

ФГБОУ ВО «УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»
СИБАЙСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ) УУН_{ИТ}
ЕСТЕСТВЕННО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Утверждено:
на заседании кафедры
протокол № 11 от «31» мая 2023 г.

Зав. кафедрой  / Гумеров И.С.



Согласовано:

Председатель УМК естественно-математического факультета



/ Ильбулова Г.Р

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Дисциплина **МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ (ЧАСТ 2)**

(наименование дисциплины)

Часть, формируемая участниками образовательных отношений

(обязательная часть или часть, формируемая участниками образовательных отношений, факультатив)

программа бакалавриата

Направление подготовки

01.03.02 Прикладная математика и информатика

(указывается код и наименование направления подготовки)

Направленность (профиль) подготовки

Прикладная математика и информационные технологии

(указывается наименование направленности (профиля) подготовки)

Квалификация

бакалавр

(указывается квалификация)

Разработчик (составитель)

доцент, к.ф-м.н.

(должность, ученая степень, ученое звание)



/ Музафаров С.М.

Для приема: 2023 г.

Сибай 2023 г.

Составитель: Музафаров С.М.

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры прикладной математики и информационных технологий протокол № 11 от «31» мая 2023 г.

И.о. заведующего кафедрой Г/Гумеров И.С.

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины _____
утверждены на заседании кафедры, протокол № ____ от « ____ » _____ 20 ____ г.

Заведующий кафедрой _____ / _____ /

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины _____
утверждены на заседании кафедры, протокол № ____ от « ____ » _____ 20 ____ г.

Заведующий кафедрой _____ / _____ /

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины _____
утверждены на заседании кафедры, протокол № ____ от « ____ » _____ 20 ____ г.

Заведующий кафедрой _____ / _____ /

Список документов и материалов

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций
2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы
3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)
4. Фонд оценочных средств по дисциплине
 - 4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине
 - 4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине.
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины
 - 5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины
 - 5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины
6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций

По итогам освоения дисциплины обучающийся должен достичь следующих результатов обучения:

Категория (группа) компетенций	Формируемая компетенция (с указанием кода)	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
Профессиональные компетенции	ПК-2: Владеет навыками обучения по предмету математика.	ПК-1.1 Знать: -основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; -представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений; -теорию и методику преподавания математики; -специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и ограничено используется в семье и ближайшем окружении.	<i>Знать:</i> -основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; -представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений; -теорию и методику преподавания математики; -специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и ограничено используется в семье и ближайшем окружении.
		ПК-1.2. Умеет - совместно с обучающимися строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических и иных контекстах, понимать рассуждение обучающихся; -анализировать предлагаемое обучающимся рассуждение с результатом: подтверждение его правильности или нахождение ошибки и анализ причин ее возникновения; помогать обучающимся в самостоятельной локализации ошибки, ее исправлении; оказывать помощь в улучшении (обобщении, сокращении, более ясном изложении) рассуждения -формировать у обучающихся убеждение в абсолютности математической истины и математического доказательства, предотвращать формирование модели поверхностной имитации действий, ведущих к успеху, без ясного понимания смысла; поощрять выбор различных путей в решении	Умеет - совместно с обучающимися строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических и иных контекстах, понимать рассуждение обучающихся; -анализировать предлагаемое обучающимся рассуждение с результатом: подтверждение его правильности или нахождение ошибки и анализ причин ее возникновения; помогать обучающимся в самостоятельной локализации ошибки, ее исправлении; оказывать помощь в улучшении (обобщении, сокращении, более ясном изложении) рассуждения -формировать у обучающихся убеждение в абсолютности математической истины и математического доказательства, предотвращать формирование модели поверхностной имитации действий, ведущих к успеху, без ясного понимания смысла; поощрять выбор различных путей в решении по-

		поставленной задачи.	ставленной задачи.
		ПК-1.3. Владеть: - способностью логического рассуждения и коммуникации, установки на использование этой способности, на ее ценность; -способностью постижения основ математических моделей реального объекта или процесса, применения моделирования для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; -навыками формирования конкретных знаний, умений и навыков в области математики и информатики; -навыками формирования внутренней (мысленной) модели математической ситуации (включая пространственный образ); -навыками формирования у обучающихся умения проверять математическое доказательство, приводить опровергающий пример; -навыками формирования у обучающихся умения выделять подзадачи в задаче, перебирать возможные варианты объектов и действий.	<i>Владеть:</i> - способностью логического рассуждения и коммуникации, установки на использование этой способности, на ее ценность; -способностью постижения основ математических моделей реального объекта или процесса, применения моделирования для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; -навыками формирования конкретных знаний, умений и навыков в области математики и информатики; -навыками формирования внутренней (мысленной) модели математической ситуации (включая пространственный образ); -навыками формирования у обучающихся умения проверять математическое доказательство, приводить опровергающий пример; -навыками формирования у обучающихся умения выделять подзадачи в задаче, перебирать возможные варианты объектов и действий.

2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «*Математический анализ (часть 2)*» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений.

Дисциплина изучается на 1 курсе в 2 семестре очной, очно-заочной формы обучения.

Целью данной дисциплины является изучение основных разделов математического анализа в объеме, соответствующем требованиям, предъявляемым к специальности 01.03.02 Прикладная математика и информатика. Основными целями и задачами изучения данной дисциплины являются:

1. получение фундаментальных знаний и формирование навыков решения задач по математическому анализу;
2. формирование математической культуры студента;
3. развитие алгоритмического и логического мышления;
4. формирование умений самостоятельно расширять и углублять математические знания.

Для освоения дисциплины необходимы компетенции, сформированные в рамках изучения курса «Алгебра и начала анализа», по программе общеобразовательной школы; дисциплины «Аналитическая геометрия», «Математический анализ». Курс математического анализа (часть 2), является фундаментальным курсом, необходимым для дальнейшего изучения других дисциплин.

3.Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)

Содержание рабочей программы представлено в Приложении №1.

