

ФГБОУ ВО «УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»
СИБАЙСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ) УУиТ
ЕСТЕСТВЕННО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Утверждено:
на заседании кафедры
протокол № 11 от «31» мая 2023 г.

Зав. кафедрой  Гумеров И.С.



Согласовано:
Председатель УМК естественно-
математического факультета

/ Ильбулова Г.Р

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Дисциплина **ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ**

(наименование дисциплины)

Часть, формируемая участниками образовательных отношений

(обязательная часть или часть, формируемая участниками образовательных отношений, факультатив)

программа бакалавриата

Направление подготовки

01.03.02 Прикладная математика и информатика

(указывается код и наименование направления подготовки)

Направленность (профиль) подготовки

Прикладная математика и информационные технологии

(указывается наименование направленности (профиля) подготовки)

Квалификация

бакалавр

(указывается квалификация)

Разработчик (составитель)

доцент, к.ф.-м.н.

(должность, ученая степень, ученое звание)

/ Музафаров С.М.

Для приема: 2023 г.

Сибай 2023 г.

Составитель: Музафаров С.М.

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры прикладной математики и информационных технологий протокол № 11 от «31» мая 2023 г.

И.о. заведующего кафедрой Г/Гумеров И.С.

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины _____
утверждены на заседании кафедры, протокол № ____ от « ____ » _____ 20 ____ г.

Заведующий кафедрой _____ / _____ /

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины _____
утверждены на заседании кафедры, протокол № ____ от « ____ » _____ 20 ____ г.

Заведующий кафедрой _____ / _____ /

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины _____
утверждены на заседании кафедры, протокол № ____ от « ____ » _____ 20 ____ г.

Заведующий кафедрой _____ / _____ /

Список документов и материалов

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций
2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы
3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)
4. Фонд оценочных средств по дисциплине
 - 4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине
 - 4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине.
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины
 - 5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины
 - 5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины
6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций

По итогам освоения дисциплины обучающийся должен достичь следующих результатов обучения:

| Категория (группа) компетенций | Формируемая компетенция (с указанием кода) | Код и наименование индикатора достижения компетенции | Результаты обучения по дисциплине |
|---------------------------------------|---|--|--|
| Профессиональные компетенции | ПК-2: Владеет навыками обучения по предмету математика. | <p>ПК-1.1 Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> -основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; -представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений; -теорию и методику преподавания математики; -специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и ограничено используется в семье и ближайшем окружении. | <p><i>Знать:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> -основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; -представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений; -теорию и методику преподавания математики; -специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и ограничено используется в семье и ближайшем окружении. |
| | | <p>ПК-1.2. Умеет - совместно с обучающимися строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических и иных контекстах, понимать рассуждение обучающихся;</p> <ul style="list-style-type: none"> -анализировать предлагаемое обучающимся рассуждение с результатом: подтверждение его правильности или нахождение ошибки и анализ причин ее возникновения; помогать обучающимся в самостоятельной локализации ошибки, ее исправлении; оказывать помощь в улучшении (обобщении, сокращении) более ясном изложении) рассуждения -формировать у обучаю- | <p>Умеет - совместно с обучающимися строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических и иных контекстах, понимать рассуждение обучающихся;</p> <ul style="list-style-type: none"> -анализировать предлагаемое обучающимся рассуждение с результатом: подтверждение его правильности или нахождение ошибки и анализ причин ее возникновения; помогать обучающимся в самостоятельной локализации ошибки, ее исправлении; оказывать помощь в улучшении (обобщении, сокращении) более ясном изложении) рассуждения -формировать у обучаю- |

