

ФГБОУ ВО «УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»
СИБАЙСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ) УУиТ
ЕСТЕСТВЕННО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Утверждено:
на заседании кафедры
протокол № 11 от «31» мая 2023 г.

И.о. зав.кафедрой Г / Гумеров И.С.



Согласовано:

Председатель УМК естественно-математического факультета

Ильбулова Г.Р. / Ильбулова Г.Р.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Дисциплина **ТЕОРИЯ ГРУПП**

(наименование дисциплины)

Часть, формируемая участниками образовательных отношений

(обязательная часть или часть, формируемая участниками образовательных отношений, факультатив)

программа бакалавриата

Направление подготовки

01.03.02 Прикладная математика и информатика

(указывается код и наименование направления подготовки)

Направленность (профиль) подготовки

Прикладная математика и информационные технологии

(указывается наименование направленности (профиля) подготовки)

Квалификация

бакалавр

(указывается квалификация)

Разработчик (составитель)

доцент, к.ф.-м.н.,

(должность, ученая степень, ученое звание)

Беликова О.Н. / Беликова О.Н.

Для приема: 2023 г.

Сибай 2023 г.

Составитель: Беликова О.Н.

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры прикладной математики и информационных технологий протокол №11 от «31» мая 2023 г.

И.о. заведующего кафедрой И / Гумеров И.С./

Дополнения и изменения, внесенную в рабочую программу дисциплины

утверждены на заседании кафедры

протокол №__ от «__» _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой _____ / _____ /

Дополнения и изменения, внесенную в рабочую программу дисциплины

утверждены на заседании кафедры

протокол №__ от «__» _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой _____ / _____ /

Дополнения и изменения, внесенную в рабочую программу дисциплины

утверждены на заседании кафедры

протокол №__ от «__» _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой _____ / _____ /

Список документов и материалов

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций
2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы
3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)
4. Фонд оценочных средств по дисциплине
 - 4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине
 - 4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине.
 - 4.3. Рейтинг-план дисциплины
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины
 - 5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины
 - 5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины
6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций

В результате освоения образовательной программы обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

Категория (группа) компетенций	Формируемая компетенция (с указанием кода)	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
Профессиональные компетенции	ПК-2: Владеет навыками обучения по предмету математика.	ПК-2.1. Знает: -основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; -представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений; -теорию и методику преподавания математики; -специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и ограниченно используется в семье и ближайшем окружении.	Знать: -основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; -представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений; -теорию и методику преподавания математики; -специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и ограниченно используется в семье и ближайшем окружении.
		ПК-2.2. Умеет: - совместно с обучающимися строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических и иных контекстах, понимать рассуждение обучающихся; -анализировать предлагаемое обучающимся рассуждение с результатом: подтверждение его правильности или нахождение ошибки и анализ причин ее возникновения; помогать обучающимся в самостоятельной локализации ошибки, ее исправлении; оказывать помощь в улучшении (обобщении, сокращении, более ясном изложении) рассуждения -формировать у обучающихся убеждение в абсолютности математической истины и математического доказательства, предотвращать формирование модели поверхностной имитации	Уметь: - совместно с обучающимися строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических и иных контекстах, понимать рассуждение обучающихся; -анализировать предлагаемое обучающимся рассуждение с результатом: подтверждение его правильности или нахождение ошибки и анализ причин ее возникновения; помогать обучающимся в самостоятельной локализации ошибки, ее исправлении; оказывать помощь в улучшении (обобщении, сокращении, более ясном изложении) рассуждения -формировать у обучающихся убеждение в абсолютности математической истины и математического доказательства, предотвращать формирование модели поверхностной имитации

		действий, ведущих к успеху, без ясного понимания смысла; поощрять выбор различных путей в решении поставленной задачи.	действий, ведущих к успеху, без ясного понимания смысла; поощрять выбор различных путей в решении поставленной задачи.
		ПК-2.3. Владеет: - способностью логического рассуждения и коммуникации, установки на использование этой способности, на ее ценность; - способностью постижения основ математических моделей реального объекта или процесса, применения моделирования для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; - навыками формирования конкретных знаний, умений и навыков в области математики и информатики; - навыками формирования внутренней (мысленной) модели математической ситуации (включая пространственный образ); - навыками формирования у обучающихся умения проверять математическое доказательство, приводить опровергающий пример; - навыками формирования у обучающихся умения выделять подзадачи в задаче, перебирать возможные варианты объектов и действий.	Владеть: - способностью логического рассуждения и коммуникации, установки на использование этой способности, на ее ценность; - способностью постижения основ математических моделей реального объекта или процесса, применения моделирования для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; - навыками формирования конкретных знаний, умений и навыков в области математики и информатики; - навыками формирования внутренней (мысленной) модели математической ситуации (включая пространственный образ); - навыками формирования у обучающихся умения проверять математическое доказательство, приводить опровергающий пример; - навыками формирования у обучающихся умения выделять подзадачи в задаче, перебирать возможные варианты объектов и действий.