4. Фонд оценочных средств по дисциплине

4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Код и формулировка компетенции:

ПК-2: Владеет навыками обучения по предмету математика.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания результатов обучения			
		2 («Не удовлетворительно»)	3 («Удовлетворительно»)	4 («Хорошо»)	5 («Отлично»)
ПК-2.1 Знать: -основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; -представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений; -теорию и методику преподавания математики; -специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и ограничено используется в семье и ближайшем окружении.	Знать: -основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; -представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений; -теорию и методику преподавания математики; -специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и ограничено используется в семье и ближайшем окружении.	Не обладает: -основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; -представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений; -теорию и методику преподавания математики; -специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и ограничено используется в семье и ближайшем окружении.	Обладает на удовлетворительном уровне: -основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; -представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений; -теорию и методику преподавания математики; -специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и ограничено используется в семье и ближайшем окружении.	Обладает на хорошем уровне: -основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; -представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений; -теорию и методику преподавания математики; -специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и ограничено используется в семье и ближайшем окружении.	Обладает на отличном уровне: -основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; -представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений; -теорию и методику преподавания математики; -специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и ограничено используется в семье и ближайшем окружении.
ПК-2.2. Умеет - совместно с обучающимися строить логические рассуждения (например,	Умеет - совместно с обучающимися строить логические рассуждения (напри-	Не умеет использовать: совместно с обучающимися строить логические рассуж-	Слабо умеет использовать: совместно с обучающимися строить логические рассуж-	Хорошо умеет использовать: совместно с обучающимися строить логические рассуж-	Уверенно умеет использовать: совместно с обучающимися строить логические рассуж-

			и действий сформированы слабо	и действий.	и действий.
--	--	--	-------------------------------------	-------------	-------------

4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Оценочные средства
ПК-2.1 Знать: -основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; -представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений; -теорию и методику преподавания математики; -специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и ограниченно используется в семье и ближайшем окружении.	Знать: -основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; -представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений; -теорию и методику преподавания математики; -специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и ограниченно используется в семье и ближайшем окружении.	Индивидуальный опрос; Групповой опрос; Решение задач; Тесты; Контрольные работы
ПК-2.2. Умеет - совместно с обучающимися строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических и иных контекстах, понимать рассуждение обучающихся; -анализировать предлагаемое обучающимся рассуждение с результатом: подтверждение его правильности или нахождение ошибки и анализ причин ее возникновения; помогать обучающимся в самостоятельной локализации ошибки, ее исправлении; оказывать помощь в улучшении (обобщении, сокращении, более ясном изложении) рассуждения -формировать у обучающихся убеждение в абсолютности математической истины и математического доказательства,	Умеет - совместно с обучающимися строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических и иных контекстах, понимать рассуждение обучающихся; -анализировать предлагаемое обучающимся рассуждение с результатом: подтверждение его правильности или нахождение ошибки и анализ причин ее возникновения; помогать обучающимся в самостоятельной локализации ошибки, ее исправлении; оказывать помощь в улучшении (обобщении, сокращении, более ясном изложении) рассуждения -формировать у обучающихся убеждение в абсолютности математической истины и математического доказательства, Имеет: - способностью логического	Индивидуальный опрос; Групповой опрос; Решение задач; Тесты; Контрольные работы

предотвращать формирование модели поверхностной имитации действий, ведущих к успеху, без ясного понимания смысла; поощрять выбор различных путей в решении поставленной задачи. ПК-2.3. Владеть навыками: - способностью логического рассуждения и коммуникации, установками на использование этой способности, на ее ценность; -способностью постижения основ математических моделей реального объекта или процесса, применения моделирования для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; -навыками формирования конкретных знаний, умений и навыков в области математики и информатики; -навыками формирования внутренней (мысленной) модели математической ситуации (включая пространственный образ); -навыками формирования у обучающихся умения проверять математическое доказательство, приводить опровергающий пример; -навыками формирования у обучающихся умения выделять подзадачи в задаче, перебирать возможные варианты объектов и действий.	рассуждения и коммуникации, установкам на использование этой способности, на ее ценность; -способностью постижения основ математических моделей реального объекта или процесса, применения моделирования для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; -навыками формирования конкретных знаний, умений и навыков в области математики и информатики; -навыками формирования внутренней (мысленной) модели математической ситуации (включая пространственный образ); -навыками формирования у обучающихся умения проверять математическое доказательство, приводить опровергающий пример; -навыками формирования у обучающихся умения выделять подзадачи в задаче, перебирать возможные варианты объектов и действий.	Подготовка докладов (рефератов); Индивидуальный опрос; Групповой опрос; Решение задач; Тесты; Контрольные работы; Вопросы экзамена
--	---	---

Критериями оценивания при *модульно-рейтинговой системе* являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины (*для экзамена*: текущий контроль – максимум 70 баллов; рубежный контроль – максимум 30 баллов, поощрительные баллы – максимум 10)

Шкалы оценивания:

Для экзамена: от 45 до 59 баллов – «удовлетворительно»; от 60 до 79 баллов – «хорошо»; от 80 баллов – «отлично».

Показатели сформированности компетенции (для студентов очно-заочной формы обучения).
Критерии оценивания экзамена:

Оценка «отлично» выставляется, если студент свободно оперирует терминологическим понятием, свободно разбирается в разделах дисциплины, демонстрирует творческое отношение к предмету и знание учебной литературы.

Оценка «хорошо» выставляется, если студент хорошо владеет терминологическим понятием (допуская некоторые неточности), хорошо разбирается в темах и разделах дисциплины, проявляет трудолюбие в работе с учебной литературой.

Оценка «удовлетворительно» выставляется: при удовлетворительном оперировании основным терминологическими понятиями дисциплины (допуская некоторые ошибки в ответе), при посредственном знании разделов и тем дисциплины, при слабом знании учебной литературы по дисциплине.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется: при отсутствии умения оперирования терминологическим понятием дисциплины, при отсутствии знаний по разделам и темам дисциплины, при отсутствии знаний учебной литературы по дисциплине.