| | | | |
|--|--|---|--|
| | | <p>щихся убеждение в абсолютности математической истины и математического доказательства, предотвращать формирование модели поверхностной имитации действий, ведущих к успеху, без ясного понимания смысла; поощрять выбор различных путей в решении поставленной задачи.</p> | <p>щихся убеждение в абсолютности математической истины и математического доказательства, предотвращать формирование модели поверхностной имитации действий, ведущих к успеху, без ясного понимания смысла; поощрять выбор различных путей в решении поставленной задачи.</p> |
| | | <p>ПК-1.3. Владеть: - способностью логического рассуждения и коммуникации, установки на использование этой способности, на ее ценность; -способностью постижения основ математических моделей реального объекта или процесса, применения моделирования для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; -навыками формирования конкретных знаний, умений и навыков в области математики и информатики; -навыками формирования внутренней (мысленной) модели математической ситуации (включая пространственный образ); -навыками формирования у обучающихся умения проверять математическое доказательство, приводить опровергающий пример; -навыками формирования у обучающихся умения выделять подзадачи в задаче, перебирать возможные варианты объектов и действий.</p> | <p><i>Владеть:</i> - способностью логического рассуждения и коммуникации, установки на использование этой способности, на ее ценность; -способностью постижения основ математических моделей реального объекта или процесса, применения моделирования для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; -навыками формирования конкретных знаний, умений и навыков в области математики и информатики; -навыками формирования внутренней (мысленной) модели математической ситуации (включая пространственный образ); -навыками формирования у обучающихся умения проверять математическое доказательство, приводить опровергающий пример; -навыками формирования у обучающихся умения выделять подзадачи в задаче, перебирать возможные варианты объектов и действий.</p> |

2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «*Дифференциальная геометрия*» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений.

Дисциплина изучается на 3 курсе 5 семестре очной формы обучения и на 3 курсе в 6 семестре очно-заочной формы обучения.

Целью курса является формирование у студентов базовых знаний по дифференциальной геометрии, достаточных для освоения образовательной программы - овладение студентами классическими и современными методами изучения дифференциальной геометрии. Основными целями и задачами изучения данной дисциплины являются:

- получение фундаментальных знаний и формирование навыков решения задач по дифференциальной геометрии;
- формирование математической культуры студента;

- развитие алгоритмического и логического мышления;
- формирование умений самостоятельно расширять и углублять математические знания.

В результате изучения дисциплины «Дифференциальная геометрия» студенты должны овладеть основными математическими понятиями курса; уметь использовать теоретический аппарат для решения прикладных задач, уметь решать типовые задачи, иметь навыки работы со специальной математической литературой.

Теоретический и практический материал изучаемых тем дисциплины может использоваться во многих разделах прикладной математики. Для успешного усвоения дисциплины «Дифференциальная геометрия» студент должен иметь базовую подготовку по элементарной математике в объёме программы средней школы, а также владеть основными понятиями дисциплин «Математический анализ» и «Аналитическая геометрия».

3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)

Содержание рабочей программы представлено в Приложении № 1.

4. Фонд оценочных средств по дисциплине

4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотношенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Код и формулировка компетенции:

ПК-2: Владеет навыками обучения по предмету математика.

| Код и наименование индикатора достижения компетенции | Результаты обучения по дисциплине | Критерии оценивания результатов обучения | | | |
|--|---|---|---|--|---|
| | | 2 («Не удовлетворительно») | 3 («Удовлетворительно») | 4 («Хорошо») | 5 («Отлично») |
| ПК-2.1 Знать: -основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; -представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений; -теорию и методику преподавания математики; -специальные подходы и источники инфор- | <i>Знать:</i> -основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; -представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений; -теорию и методику преподавания математики; | Не обладает: -основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; -представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений; -теорию и методику преподавания математики; | Обладает на удовлетворительном уровне: -основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; -представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений; -теорию и ме- | Обладает на хорошем уровне: -основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; -представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений; -теорию и ме- | Обладает на отличном уровне: -основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; -представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений; -теорию и ме- |

