=68134&sr=1
6. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. Учебник. Часть 1. М.: Физматлит, 2009. - 647 с. Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=76686&sr=1
7. Максименко В.Н., Меграбов А.Г., Павшук Л.В. Курс математического анализа. Учебное пособие. Часть 1. Новосибирск: НГТУ, 2011. - 411 с. Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=228792&sr=1
8. Кудрявцев Л.Д., Дубакин Д.Н., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Учебное пособие в 3 т. Том 2. Непрерывность. Дифференцируемость. М.: Физматлит, 2010. - 496 с. Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=83187&sr=1

5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины

1. ЭБС «Университетская библиотека online» - www.biblioclub.ru;
2. ЭБС изд-ва «Лань» - www.e.lanbook.com;
3. <http://www.exponenta.ru> —образовательный математический сайт;
4. <http://www.mccme.ru> - сайт Московского центра непрерывного математического образования.

6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий	Вид занятий	Наименование оборудования, программного обеспечения
1	2	3
Аудитория 210	Лекции, практические занятия	Демонстрационное оборудование: доска, проектор – 1 шт., переносной экран – 1 шт. Специализированная мебель: столы, стулья (28 посадочных мест).

ФГБОУ ВО «УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»
 СИБАЙСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ) УУН_{ИТ}
 ЕСТЕСТВЕННО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ
 дисциплины Математический анализ (часть 3) на 3 семестр

очная (очно-заочная) форма обучения

Вид работы	Объем дисциплины
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	7/252
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	
лекций	54 (42)
практических/ семинарских	56 (42)
лабораторных	-
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем) (ФКР)	1,4
из них, предусмотренные на выполнение курсовой работы/курсового проекта	-
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	86,6 (130,6)
из них, предусмотренные на выполнение курсовой работы/курсового проекта	-
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	54 (36)

Форма(ы) контроля:

экзамен 3 семестр

зачет 3 семестр

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)				Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)	Задания по самостоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		ЛК	ПР	ЛР	СР			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Числовые ряды	8 (8)	10 (8)		12 (20)	1-8	– проработка лекций и работа с литературой по теме; – решение задач; – дополнительное изучение отдельных тем;	– опрос (тестирование) по теории; – контрольная работа;
2	Функциональные ряды, степенные ряды	2 (2)	2 (2)		6 (12)	1-8	– проработка лекций и работа с литературой по теме; – решение задач; – дополнительное изучение отдельных тем;	– опрос (тестирование) по теории; – контрольная работа;
3	Степенные ряды.	8 (8)	8 (8)		12 (16)	1-8	– проработка лекций и работа с литературой по теме; – решение задач; – дополнительное изучение отдельных тем;	– опрос (тестирование) по теории; – контрольная работа;
4	Нормированные пространства	2	2		4 (6)	1-8	– проработка лекций и работа с литературой по теме; – решение задач;	– опрос (тестирование) по теории; – контрольная

							– дополнительное изучение отдельных тем;	работа;
5	Ряды Фурье	6 (6)	6 (6)		8 (14)	1-8	– проработка лекций и работа с литературой по теме; – решение задач; – дополнительное изучение отдельных тем;	– опрос (тестирование) по теории; – контрольная работа;
6	Криволинейный интеграл	4 (4)	4 (4)		8 (14)	1-8	– проработка лекций и работа с литературой по теме; – решение задач; – дополнительное изучение отдельных тем;	– опрос (тестирование) по теории; – контрольная работа;
7	Двойной интеграл	6 (4)	6 (4)		8 (14)	1-8	– проработка лекций и работа с литературой по теме; – решение задач; – дополнительное изучение отдельных тем;	– опрос (тестирование) по теории; – контрольная работа;
8	Поверхностные интегралы.	4 (2)	4 (2)		6 (12)	1-8	– проработка лекций и работа с литературой по теме; – решение задач; – дополнительное изучение отдельных тем;	– опрос (тестирование) по теории; – контрольная работа;
9	Тройной интеграл.	6 (4)	6 (4)		10 (10)	1-8	– проработка лекций и работа с литературой по теме;	– опрос (тестирование) по теории;

							– решение задач; – дополнительное изучение отдельных тем;	– контрольная работа;
10	Элементы векторного анализа	6 (4)	6 (4)		10 (10)	1-8	– проработка лекций и работа с литературой по теме; – решение задач; – дополнительное изучение отдельных тем;	– опрос (тестирование) по теории; – контрольная работа; – опрос (тестирование) по теории; – контрольная работа;
11	Многократные интегралы.	2	2		2,6 (2,6)	1-8	– проработка лекций и работа с литературой по теме; – решение задач; – дополнительное изучение отдельных тем;	– опрос (тестирование) по теории; – контрольная работа;
	Всего часов:	54(42)	56(42)		86,6 (130,6)			