Рейтинг-план дисциплины

Математический анализ (часть 2)

направление Прикладная математика и информатика

курс 1, семестр 2

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
Модуль 1. Интегральное исчисление функции одного действительного переменного (неопределенный интеграл).				
Текущий контроль			4	8
Самостоятельная работа	1	8	4	8
Рубежный контроль			8	15
Опрос	2	2	2	4
Контрольные работы	5	1	3	5
Тесты	6	1	3	6
Модуль 2. Интегральное исчисление функции одного действительного переменного (определенный интеграл).				
Текущий контроль			4	8
Самостоятельная работа	1	8	4	8
Рубежный контроль			8	15
Опрос	2	2	2	4
Контрольные работы	5	1	3	5
Тесты	6	1	3	6
Модуль 3. Приближенное вычисление определенных интегралов и несобственные интегралы Функции нескольких переменных.				
Текущий контроль			4	9
Самостоятельная работа	1	9	4	9
Рубежный контроль			7	15
Опрос	2	2	1	4
Контрольные работы	5	1	3	5
Тесты	6	1	3	6
Поощрительные баллы				
1.Студенческая олимпиада или публикация статей	10	1	0	10
Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)				
1.Посещение лекционных занятий			0	-6
2.Посещение практических занятий			0	-10
Итоговый контроль				
Экзамен			10	30
Итого			45	110

Экзаменационные билеты

Экзамен является оценочным средством для всех этапов освоения компетенций.

Структура экзаменационного билета: билет состоит из двух теоретических вопросов и одной задачи.

Примерные вопросы для экзамена:

Примерные вопросы для экзамена:

1. Первообразная функции. Неопределенный интеграл.
2. Основные свойства неопределенного интеграла.
3. Основные методы интегрирования: непосредственное интегрирование, метод замены переменной, внесение под знак дифференциала.
4. Основные методы интегрирования: интегрирование по частям.
5. Основные методы интегрирования: интегрирование рациональных функций. Метод неопределенных коэффициентов.
6. Основные методы интегрирования: рационализирующие подстановки, первая подстановка Эйлера, вторая подстановка Эйлера.
7. Основные методы интегрирования: интегрирование трансцендентных функций, способ отщепления.
8. Основные методы интегрирования: интегрирование функций, рациональных относительно $\sin(x)$, $\cos(x)$.
9. Основные методы интегрирования: тригонометрические подстановки.
10. Основные методы интегрирования: интегралы от дифференциального бинома.
11. Определенный интеграл Римана.
12. Суммы Дарбу. Свойства сумм Дарбу.
13. Основные свойства определенного интеграла.
14. Оценки интегралов. Формула среднего значения.
15. Необходимое условие интегрируемости функции. Достаточное условие интегрируемости функции.
16. Определенный интеграл с переменным верхним пределом.
17. Основная теорема интегрального исчисления. Формула Ньютона-Лейбница.
18. Замена переменной в определенном интеграле.
19. Формула интегрирования по частям в определенном интеграле.
20. Приложения определенного интеграла: вычисление площади криволинейной трапеции.
21. Приложения определенного интеграла: вычисление площади криволинейного сектора.
22. Приложения определенного интеграла: вычисление длины дуги кривой. Дифференциал дуги.
23. Приложения определенного интеграла: вычисление площади поверхности вращения.
24. Приложения определенного интеграла: вычисление объема тела.
25. Приложения определенного интеграла: вычисление координат центра тяжести кривой. Первая теорема Паппа-Гульдина.
26. Приложения определенного интеграла: вычисление координат центра тяжести криволинейной трапеции. Вторая теорема Паппа-Гульдина.
27. Приложения определенного интеграла: работа переменной силы.
28. Приближенное вычисление определенных интегралов: формула трапеций. Оценка абсолютной погрешности.
29. Приближенное вычисление определенных интегралов: формула прямоугольников. Оценка абсолютной погрешности.
30. Приближенное вычисление определенных интегралов: формула Симпсона. Оценка абсолютной погрешности.
31. Несобственные интегралы первого рода. Признак сравнения. Эталонные интегралы.
32. Критерий Коши сходимости интеграла.

33. Абсолютно сходящиеся интегралы.
34. Признак Дирихле сходимости несобственных интегралов.
35. Признак Абеля сходимости несобственных интегралов.
36. Несобственные интегралы второго рода.
37. Функции нескольких переменных. Линии уровня и область задания функции нескольких переменных.
38. Предел и непрерывность функции нескольких переменных. Критерий Коши существования предела функции многих переменных.
39. Основные свойства непрерывных функций. Непрерывность сложной функции.
40. Равномерная непрерывность функции многих переменных. Теорема Кантора о равномерной непрерывности.
41. Частные производные функции нескольких переменных. Полное приращение и полный дифференциал функции нескольких переменных.
42. Применение полного дифференциала в приближенных вычислениях.
43. Производная сложной функции. Полная производная и полный дифференциал сложной функции.
44. Производная от функции, заданной неявно.
45. Частные производные различных порядков. Дифференциалы высших порядков.
46. Поверхности уровня. Производная по направлению.
47. Градиент. Основные свойства градиента.
48. Формула Тейлора для функции многих переменных.
49. Экстремумы функции многих переменных. Необходимые условия существования экстремума.
50. Экстремумы функции многих переменных. Достаточные условия существования экстремума многих переменных.
51. Условный экстремум функции многих переменных. Необходимые условия существования условного экстремума.
52. Условный экстремум функции многих переменных. Достаточные условия существования экстремума.

Примерный перечень задач к экзамену

1. Разложить по формуле Тейлора в окрестности точки $(0, 0)$ до членов третьего порядка включительно функцию $u(x, y) = e^x \cdot \sin y$.
2. Найти интегралы: а) $\int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt[3]{x^2 + 4\sqrt{x}}}$, $x > 0$, б) $\int e^{5x-1} dx$, в) $\int \frac{dx}{\sqrt{5-2x}}$, г) $\int \frac{\sin 2x dx}{1 + \sin^2 x}$.
3. Найти максимум функции: $u(x, y) = \frac{1}{2}xy + (45 - x - y) \cdot \left(\frac{x}{3} + \frac{y}{4}\right)$.
4. Найти интегралы: а) $\int (x^2 e^x + \ln^2 x) dx$, $x > 0$, б) $\int \frac{x^3 + 5x^2 + 12x + 4}{(x^2 + 4)(x + 2)^2} dx$, в) $\int x \sin 2x dx$.
5. Найти интегралы: а) $\int \frac{dx}{x^3 \sqrt{1-x}^3}$, $x \neq 0, x \neq -1$, б) $\int x^2 e^{3x} dx$, в) $\int \frac{x^3 + 4x^2 + 4x + 2}{(x^2 + x + 1)(x + 1)^2} dx$.
6. Найти экстремум функции $z = x - 2y$ при условии $x^2 + y^2 = 3$.
7. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y^2 + 8x = 16$; $y^2 - 24x = 48$.
8. Исследовать функцию $z = x^2 + xy + y^2 - x + 2y$ на экстремумы.