| | | | | | |
|---|--|--|---|---|---|
| <p>умения проверять математическое доказательство, приводить опровергающий пример;</p> <p>-навыками формирования у обучающихся умения выделять подзадачи в задаче, перебирать возможные варианты объектов и действий.</p> | <p>-навыками формирования у обучающихся умения проверять математическое доказательство, приводить опровергающий пример;</p> <p>-навыками формирования у обучающихся умения выделять подзадачи в задаче, перебирать возможные варианты объектов и действий.</p> | <p>-навыками формирования у обучающихся умения проверять математическое доказательство, приводить опровергающий пример;</p> <p>-навыками формирования у обучающихся умения выделять подзадачи в задаче, перебирать возможные варианты объектов и действий.</p> | <p>образ);</p> <p>-навыками формирования у обучающихся умения проверять математическое доказательство, приводить опровергающий пример;</p> <p>-навыками формирования у обучающихся умения выделять подзадачи в задаче, перебирать возможные варианты объектов и действий сформированы слабо</p> | <p>образ);</p> <p>-навыками формирования у обучающихся умения проверять математическое доказательство, приводить опровергающий пример;</p> <p>-навыками формирования у обучающихся умения выделять подзадачи в задаче, перебирать возможные варианты объектов и действий.</p> | <p>образ);</p> <p>-навыками формирования у обучающихся умения проверять математическое доказательство, приводить опровергающий пример;</p> <p>-навыками формирования у обучающихся умения выделять подзадачи в задаче, перебирать возможные варианты объектов и действий.</p> |
|---|--|--|---|---|---|

4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине.

| Код и наименование индикатора достижения компетенции | Результаты обучения по дисциплине | Оценочные средства |
|--|---|--|
| <p>ПК-2.1 Знать:</p> <p>-основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики;</p> <p>-представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений;</p> <p>-теорию и методику преподавания математики;</p> <p>-специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и ограниченно используется в семье и ближайшем окружении.</p> <p>ПК-2.2. Умеет - совместно с обучающимися строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических и иных контекстах, понимать рассуждение обучающихся;</p> <p>-анализировать предлагаемое обучающимся рассуждение с результатом: подтверждение его правильности или нахождение</p> | <p>Знать:</p> <p>-основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики;</p> <p>-представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений;</p> <p>-теорию и методику преподавания математики;</p> <p>-специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и ограниченно используется в семье и ближайшем окружении.</p> | <p>Индивидуальный опрос;</p> <p>Групповой опрос;</p> <p>Решение задач;</p> <p>Тесты;</p> <p>Контрольные работы</p> |
| | <p>Умеет - совместно с обучающимися строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических и иных контекстах, понимать рассуждение обучающихся;</p> <p>-анализировать предлагаемое обучающимся рассуждение с результатом: подтверждение его правильности или нахождение ошибки и анализ причин ее возникновения; помогать обучающимся в самостоятельной локализации ошибки, ее исправлении; оказывать помощь в улучше-</p> | <p>Индивидуальный опрос;</p> <p>Групповой опрос;</p> <p>Решение задач;</p> <p>Тесты;</p> <p>Контрольные работы</p> |

| | | |
|---|---|---|
| <p>ошибки и анализ причин ее возникновения; помогать обучающимся в самостоятельной локализации ошибки, ее исправлении; оказывать помощь в улучшении (обобщении, сокращении, более ясном изложении) рассуждения</p> <p>-формировать у обучающихся убеждение в абсолютности математической истины и математического доказательства, предотвращать формирование модели поверхностной имитации действий, ведущих к успеху, без ясного понимания смысла; поощрять выбор различных путей в решении поставленной задачи.</p> <p>ПК-2.3. Владеть навыками: - способностью логического рассуждения и коммуникации, установки на использование этой способности, на ее ценность;</p> <p>-способностью постижения основ математических моделей реального объекта или процесса, применения моделирования для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств;</p> <p>-навыками формирования конкретных знаний, умений и навыков в области математики и информатики;</p> <p>-навыками формирования внутренней (мысленной) модели математической ситуации (включая пространственный образ);</p> <p>-навыками формирования у обучающихся умения проверять математическое доказательство, приводить опровергающий пример;</p> <p>-навыками формирования у обучающихся умения выделять подзадачи в задаче, перебирать возможные варианты объектов и действий.</p> | <p>нии (обобщении, сокращении, более ясном изложении) рассуждения</p> <p>-формировать у обучающихся убеждение в абсолютности математической истины и математического доказательства, предотвращать формирование модели поверхностной имитации действий, ведущих к успеху, без ясного понимания смысла; поощрять выбор различных путей в решении поставленной задачи.</p> <p>Имеет: - способностью логического рассуждения и коммуникации, установки на использование этой способности, на ее ценность;</p> <p>-способностью постижения основ математических моделей реального объекта или процесса, применения моделирования для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств;</p> <p>-навыками формирования конкретных знаний, умений и навыков в области математики и информатики;</p> <p>-навыками формирования внутренней (мысленной) модели математической ситуации (включая пространственный образ);</p> <p>-навыками формирования у обучающихся умения проверять математическое доказательство, приводить опровергающий пример;</p> <p>-навыками формирования у обучающихся умения выделять подзадачи в задаче, перебирать возможные варианты объектов и действий.</p> | <p>Подготовка докладов (рефератов);</p> <p>Индивидуальный опрос;</p> <p>Групповой опрос;</p> <p>Решение задач;</p> <p>Тесты;</p> <p>Контрольные работы;</p> <p>Вопросы экзамена</p> |
|---|---|---|