2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Теория групп» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений. Дисциплина изучается на 3 курсе в 6 семестре для очной формы обучения и на 4 курсе в 7 семестре для очно-заочной формы обучения.

Дисциплина "Теория групп" является продолжением курса алгебры. Дисциплина направлена на знакомство с основными разделами теории групп и освоение методов решения задач по теории групп. В курсе изложены базовые определения, примеры и теоремы теории групп.

Целями изучения дисциплины является освоение фундаментальных понятий и результатов теории групп, формирование умений и навыков в решении задач по теории групп, развитие способностей применять теорию групп в преподавательской, научно-исследовательской деятельности, при решении прикладных задач.

Для достижения целей ставятся задачи: овладеть понятийным аппаратом теории групп; освоить методы доказательства основных утверждений и способы решения задач теории групп.

Для освоения дисциплины необходимы компетенции, сформированные в рамках изучения дисциплины «Алгебра» и «Дискретная математика».

3.Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)

Содержание рабочей программы представлено в Приложении № 1.

4.Фонд оценочных средств по дисциплине

4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Код и формулировка компетенции:

ПК – 2 – Владеет навыками обучения по предмету математика.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания результатов обучения			
		2 («Неудовлетворительно»)	3 («Удовлетворительно»)	4 («Хорошо»)	5 («Отлично»)
ПК-2.1. Знает основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; -представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений; -теорию и методику преподавания математики; -специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых русский язык не	Знает основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; -представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений; -теорию и методику преподавания математики; -специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых	Не знает основ математической теории и перспективных направлений развития современной математики. Не имеет представления о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений. Не знает теорию и методику преподавания математики; специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для	Обладает на удовлетворительном уровне знаниями основ математической теории и перспективных направлений развития современной математики. Имеет на удовлетворительном уровне представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений. Знает на удовлетворительном уровне теорию и методику преподавания	Обладает на хорошем уровне знаниями основ математической теории и перспективных направлений развития современной математики. Имеет на хорошем уровне представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений. Знает на хорошем уровне теорию и методику преподавания математики;	Обладает на отличном уровне знаниями основ математической теории и перспективных направлений развития современной математики. Имеет на отличном уровне представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений. Знает на отличном уровне теорию и методику преподавания математики;

является родным и ограниченно используется в семье и ближайшем окружении.	русский язык не является родным и ограниченно используется в семье и ближайшем окружении.	которых русский язык не является родным и ограниченно используется в семье и ближайшем окружении.	математики; специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и ограниченно используется в семье и ближайшем окружении.	специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и ограниченно используется в семье и ближайшем окружении.	специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и ограниченно используется в семье и ближайшем окружении.
ПК-2.2. Умеет - совместно с обучающимися строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических и иных контекстах, понимать рассуждение обучающихся; -анализировать предлагаемое обучающимся рассуждение с результатом: подтверждение его правильности или нахождение ошибки и анализ причин ее возникновения; помогать обучающимся в самостоятельном локализации ошибки, ее исправлении; оказывать помощь в улучшении (обобщении, сокращении, более ясном изложении) рассуждения у обучающихся убеждение в абсолютности математической	Умеет использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности.	Не умеет использовать фундаментальные знания, полученные в области математических наук в профессиональной деятельности	Слабо умеет использовать фундаментальные знания, полученные в области математических наук в профессиональной деятельности	Хорошо умеет использовать фундаментальные знания, полученные в области математических наук в профессиональной деятельности	Уверенно умеет использовать фундаментальные знания, полученные в области математических наук в профессиональной деятельности

истины и математическое доказательство, предотвращать формирование модели поверхностной имитации действий, ведущих к успеху, без ясного понимания смысла; поощрять выбор различных путей в решении поставленной задачи.					
ПК-2.3. Владеет - способностью логического рассуждения и коммуникации, установки на использование этой способности, на ее ценность; -способностью постижения основ математических моделей реального объекта или процесса, применения моделирования для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; -навыками формирования конкретных знаний, умений и навыков в области математики и информатики; -навыками формирования внутренней (мысленной) модели математической ситуации (включая пространствен	Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	Не владеет навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	Навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний сформированы слабо	Хорошо владеет навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	Отлично владеет навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний

ый образ); -навыками формирования у обучающихся умения проверять математическое доказательство, приводить опровергающий пример; -навыками формирования у обучающихся умения выделять подзадачи в задаче, перебирать возможные варианты объектов и действий.					
---	--	--	--	--	--

4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Оценочные средства
ПК-2.1. Знает: -основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; -представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений; -теорию и методику преподавания математики; -специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и ограниченно используется в семье и ближайшем окружении. ПК2.2. Умеет: - совместно с обучающимися строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических и иных контекстах, понимать рассуждение обучающихся; -анализировать предлагаемое обучающимся рассуждение с	Знает: -основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; -представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений; -теорию и методику преподавания математики; -специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и ограниченно используется в семье и ближайшем окружении.	Индивидуальный опрос; Групповой опрос; Решение задач; Тесты; Контрольные работы
	Умеет: - совместно с обучающимися строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических и иных контекстах, понимать рассуждение обучающихся; -анализировать предлагаемое обучающимся рассуждение с результатом: подтверждение его	Индивидуальный опрос; Групповой опрос; Решение задач; Тесты; Контрольные работы

результатом: подтверждение его правильности или нахождение ошибки и анализ причин ее возникновения; помогать обучающимся в самостоятельной локализации ошибки, ее исправлении; оказывать помощь в улучшении (обобщении, сокращении, более ясном изложении) рассуждения -формировать у обучающихся убеждение в абсолютности математической истины и математического доказательства, предотвращать формирование модели поверхностной имитации действий, ведущих к успеху, без ясного понимания смысла; поощрять выбор различных путей в решении поставленной задачи.	правильности или нахождение ошибки и анализ причин ее возникновения; помогать обучающимся в самостоятельной локализации ошибки, ее исправлении; оказывать помощь в улучшении (обобщении, сокращении, более ясном изложении) рассуждения -формировать у обучающихся убеждение в абсолютности математической истины и математического доказательства, предотвращать формирование модели поверхностной имитации действий, ведущих к успеху, без ясного понимания смысла; поощрять выбор различных путей в решении поставленной задачи.	
ПК-2.3. Владеет: - способностью логического рассуждения и коммуникации, установки на использование этой способности, на ее ценность; -способностью постижения основ математических моделей реального объекта или процесса, применения моделирования для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; -навыками формирования конкретных знаний, умений и навыков в области математики и информатики; -навыками формирования внутренней (мысленной) модели математической ситуации (включая пространственный образ); -навыками формирования у обучающихся умения проверять математическое доказательство, приводить опровергающий пример; -навыками формирования у обучающихся умения выделять подзадачи в задаче, перебирать возможные варианты объектов и действий.	Владеет: - способностью логического рассуждения и коммуникации, установки на использование этой способности, на ее ценность; -способностью постижения основ математических моделей реального объекта или процесса, применения моделирования для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; -навыками формирования конкретных знаний, умений и навыков в области математики и информатики; -навыками формирования внутренней (мысленной) модели математической ситуации (включая пространственный образ); -навыками формирования у обучающихся умения проверять математическое доказательство, приводить опровергающий пример; -навыками формирования у обучающихся умения выделять подзадачи в задаче, перебирать возможные варианты объектов и действий.	Подготовка докладов (рефератов); Индивидуальный опрос; Групповой опрос; Решение задач; Тесты; Контрольные работы; Вопросы экзамена

Критериями оценивания при модульно-рейтинговой системе являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины (для экзамена: текущий контроль – максимум 40 баллов; рубежный контроль – максимум 30 баллов, поощрительные баллы – максимум 10)

Шкалы оценивания:
для экзамена:

от 45 до 59 баллов – «удовлетворительно»; от 60 до 79 баллов – «хорошо»; от 80 баллов – «отлично».