9. Вычислить длину дуги кривой, уравнение которой задано в декартовой системе координат $x = \frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{2}\ln y, \quad 1 \leq y \leq e$.

10. Найти частные производные первого порядка функций двух переменных:

$$z = \frac{\sqrt{xy}}{x+y}, \quad \text{б)} \quad z = x^2y^2 - 3xy, \quad \text{в)} \quad z = xe^y.$$

11. Вычислить длину дуги кривой, уравнение которой задано в параметрической форме:

$$x = e^t \cos t, \quad y = e^t \sin t, \quad 0 \leq t \leq \ln \pi.$$

12. Найти экстремум функции $z = \frac{2x+y}{x+12}$ при условии $x^2 + y^2 = 1$.

13. Найти интегралы: а) $\int \frac{dx}{(x-3)(x+2)}$, б) $\int \frac{dx}{\cos x}$, в) $\int \frac{x^2 dx}{x+1}$, г) $\int x\sqrt{1-x^2} dx$.

14. Исследовать функцию $z = x^2 - xy + y^2 - x - 2y$ на экстремумы.

15. Найти интегралы: а) $\int \frac{dx}{2 - \cos x}$, б) $\int \cos^3 x dx$, в) $\int \frac{dx}{1 + \sqrt{x}}$, г) $\int \frac{3x-1}{x^2+9} dx$.

16. Найти частные производные первого порядка функций двух переменных:

$$z = \frac{\sqrt{x+y}}{x+y}, \quad \text{б)} \quad z = x^2y^2 - x^2y + xy^2, \quad \text{в)} \quad z = 10^{xy}.$$

17. Найти с помощью полного дифференциала приближённое значение выражения $\frac{\sqrt[3]{1,06}}{\sqrt{3,96}}$.

18. Найти с помощью полного дифференциала приближённое значение выражения $\sqrt{4,03} \cdot \sqrt[3]{1,02}$.

19. Найти экстремум функции $z = 2x + y$ при условии $x^2 + y^2 = 5$.

20. Найти интегралы: а) $\int \sin^4 x dx$, б) $\int \frac{dx}{\sqrt{2x-1}}$, в) $\int 3^x \cdot e^{x+1} dx$, г) $\int \frac{x^3}{(x+1)^2} dx$.

21. Найти длину дуги кривой $y = \frac{1}{2}x^2, \quad 0 \leq x \leq \sqrt{2}$.

22. Найти и изобразить на плоскости область определения функции двух переменных:

$$\text{а)} \quad z = \ln(x-y+1), \quad \text{б)} \quad z = \frac{x^2+y^2}{x^2+y^2-1}.$$

23. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $x = \sqrt{4-y^2}, \quad x = 0, \quad y = 0, \quad y = 1$.

24. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y^2 = x-1, \quad y = (x-1)^2$.

25. Найти с помощью полного дифференциала приближённое значение выражения $\frac{2,02^3 \cdot 0,98^2}{\pi}$.

26. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнениями:

27. Вычислить длину дуги кривой (заданной уравнениями):

$$\begin{cases} x = (t^2 + 2)\sin t + 2t \cos t, \\ y = (-t^2 + 2)\cos t + 2t \sin t, \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \pi.$$

28. Найти частные производные первого и второго порядков функций двух переменных:

$$\text{а)} \quad z = \cos xy, \quad \text{б)} \quad z = \frac{y}{x^2}, \quad \text{в)} \quad z = x \operatorname{tg} y.$$

29. Вычислить объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной графиками функций $y = e^{1-x}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$ вокруг оси Ox .

30. Вычислить объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной графиками функций $x = 5t^2$, $y = 5\ln t$, $x = 0$, $y = 0$ вокруг оси Ox .

Образец экзаменационного билета:

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Уфимский университет науки и технологий»
Сибайский институт (филиал) УУНиТ

Естественно-математический факультет
Кафедра прикладной математики и информационных технологий

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №1
по дисциплине «Математический анализ (часть 2)»
Направление «Прикладная математика и информатика»
Профиль «Прикладная математика и информационные технологии»

Экзаменационный билет № 1

1. Первообразная функции. Неопределенный интеграл.
2. Приближенное вычисление определенных интегралов: формула прямоугольников. Оценка абсолютной погрешности.
3. Задача.

Утверждено на заседании кафедры _____, протокол № ____
(дата)

Заведующий кафедрой _____
(подпись) (Ф.И.О.)

Примечание: Задача берется из списка задач в соответствии с номером билета.

Перевод оценки из 100-балльной в четырех балльную производится следующим образом:

- отлично – от 80 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов);
- хорошо – от 60 до 79 баллов;
- удовлетворительно – от 45 до 59 баллов;
- неудовлетворительно – менее 45 баллов.

Примерные критерии оценивания ответа на экзамене:

Критерии оценки (в баллах):

- **20-30 баллов** выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы билета, продемонстрировал знание функциональных возможностей, терминологии, основных элементов, умение применять теоретические знания при выполнении практических заданий. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы. Задача решена полностью без неточностей и ошибок;

- **10-20 баллов** выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности. При решении задачи допущены несущественные ошибки;

- **1-10** баллов выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос. Студент не решил задачу или при решении допущены грубые ошибки;

- **0 баллов** выставляется студенту, если ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Обнаруживается отсутствие навыков применения теоретических знаний при выполнении практических заданий. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос.

План лекционных и практических занятий.

Раздел 1. Интегральное исчисление функции одного действительного переменного (неопределенный интеграл) –16 часов практических занятий

Цель практических занятий: усвоение и закрепление студентами понятий первообразная, неопределенный интеграл, методов решения задач на нахождение неопределенных интегралов.

Вопросы для обсуждения:

1. Первообразная функции.
2. Основные свойства неопределенного интеграла.
3. Основные методы интегрирования.

Во время практических занятий в аудитории рекомендуется использовать следующие задачки:

1) Задачи и упражнения по математическому анализу для втузов: Учеб. пособие для студентов высш. техн. учеб. заведений / Г.С. Бараненков, Б.П. Демидович, В.А. Ефименко и др.; Под ред. Б.П. Демидовича. М.: [ООО «Издательство Астрель»](#): ООО «Издательство АСТ», 2012.

2) Сборник задач по высшей математике. 1 курс / К.Н. Лунгу, Д.Т. Письменный, С.Н. Федин, Ю.А. Шевченко. - 6-е изд. - М.: Айрис-пресс, 2007.