Показатели сформированности компетенции (для студентов очной (очно-заочной) формы обучения):

Критериями оценивания при *модульно-рейтинговой системе экзамена* являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины (*для экзамена*: текущий контроль – максимум 70 баллов; рубежный контроль – максимум 30 баллов, поощрительные баллы – максимум 10)

Шкалы оценивания:

Для экзамена: от 45 до 59 баллов – «удовлетворительно»; от 60 до 79 баллов – «хорошо»; от 80 баллов – «отлично».

Показатели сформированности компетенции (для студентов очно-заочной формы обучения). Критерии оценивания экзамена:

Оценка «отлично» выставляется, если студент свободно оперирует терминологическим понятием, свободно разбирается в разделах дисциплины, демонстрирует творческое отношение к предмету и знание учебной литературы.

Оценка «хорошо» выставляется, если студент хорошо владеет терминологическим понятием (допуская некоторые неточности), хорошо разбирается в темах и разделах дисциплины, проявляет трудолюбие в работе с учебной литературой.

Оценка «удовлетворительно» выставляется: при удовлетворительном оперировании основным терминологическими понятиями дисциплины (допуская некоторые ошибки в ответе), при посредственном знании разделов и тем дисциплины, при слабом знании учебной литературы по дисциплине.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется: при отсутствии умения оперирования терминологическим понятием дисциплины, при отсутствии знаний по разделам и темам дисциплины, при отсутствии знаний учебной литературы по дисциплине.

Рейтинг-план дисциплины

Компьютерная математика

направление Прикладная математика и информатика
курс 3, семестр 5

| Виды учебной деятельности студентов | Балл за конкретное задание | Число заданий за семестр | Баллы | |
|--|----------------------------|--------------------------|-------------|--------------|
| | | | Минимальный | Максимальный |
| Модуль 1 | | | | |
| Текущий контроль | | | | |
| Лабораторные работы | 1 | 6 | 12 | 24 |
| Рубежный контроль | | | | |
| Опрос | 3 | 5 | 5 | 16 |
| Контрольная работа | 2 | 5 | 5 | 10 |
| Модуль 2. | | | | |
| Текущий контроль | | | | |
| Лабораторные работы | 1 | 6 | 13 | 24 |
| Рубежный контроль | | | | |
| Опрос | 3 | 5 | 5 | 16 |
| Контрольная работа | 2 | 5 | 5 | 10 |
| Поощрительные баллы | | | | |
| 1. Студенческая олимпиада или публикация статей | 10 | 1 | 0 | 10 |
| Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов) | | | | |
| 1. Посещение лекционных занятий | | | 0 | -6 |
| 2. Посещение лабораторных занятий | | | 0 | -10 |
| Итоговый контроль | | | | |
| Экзамен | | | 45 | 110 |

Экзаменационные билеты

Экзамен является оценочным средством для всех этапов освоения компетенций.

Структура экзаменационного билета: билет состоит из двух теоретических вопросов и одной задачи.

Вопросы к экзамену.