Рейтинг-план дисциплины

Теория групп

Направление: Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) подготовки: Прикладная математика и информационные технологии

Курс 3, семестр 6

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
Модуль 1				
Текущий контроль			10	20
1. Аудиторная работа			3	6
2. Выполнение самостоятельных работ	1	14	7	14
Рубежный контроль			7	15
1. Контрольная работа №1	15	1	5	15
Модуль 2				
Текущий контроль			11	20
1. Аудиторная работа			4	6
2. Выполнение самостоятельных работ	1	14	7	14
Рубежный контроль			7	15
1. Контрольная работа №2	15	1	7	15
Поощрительные баллы				
2. Выполнение заданий повышенной трудности, подготовка рефератов, докладов и сообщений	10	1	0	10
Посещаемость (баллы вычитываются из общей суммы набранных баллов)				
1. Посещение лекционных занятий			0	-6
2. Посещение практических занятий			0	-10
Итоговый контроль				
1. Экзамен			0	30
ИТОГО			35	110

Самостоятельные работы

Пример варианта самостоятельной работы № 1

Самостоятельная работа №1 используется для текущего контроля в модуле 1.

- Доказать, что множество четных целых чисел образует подгруппу аддитивной группы целых чисел.
- Найти смежные классы группы $\langle \mathbb{Z}, + \rangle$ по подгруппе $\langle \mathbb{Z}_{2n}, + \rangle$.

3. Образуется ли полугруппа относительно операции « $\circ$ » множество рациональных чисел, если $a \circ b = \frac{a+b}{2}$.
4. Определим на множестве $\mathbb{Z}$ операцию « $*$ » следующим образом: $x * y = xy + x + y$. Доказать, что $(\mathbb{Z}, *)$ – моноид. Найти все обратимые элементы.
5. Образуется ли группа относительно операции « $+$ » множество всех рациональных чисел с: а) четными знаменателями; б) нечетными знаменателями?
6. Образуется ли аддитивную и мультипликативную группу множество матриц вида $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ с рациональными коэффициентами?
7. Образуют ли бинарные отношения группу относительно операции: а) композиция? б) обратное отношение?

Каждое правильно решенное задание самостоятельной работы оценивается двумя баллами. Максимально возможное количество баллов за работу: 14 баллов.

Пример варианта самостоятельной работы № 2

Самостоятельная работа №2 используется для текущего контроля в модуле 2.

1. Доказать, что множество линейных функций вида $y = ax + b$, где $a \neq 0$, $a, b \in R$ образует группу относительно операции «линейная замена переменной» (линейной заменой переменной называют преобразование, при котором в функцию $y = ax + b$ вместо независимой переменной x подставляют линейное выражение $cx + d$, в результате чего получается функция вида $y = a(cx + d) + b$).
2. Доказать, что
 - а) $\langle H_1 = \{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3\}, \circ \rangle$ – нормальный делитель группы $\langle S_3, \circ \rangle$;
 - б) $\langle H_2 = \{\sigma_1, \sigma_5\}, \circ \rangle$ не является нормальным делителем $\langle S_3, \circ \rangle$.
3. Доказать, что алгебра $\langle \{0,1\}, \oplus, \cdot \rangle$, называемая двоичной арифметикой, является полем. Здесь $\oplus$ – сложение по модулю 2 и $\cdot$ – конъюнкция.
4. Образуется ли поле относительно операций «сложение» и «умножение» множество матриц вида $\begin{pmatrix} a & b \\ 2b & a \end{pmatrix}$:
 - а) с рациональными коэффициентами;
 - б) с действительными коэффициентами?
5. Сколько элементов
 - а) порядка 2, 4, 5 и 6 в группе $\mathbb{Z}_2 \oplus \mathbb{Z}_4 \oplus \mathbb{Z}_3$;
 - б) порядка 2, 4, 5 и 10 в группе $\mathbb{Z}_2 \oplus \mathbb{Z}_4 \oplus \mathbb{Z}_4 \oplus \mathbb{Z}_5$.
6. Пусть p и q различные простые числа. Доказать, что группа G порядка pq разложима тогда и только тогда, когда G коммутативна.
7. Доказать, что если A – абелева группа и A/B – бесконечная циклическая группа, то подгруппа B выделяется в A прямым слагаемым, т.е. существует подгруппа C в A , такая что $A = B \oplus C$.

Каждое правильно решенное задание самостоятельной работы оценивается двумя баллами. Максимально возможное количество баллов за работу: 14 баллов.

Примерный список задач к экзамену

1. Вычислить коммутант и центр S_3 .