3) Виноградова И.А. Задачи и упражнения по математическому анализу: В 2 кн. Кн.1.: учеб. пособие : / И.А. Виноградова, С.Н. Олехник, В.А. Садовничий. - М.: Высшая школа, 2000.

4) Злобина С.В., Посицельская Л.Н. Математический анализ в задачах и упражнениях: учебное пособие. М.: Физматлит, 2009.

5) Гурова З.И., Каролинская С.Н., Осипова А.П. Математический анализ. Начальный курс с примерами и задачами. М.: Физматлит, 2007.

Неразобранные во время аудиторных занятий задачи, предлагаются студентам для самостоятельного решения.

Раздел 2. Интегральное исчисление функции одного действительного переменного (определенный интеграл) 10 часов практических занятий

Цель: усвоение и закрепление студентами понятий определенного интеграла, первообразной функции и методов решения задач на вычисление определенных интегралов.

Вопросы для обсуждения:

1. Определенный интеграл Римана.
2. Суммы Дарбу. Свойства сумм Дарбу.
3. Основные свойства определенного интеграла.
4. Оценки интегралов. Формула среднего значения.
5. Необходимое условие интегрируемости функции. Достаточное условие интегрируемости функции.
6. Определенный интеграл с переменным верхним пределом.
7. Основная теорема интегрального исчисления. Формула Ньютона-Лейбница.
8. Замена переменной в определенном интеграле.

9. Формула интегрирования по частям в определенном интеграле.
10. Приложения определенного интеграла: вычисление площади криволинейной трапеции.
11. Приложения определенного интеграла: вычисление площади криволинейного сектора.
12. Приложения определенного интеграла: вычисление длины дуги кривой. Дифференциал дуги.
13. Приложения определенного интеграла: вычисление площади поверхности вращения.
14. Приложения определенного интеграла: вычисление объема тела.

Во время практических занятий в аудитории рекомендуется использовать следующие задачки:

- 1) Задачи и упражнения по математическому анализу для втузов: Учеб. пособие для студентов высш. техн. учеб. заведений / Г.С. Бараненков, Б.П. Демидович, В.А. Ефименко и др.; Под ред. Б.П. Демидовича. М.: [ООО «Издательство Астрель»](#); ООО «Издательство АСТ», 2012.
- 2) Сборник задач по высшей математике. 1 курс / К.Н. Лунгу, Д.Т. Письменный, С.Н. Федин, Ю.А. Шевченко. - 6-е изд. - М.: Айрис-пресс, 2007.
- 3) Виноградова И.А. Задачи и упражнения по математическому анализу: В 2 кн. Кн.1.: учеб. пособие : / И.А. Виноградова, С.Н. Олехник, В.А. Садовничий. - М.: Высшая школа, 2000.
- 4) Злобина С.В., Посицельская Л.Н. Математический анализ в задачах и упражнениях: учебное пособие. М.: Физматлит, 2009.
- 5) Гурова З.И., Каролинская С.Н., Осипова А.П. Математический анализ. Начальный курс с примерами и задачами. М.: Физматлит, 2007.

Неразобранные во время аудиторных занятий задачи, предлагаются студентам для самостоятельного решения.

Раздел 3. Приближенное вычисление определенных интегралов и несобственные интегралы - 6 часов практических занятий

Цель занятий: усвоение и закрепление студентами основных понятий, связанных с приближенным вычислением определенного интеграла и методов решения задач на сходимость несобственных интегралов первого и второго родов.

Вопросы для обсуждения:

1. Приближенное вычисление определенных интегралов: формула трапеций. Оценка абсолютной погрешности.
2. Приближенное вычисление определенных интегралов: формула прямоугольников. Оценка абсолютной погрешности.
3. Приближенное вычисление определенных интегралов: формула Симпсона. Оценка абсолютной погрешности.
4. Несобственные интегралы первого рода. Признак сравнения. Эталонные интегралы.
5. Критерий Коши сходимости интеграла.
6. Абсолютно сходящиеся интегралы.
7. Признак Дирихле сходимости несобственных интегралов.
8. Признак Абеля сходимости несобственных интегралов.
9. Несобственные интегралы второго рода.

Во время практических занятий в аудитории рекомендуется использовать следующие задачки:

- 1) Задачи и упражнения по математическому анализу для втузов: Учеб. пособие для студентов высш. техн. учеб. заведений / Г.С. Бараненков, Б.П. Демидович, В.А. Ефименко и др.; Под ред. Б.П. Демидовича. М.: [ООО «Издательство Астрель»](#), 2012.
- 2) Сборник задач по высшей математике. 1 курс / К.Н. Лунгу, Д.Т. Письменный, С.Н. Федин, Ю.А. Шевченко. - 6-е изд. - М.: Айрис-пресс, 2007.
- 3) Виноградова И.А. Задачи и упражнения по математическому анализу: В 2 кн. Кн.1.: учеб. пособие : / И.А. Виноградова, С.Н. Олехник, В.А. Садовничий. - М.: Высшая школа, 2000.
- 4) Злобина С.В., Посицельская Л.Н. Математический анализ в задачах и упражнениях: учебное пособие. М.: Физматлит, 2009.
- 5) Гурова З.И., Каролинская С.Н., Осипова А.П. Математический анализ. Начальный курс с примерами и задачами. М.: Физматлит, 2007.

Неразобранные во время аудиторных занятий задачи, предлагаются студентам для самостоятельного решения.

Раздел 4. Функции нескольких переменных - 10 часов практических занятий

Цель занятий: усвоение и закрепление студентами понятий функции нескольких аргументов, производной и дифференциала функции нескольких аргументов и методов решения задач на нахождение безусловных и условных экстремумов функции нескольких переменных.

Вопросы для обсуждения:

1. Функции нескольких переменных. Линии уровня и область задания функции нескольких переменных.
2. Предел и непрерывность функции нескольких переменных. Критерий Коши существования предела функции многих переменных.
3. Основные свойства непрерывных функций. Непрерывность сложной функции.
4. Равномерная непрерывность функции многих переменных. Теорема Кантора о равномерной непрерывности.
5. Частные производные функции нескольких переменных. Полное приращение и полный дифференциал функции нескольких переменных.
6. Применение полного дифференциала в приближенных вычислениях.
7. Производная сложной функции. Полная производная и полный дифференциал сложной функции.
8. Производная от функции заданной неявно.
9. Частные производные различных порядков. Дифференциалы высших порядков.
10. Поверхности уровня. Производная по направлению.
11. Градиент. Основные свойства градиента.
12. Формула Тейлора для функции многих переменных.
13. Экстремумы функции многих переменных. Необходимые условия существования экстремума.
14. Экстремумы функции многих переменных. Достаточные условия существования экстремума многих переменных.
15. Условный экстремум функции многих переменных. Необходимые условия существования условного экстремума.

Условный экстремум функции многих переменных. Достаточные условия существования экстремума.

Во время практических занятий в аудитории рекомендуется использовать следующие задачки:

- 1) Задачи и упражнения по математическому анализу для втузов: Учеб. пособие для студентов высш. техн. учеб. заведений / Г.С. Бараненков, Б.П. Демидович, В.А. Ефименко и др.; Под ред. Б.П. Демидовича. М.: [ООО](#) «Издательство Астрель»: ООО «Издательство АСТ», 2012.
- 2) Сборник задач по высшей математике. 1 курс / К.Н. Лунгу, Д.Т. Письменный, С.Н. Федин, Ю.А. Шевченко. - 6-е изд. - М.: Айрис-пресс, 2007.
- 3) Виноградова И.А. Задачи и упражнения по математическому анализу: В 2 кн. Кн.1.: учеб. пособие : / И.А. Виноградова, С.Н. Олехник, В.А. Садовничий. - М.: Высшая школа, 2000.
- 4) Злобина С.В., Посицельская Л.Н. Математический анализ в задачах и упражнениях: учебное пособие. М.: Физматлит, 2009.
- 5) Гурова З.И., Каролинская С.Н., Осипова А.П. Математический анализ. Начальный курс с примерами и задачами. М.: Физматлит, 2007.

Неразобранные во время аудиторных занятий задачи, предлагаются студентам для самостоятельного решения.

Вопросы для индивидуальных и групповых опросов на практических занятиях

Раздел 1. Интегральное исчисление функции одного действительного переменного (неопределенный интеграл)

Цель практических занятий: усвоение и закрепление студентами понятий первообразная, неопределенный интеграл, методов решения задач на нахождение неопределенных интегралов.

Вопросы для обсуждения:

4. Первообразная функции.
5. Основные свойства неопределенного интеграла.
6. Основные методы интегрирования.

Во время практических занятий в аудитории рекомендуется использовать следующие задачки:

- 6) Задачи и упражнения по математическому анализу для втузов: Учеб. пособие для студентов высш. техн. учеб. заведений / Г.С. Бараненков, Б.П. Демидович, В.А. Ефименко и др.; Под ред. Б.П. Демидовича. М.: [ООО](#) «Издательство Астрель»: ООО «Издательство АСТ», 2012.
- 7) Сборник задач по высшей математике. 1 курс / К.Н. Лунгу, Д.Т. Письменный, С.Н. Федин, Ю.А. Шевченко. - 6-е изд. - М.: Айрис-пресс, 2007.
- 8) Виноградова И.А. Задачи и упражнения по математическому анализу: В 2 кн. Кн.1.: учеб. пособие : / И.А. Виноградова, С.Н. Олехник, В.А. Садовничий. - М.: Высшая школа, 2000.
- 9) Злобина С.В., Посицельская Л.Н. Математический анализ в задачах и упражнениях: учебное пособие. М.: Физматлит, 2009.

10) Гурова З.И., Каролинская С.Н., Осипова А.П. Математический анализ. Начальный курс с примерами и задачами. М.: Физматлит, 2007.

Вопросы по другим разделам приведены в ФОС.

Задачи для разбора (самостоятельного решения) на практических занятиях

Занятие № 1 Тема: Основные методы интегрирования.

Список задач (студент решает у доски, остальные – на местах, с дальнейшей проверкой и обоснованием): № 8.2.1, 8.2.3, 8.2.5, 8.2.7, 8.2.9, 8.2.11, 8.2.13, 8.2.15, 8.2.17, 8.2.19, 8.2.21 [3].

Задания по другим занятиям приведены в ФОС.

Критерии оценки (в баллах):

- 1 балл выставляется студенту, если он правильно решил и объяснил решение у доски;
- 1 балл выставляется студенту, если он предложил другой (отличный от стандартного) способ решения;

Тестовые задания

Краткие тесты (4-6 тестовых заданий) проводятся в начале или в конце занятий по простейшим типовым задачам по теме. Ответ дается в числовой форме.

Тест по темам «Основные методы интегрирования.»

1. Неопределенный интеграл равен $\int 6 \sin(3x+9)dx$:

- а) $-2 \cos(3x+9) + C$;
- б) $-\frac{1}{3} \cos(3x+9) + C$;
- в) $-\frac{6}{9} \cos(3x+9) + C$;
- г) $-3 \cos(3x+9) + C$.

2. Интеграл $\int \frac{dx}{3x-2x^2}$ можно представить в виде суммы интегралов:

- а) $\int \frac{dx}{3x} + \int \frac{2dx}{3(3-2x)}$;
- б) $-\int \frac{dx}{3x} + \int \frac{dx}{3(3-2x)}$;
- в) $\int \frac{dx}{3x} - \int \frac{dx}{3-2x}$;
- г) $\int \frac{dx}{3x} - \int \frac{dx}{2x^2}$.

3. Неопределенный интеграл равен: $\int \cos(3x+9)dx$:

- а) $-2 \sin(3x+9) + C$;

- б) $\frac{1}{3} \sin(3x+9) + C$;
 в) $-\frac{6}{9} \sin(3x+9) + C$;
 г) $-3 \cos(3x+9) + C$.

4. Неопределенный интеграл равен $\int \frac{6}{2x+5} dx$:

- а) $6 \ln(2x+5) + C$;
 б) $-\frac{1}{3} \ln(2x+5) + C$;
 в) $\ln(2x+5) + C$;
 г) $3 \ln(2x+5) + C$.

5. Интеграл $\int \frac{dx}{x^2 - 5x}$ можно представить в виде алгебраической суммы интегралов:

- а) $-\int \frac{dx}{5x} + \int \frac{dx}{5(x-5)}$;
 б) $\int \frac{dx}{5x} + \int \frac{dx}{5(x-5)}$;
 в) $\int \frac{dx}{x} + \int \frac{dx}{x-5}$;
 г) $\int \frac{dx}{5x} - \int \frac{dx}{5(x-5)}$.