2. Доказать, что группа $\begin{pmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $a, b, c \in Z$ порождается двумя элементами.
3. Вычислить центр группы $\begin{pmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $a, b, c \in Z$.
4. Вычислить коммутант группы $\begin{pmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $a, b, c \in Z$.
5. Доказать, что коммутант и центр - нормальные подгруппы.
6. Пусть M – множество квадратных матриц второго порядка с целыми коэффициентами и определителем, равным 1. Доказать, что $\langle M, \cdot \rangle$ – группа. Найти циклическую подгруппу, порожденную элементом $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
7. Доказать, что $G/Z(G)$ - циклическая группа тогда и только тогда, когда G - абелева группа.
8. Доказать, что периодическая часть нильпотентной группы - подгруппа.
9. Доказать отсутствие кручения в свободной группе.
10. Доказать, что подгруппа в $F(x, y)$, порожденная элементами $x^n y x^n$ ($n = 0, 1, \dots$), свободно порождается ими.
11. Доказать, что подгруппа конечного индекса конечно-порожденной группы конечно порождена. Найти в свободной группе множество порождающих подгруппы слов четной длины.
12. Любая эндоморфно допустимая в F подгруппа вербальна.
13. В любой нильпотентной группе без кручения единица --- единственный элемент, сопряженный со своим обратным.
14. Пусть H – множество подстановок группы $\langle S_4, \cdot \rangle$. Будет ли оно подгруппой, если:
 - а) $H = \left\{ \sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}, \sigma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \right.$
 $\left. \sigma_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;
 - б) $H = \left\{ \sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}, \sigma_5 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \right.$
 $\left. \sigma_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix} \right\}?$
15. Найти порядок подгруппы, порожденной подстановкой $\sigma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}$.
16. Проверить выполнение условий теоремы о подгруппе.
17. Доказать, что а) $\langle H_1 = \{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3\}, \circ \rangle$ – нормальный делитель группы $\langle S_3, \circ \rangle$; б) $\langle H_2 = \{\sigma_1, \sigma_5\}, \circ \rangle$ не является нормальным делителем $\langle S_3, \circ \rangle$.

Задания для организации рубежного контроля

Рубежный контроль в модулях 1 и 2 проводится в виде контрольных работ. Максимальное количество баллов, которые студент может набрать за каждую контрольную работу: 15 баллов.

Контрольная работа № 1. Тема: свойства свободных групп

Доказать, что слова четной длины образуют свободную подгруппу свободной группы.
Доказать, что группа кватернионов не является свободной.

Контрольная работа № 2. Тема: Формулы истины в нильпотентных группах без кручения

Доказать, что группа верхних треугольных матриц с единицами на главной диагонали является нильпотентной.

В любой нильпотентной группе без кручения единица - единственный элемент, сопряженный со своим обратным.

Список вопросов к экзамену

1. Определение группы (аддитивная и мультипликативная записи), свойства группы. Порядок элемента группы и порядок группы.
2. Определение подгруппы. Доказать, что пересечение произвольного множества подгрупп является подгруппой. Теорема о строении подгруппы, порожденной множеством M . Циклическая группа.
3. Теорема Лагранжа и ее следствия.
4. Определение изоморфизма групп.
5. Нормальная подгруппа. Фактор-группа.
6. Определение гомоморфизма, ядра гомоморфизма, естественного гомоморфизма. Первая теорема о гомоморфизмах.
7. Теорема об эквивалентности внутреннего и внешнего прямого произведений групп.
8. Теорема о строении конечной циклической группы.
9. Теорема о неразложимости в прямое произведение циклической p -группы.
10. Определение свободной абелевой группы. Теорема о существовании свободной абелевой группы.
11. Свободные группы.
12. Теорема Нильсена-Шрейера.
13. Коммутант группы. Ряды централов и коммутантов.
14. Определение и общие свойства нильпотентных групп.
15. Общие свойства нильпотентных групп.
16. Конечные нильпотентные группы. Теорема Бернсайда-Виланда.
17. Нильпотентные группы без кручения.
18. Общие свойства разрешимых групп.
19. Простые группы.
20. Теоремы Силова.
21. Базовые понятия теории колец.
22. Поле разложения многочлена.

Темы для докладов, сообщений и рефератов

Подготовка доклада, сообщения или реферата может использоваться для получения поощрительных баллов.

1. Эндоморфизмы и автоморфизмы.
2. Абелевы группы с конечным числом образующих.
3. Абелевы группы с оператором.
4. Теория Тейхмюллера.
5. Полные абелевы группы.
6. Группы с мультиоператорами.
7. Амальгамы групп.
8. Периодические группы.