Критерии оценки (в баллах):

- 0,5 баллов выставляется за каждую правильно решенную задачу.

Контрольная работа

По дисциплине Математический анализ предусмотрены два типа контрольных работ. Две контрольные работы выполняются во время аудиторных занятий. Одна контрольная работа дается для домашнего выполнения. Все контрольные работы оцениваются на 10 баллов.

Домашняя контрольная работа с 5 баллов считается зачтенным. Задания домашней контрольной работы приведены в приложении.

Контрольная работа №1 используется для рубежного контроля модуля 1, Контрольная работа №2 – для рубежного контроля модуля 2.

Критерии оценки контрольной работы (в баллах):

- **9-10 баллов** выставляется, если студент решил все задачи полностью:

- в логических рассуждениях и обоснованиях решения нет пробелов и ошибок;
- в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, которая не является следствием незнания и непонимания учебного материала);

- **7-8 баллов** выставляется, если

- студент решил все задачи, но обоснования шагов решения недостаточны;
- допущена одна ошибка или есть два-три недочета в выкладках.

- **5-6 баллов** выставляется, если допущено более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, но студент обладает обязательными умениями по проверяемому модулю;

- **0-4 баллов** выставляется, если

- допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не обладает обязательными умениями по проверяемому модулю;
- работа показала полное отсутствие у студента обязательных знаний и умений по проверяемому модулю.

Пример варианта контрольной работы № 1

Вариант № 1.

1.1. $\int \frac{dx}{1+7x}$; 1.2. $\int \frac{xdx}{2x-4}$; 1.3. $\int \frac{dx}{3-4x^2}$; 1.4. $\int \frac{dx}{x \ln x}$; 1.5. $\int \frac{xdx}{\sqrt{2-3x^2}}$;

1.6. $\int \frac{dx}{x^2-2x+4}$; 1.7. $\int \ln^2 x$; 1.8. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+1}}$; 1.9. $\int \sin^3 2x dx$; 1.10. $\int \cos^5 x^3 \sqrt{\sin^2 x} dx$.

Пример варианта контрольной работы № 2

Задача 1.

Вычислить определенные интегралы.

$$\int_3^8 \sqrt{x+1} dx/x.$$

$$\int_0^2 x \cdot 5^x dx.$$

Задача 2.

Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость.

$$\int_{-\infty}^1 dx/(2x^2+6x+5).$$

$$\int_2^3 (x+3)dx/\sqrt{x^2-4}.$$

Задача 3.

Вычислить площадь фигуры, ограниченной указанными линиями.

$$y = (x+1)^2, \quad y^2 = x+1.$$

Задача 4.

Вычислить площадь фигуры, ограниченной указанными линиями.

$$\begin{cases} x = 2(t - \sin t), \\ y = 2(1 - \cos t), \end{cases} \quad y = 0, \quad (0 \leq t \leq 2\pi).$$

Задача 5.

Вычислить площадь фигуры, ограниченной указанными линиями.

$$p = 2\sqrt{3} \cos \varphi, \quad p = 2 \sin \varphi$$

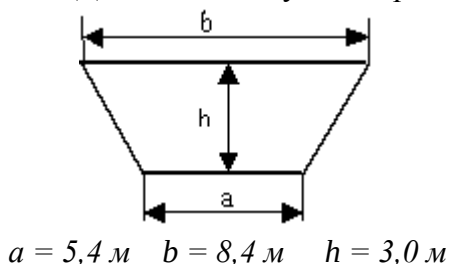
Задача 6.

Вычислить объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной указанными линиями, ось вращения ОХ.

$$y = 5 \cos x, \quad y = \cos x, \quad x = 0, \quad (x \geq 0).$$

Задача 7.

Вычислите силу, с которой вода давит на плотину, сечение которой имеет форму равнобоковой трапеции (рис.). Плотность воды $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$, ускорение свободного падения g положить равным 10 м/с^2 . Указание. Давление на глубине x равно ρgh .



Типовой расчет

Типовой расчет – это задания для самостоятельного решения вне аудиторных занятий.

Пример варианта типового расчета № 1

1 вариант

- 1) $\int \frac{3 + \sqrt[3]{x^2} - 2x}{\sqrt{x}} dx$; 2) $\int \sqrt{3+x} dx$; 3) $\int \frac{dx}{3-x}$; 4) $\int \sin(2-3x) dx$; 5) $\int \frac{2x dx}{\sqrt{5-4x^2}}$;
- 6) $\int \frac{dx}{\sqrt{2-5x^2}}$; 7) $\int e^{2x-7} dx$; 8) $\int \sin^4 2x \cos 2x dx$; 9) $\int \frac{\sqrt{\operatorname{tg}^3 x}}{\cos^2 x} dx$;
- 10) $\int \frac{\sqrt{\operatorname{arctg}^6 3x}}{1+9x^2} dx$; 11) $\int \frac{x dx}{e^{3x^2+4}}$; 12) $\int \frac{2-3x}{x^2+2} dx$; 13) $\int \frac{\sin 2x}{1+3\cos 2x} dx$;
- 14) $\int \sin^2(1-x) dx$; 15) $\int \operatorname{tg}^2 x dx$; 16) $\int \sin 3x \cos x dx$; 17) $\int \frac{x+1}{2x^2+3x-4} dx$;
- 18) $\int \frac{2x-13}{\sqrt{3x^2-3x-16}} dx$; 19) $\int x^2 \cos 2x dx$; 20) $\int (x+1)e^{2x} dx$; 21) $\int \ln(x-5) dx$;
- 22) $\int \operatorname{arctg} 2x dx$; 23) $\int \frac{3x^2+20x+9}{(x^2+4x+3)(x+5)} dx$; 24) $\int \frac{x^3+1}{x^3-x^2} dx$;
- 25) $\int \frac{(3x+13) dx}{(x-1)(x^2+2x+5)}$; 26) $\int \frac{dx}{2+\sqrt{x+3}}$; 27) $\int \frac{dx}{5+2\sin x+3\cos x}$;

$$28) \int \frac{dx}{8 \sin^2 x - 16 \sin x \cos x}; \quad 29) \int \cos^4 3x \sin^2 3x dx; \quad 30) \int \frac{dx}{(2x+1)\sqrt{\ln^2(2x+1)}}.$$

Пример варианта типового расчета № 2

$$1.1. \int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{8}} \frac{dx}{x \sqrt{x^2 + 1}}; \quad 2.1. \int_0^{\pi} \sin^4 x \cos^4 x dx; \quad 3.1. \int_1^{\infty} \frac{dx}{(2x-1)^3}; \quad 4.1. \int_1^2 \frac{dx}{x \sqrt{\ln x}};$$

$$\begin{cases} y = 4 - x^2 \\ y = x^2 - 2x \end{cases};$$

5.1. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций.

Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в полярных координатах.

$$9.1. \rho = 2 \sin \varphi,$$

Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций. В вариантах 1-15 ось вращения OX, в 16-30 ось OY.

$$10.1. y = \sqrt{x} \cdot e^x, \quad y=0, \quad x=1.$$

11.1. Вычислить работу, которую необходимо затратить, чтобы выкачать воду из котла, имеющего форму параболоида вращения, радиус основания которого равен R, а высота H.

12.1. Вычислить с точностью $\Delta = 10^{-5}$ определенные интегралы с помощью ЭВМ.

$$12.1. \int_{-4}^{\sqrt{x^2 + 6}} dx;$$

Критерии оценки типового расчета (в баллах):

- **9-10 баллов** выставляется, если студент решил все задачи полностью:

- в логических рассуждениях и обоснованиях решения нет пробелов и ошибок;
- в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, которая не является следствием незнания и непонимания учебного материала);

- **7-8 баллов** выставляется, если

- студент решил все задачи, но обоснования шагов решения недостаточны;
- допущена одна ошибка или есть два-три недочета в выкладках.

- **5-6 баллов** выставляется, если допущено более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, но студент обладает обязательными умениями по проверяемому модулю;

- **0-4 баллов** выставляется, если

- допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не обладает обязательными умениями по проверяемому модулю;
- работа показала полное отсутствие у студента обязательных знаний и умений по проверяемому модулю.

5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

1. Фихтенгольц, Г. М. Основы математического анализа : учебник для вузов : в 2 частях / Г. М. Фихтенгольц. — 13-е, стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2021 — Часть 1 : Основы математического анализа — 2021. — 444 с. — ISBN 978-5-8114-7583-4. —

- Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/162390>.
2. Фихтенгольц, Г. М. Основы математического анализа : учебник для вузов : в 2 частях / Г. М. Фихтенгольц. — 12-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2021 — Часть 2 — 2021. — 464 с. — ISBN 978-5-8114-8375-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/175511>.
 3. Лунгу, К.Н. Сборник задач по высшей математике. 1 курс / К.Н. Лунгу, Д.Т. Письменный, С.Н. Федин, Ю.А. Шевченко. —М.: Айрис-пресс, 2007. -576 с.

Дополнительная литература:

4. Злобина С.В., Посицельская Л.Н. Математический анализ в задачах и упражнениях: учебное пособие. М.: Физматлит, 2009. - 360 с. Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=68137&sr=1
5. Гурова З.И., Каролинская С.Н., Осипова А.П. Математический анализ. Начальный курс с примерами и задачами. М.: Физматлит, 2007. - 352 с. Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=68134&sr=1
6. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. Учебник. Часть 1. М.: Физматлит, 2009. - 647 с. Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=76686&sr=1
7. Максименко В.Н., Меграбов А.Г., Павшук Л.В. Курс математического анализа. Учебное пособие. Часть 1. Новосибирск: НГТУ, 2011. - 411 с. Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=228792&sr=1
8. Кудрявцев Л.Д., Дубакин Д.Н., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Учебное пособие в 3 т. Том 2. Непрерывность. Дифференцируемость. М.: Физматлит, 2010. - 496 с. Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=83187&sr=1
9. Кудрявцев Л.Д., Дубакин Д.Н., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Учебное пособие в 3 т. Том 3. Функции нескольких переменных. М.: Физматлит, 2006. - 469 с. Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=83191&sr=1

5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины

1. ЭБС «Университетская библиотека online» - www.biblioclub.ru;
2. ЭБС изд-ва «Лань» - www.e.lanbook.com;
3. <http://www.exponenta.ru> —образовательный математический сайт;
4. <http://www.mccme.ru> - сайт Московского центра непрерывного математического образования.

6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления

образовательного процесса по дисциплине

Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий	Вид занятий	Наименование оборудования, программного обеспечения
1	2	3
Аудитория 210	Лекции,	Демонстрационное оборудование: дос-

	практические занятия	ка, проектор – 1 шт., переносной экран – 1 шт. Специализированная мебель: столы, стулья (28 посадочных мест).
--	----------------------	---

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

дисциплины Математический анализ (часть 2) на 2 семестр

очная (очно-заочная) форма обучения

Вид работы	Объем дисциплины
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	4/144
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	
лекций	30 (28)
практических/ семинарских	28 (38)
лабораторных	-
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем) (ФКР)	1,2
из них, предусмотренные на выполнение курсовой работы/курсового проекта	-
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	55,8 (40,8)
из них, предусмотренные на выполнение курсовой работы/курсового проекта	-
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	27 (36)

Форма(ы) контроля:

экзамен 2 семестр

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)				Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)	Задания по самостоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		ЛК	ПР	ЛР	СРС			
2 семестр								
1.	Интегральное исчисление функции одного действительного переменного (неопределенный интеграл)	12 (12)	12 (14)		16 (14)	1-9	– проработка лекций и работа с литературой по теме; – решение задач; – дополнительное изучение отдельных тем;	– опрос (тестирование) по теории; – контрольная работа;
2.	Интегральное исчисление функции одного действительного переменного (определенный интеграл)	10 (12)	10 (12)		13 (12)	1-9	– проработка лекций и работа с литературой по теме; – решение задач; – дополнительное изучение отдельных тем;	– опрос (тестирование) по теории; – контрольная работа;
3.	Приближенное вычисление определенных интегралов и несобственные интегралы	4 (2)	4 (6)		16 (10)	1-9	– проработка лекций и работа с литературой по	– опрос (тестирование) по теории;

							теме; – решение задач; – дополнительное изучение отдельных тем;	– контрольная работа;
4	Функции нескольких переменных	4 (2)	4 (6)		10,8 (4,8)	1-9	– проработка лекций и работа с литературой по теме; – решение задач; – дополнительное изучение отдельных тем;	– опрос (тестирование) по теории; – контрольная работа;
	Всего часов:	30 (28)	30 (38)		55,8 (40,8)			