5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

1. Каргаполов, М. И. Основы теории групп : учебное пособие / М. И. Каргаполов, Ю. И. Мерзляков. — 5-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 288 с. — ISBN 978-5-8114-0894-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/167748> (дата обращения: 20.01.2022). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Ляпин, Е. С. Упражнения по теории групп : учебное пособие / Е. С. Ляпин, А. Я. Айзенштат, М. М. Лесохин. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 272 с. — ISBN 978-5-8114-1015-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/167807> (дата обращения: 20.01.2022). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Курош, А. Г. Теория групп : справочник / А. Г. Курош. — 4-е изд. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 648 с. — ISBN 5-8114-0616-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/167708> (дата обращения: 20.01.2022). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

Дополнительная литература:

4. Костикин А.И. Введение в алгебру. Часть 3: Основные структуры алгебры [Электронный ресурс]: учебное пособие. - М.: МЦМНО, 2009. Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=62951>— Загл. с экрана.
5. Скворцова, М. И. Основы теории групп : учебно-методическое пособие / М. И. Скворцова, Л. М. Ожерелкова. — Москва : РТУ МИРЭА, 2020. — 76 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/167572> (дата обращения: 20.01.2022). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины

1. <http://www.elib.bashedu.ru> – ЭБС БашГУ
2. <http://www.e.lanbook.com> – ЭБС издательства Лань
3. <http://www.biblioclub.ru> – ЭБС «Университетская библиотека онлайн»

6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий	Вид занятий	Наименование оборудования, программного обеспечения
1	2	3
Аудитория 210	Лекции, практические занятия	Демонстрационное оборудование: доска, проектор – 1 шт., переносной экран – 1 шт. Специализированная мебель: столы, стулья (28 посадочных мест).

ФГБОУ ВО «УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»
 СИБАЙСКИЙ ИНСТИТУТ УУН_{ИТ}
 ЕСТЕСТВЕННО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

дисциплины Теория групп на 6 (7) семестр

очная (очно-заочная) форма обучения

Вид работы	Объем дисциплины
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	4/144 (4/144)
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	
лекций	18 (16)
практических/ семинарских	
лабораторных	24 (20)
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем) (ФКР)	1,2 (0)
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	64,8 (81)
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/ дифференцированному зачету (контроль)	36 (27)

Форма(ы) контроля:
 экзамен 6 (7) семестр

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)				Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)	Задания по самостоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		ЛК	ПР/СЕМ	ЛР	СРС			
Раздел 1. Абелевы группы								
1	Теорема о подгруппах свободных абелевых групп.	2 (2)		2 (2)	7 (8)	1-5	Изучение дополнительного материала, решение задач	Опрос, самостоятельная работа, контрольная работа
2	Конечно порожденные абелевы группы. Теорема Коши.	2 (2)		4 (2)	7 (8)	1-5	Изучение дополнительного материала, решение задач	Опрос, самостоятельная работа, контрольная работа
3	Полные абелевы группы.	2 (2)		4 (2)	7 (8)	1-5	Изучение дополнительного материала, решение задач	Опрос, самостоятельная работа, контрольная работа
Раздел 2. Конечные группы								
4	Теоремы Силова	2 (2)		2 (2)	8 (10)	1-5	Изучение дополнительного материала, решение задач	Опрос, самостоятельная работа, контрольная работа
5	Описание групп порядка p^2	2 (1)		2 (2)	5,8 (7)	1-5	Изучение дополнительного материала, решение задач	Опрос, самостоятельная работа, контрольная работа
Раздел 3. Свободные группы								
6	Свободные группы. Теорема Нильсена-Шраера	2 (2)		2 (2)	6 (8)	1-5	Изучение дополнительного материала, решение задач	Опрос, самостоятельная работа, контрольная работа
7	Коммутант группы. Ряды централов и коммутантов. Теорема Магнуса.	2 (2)		2 (2)	6 (8)	1-5	Изучение дополнительного материала, решение задач	Опрос, самостоятельная работа, контрольная работа
Раздел 4. Нильпотентные и разрешимые группы								
8	Определение и общие свойства нильпотентных	2 (1)		2 (2)	6 (8)	1-5	Изучение дополнительного	Опрос, самостоятельная работа, контрольная

	групп						материала, решение задач	работа
9	Конечные нильпотентные группы. Теоремы Бернсайда- Виланда и Фраттини.	1 (1)		2 (2)	6 (8)	1-5	Изучение дополнительного материала, решение задач	Опрос, самостоятельная работа, контрольная работа
10	Конечно порожденные нильпотентные группы без кручения	1 (1)		2 (2)	6 (8)	1-5	Изучение дополнительного материала, решение задач	Опрос, самостоятельная работа, контрольная работа
	ВСЕГО	18 (16)		24 (20)	64,8 (81)			