1. Элементарная кривая.
2. Простая кривая.
3. Общая кривая.
4. Замкнутая кривая.
5. Регулярная кривая.
6. Способы задания кривой.
7. Параметрическое уравнение кривой.
8. Асимптоты кривой.
9. Аналитическая кривая.
10. Нахождение особых точек кривой.
11. Виды особых точек.
12. Изолированная особая точка, точки возврата 1-го и 2-го рода.
13. Теоремы об особых точках.
14. Нахождение особой точки в случае неявного задания кривой.
15. Непрерывность вектор-функции.
16. Производная вектор-функции.
17. Касательная кривой, уравнение касательной.
18. Понятия соприкасающейся плоскости, соприкосновение кривых.
19. Огибающая кривых.
20. Длина дуги в прямоугольных, полярных координатах и параметрической форме.
21. Кривизна и кручение кривой.
22. Естественный трехгранник.
23. Вывод формул Френе. Натуральные уравнения кривой.
24. Понятия эволюты и эвольвенты кривой.
25. Элементарная поверхность. Простая поверхность.
26. Общая поверхность. Регулярная поверхность.
27. Аналитическое задание поверхности. Параметризация поверхности.
28. Особые точки регулярной поверхности.
29. Понятие касательной плоскости к поверхности. Соприкосновение кривой и поверхности.
30. Классификация точек поверхности.
31. Угол между кривыми на поверхности.
32. Площадь поверхности.
33. Конформное отображение.
34. Изометричные поверхности.
35. Изгибание поверхности.
36. Кривизна кривой, лежащей на поверхности.
37. Главные направления на поверхности.
38. Линии кривизны.
39. Средняя и гауссова кривизна поверхности.
40. Поверхности вращения.

Список задач к экзамену по дисциплине «Дифференциальная геометрия»

Составить уравнение асимптот для кривой:

1. $x = 1 - t^4, y = \ln t, 0 < t < e;$
2. $x = t^2, y = \frac{t}{4 - t^2}, -2 < t < 2;$
3. $x = t - \frac{1}{t}, y = \sqrt{t}, 0 < t < 9;$
4. $x = \frac{1+t}{t^2}, y = t, 0 < t < 2;$
5. $x = t, y = \frac{t}{t^2 - 9}, -3 < t < 3;$
6. $x = \sin t, y = \frac{1}{\cos t}, -\frac{\pi}{2} < t < \frac{\pi}{2};$

Найти длину дуги кривой:

7. $x = t, y = t^2, z = \frac{t^3}{3}, 0 < t < 3;$
8. $x = \sin t, y = \cos t, z = \sqrt{3}t, 1 < t < 2;$
9. $x = t, y = t^2, z = \frac{t^3}{3}, 0 < t < 3;$
10. $x = 2t, y = \ln t, z = t^2, 1 < t < 10;$

Составить уравнение касательной к кривой при $t = t_0$:

11. $x = 6 \sin t, y = 2 \cos t, t_0 = \frac{\pi}{3};$
12. $x = t - \sin t, y = 1 - \cos t, t_0 = \frac{\pi}{4};$
13. $x = 2 \cos t, y = \sin t, t_0 = \frac{\pi}{6};$
14. $x = \sin t, y = 1 - \cos t, t_0 = \frac{\pi}{3};$

Составить уравнение соприкасающейся плоскости к кривой при $t = t_0$:

15. $x = 2 \sin t, y = \cos t, t_0 = 0;$
16. $x = 1 - \sin t, y = \cos t, t_0 = \frac{\pi}{2};$
17. $x = \cos t, y = -\sin t, t_0 = \frac{\pi}{3};$
18. $x = 2 \sin t, y = -\cos t, t_0 = \frac{\pi}{4};$

Найти кривизну кривой при $x = x_0$:

19. $y = \sin x + \cos x, x_0 = 0;$
20. $y = \sin x - \cos x, x_0 = \frac{\pi}{2};$

Образец экзаменационного билета:

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
 Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
 высшего образования «Уфимский университет науки и технологий»
 Сибайский институт (филиал) УУНиТ
 Факультет естественно-математический
 Кафедра прикладной математики и информационных технологий

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № __

по дисциплине «Компьютерная математика»
Направление «Прикладная математика и информатика»
Профиль «Прикладная математика и информационные технологии»

1. Элементарная кривая.
2. Конформное отображение.
3. Задача.

Утверждено на заседании кафедры __ . ____, протокол № __
Заведующий кафедрой _____ ФИО

Примечание: Задача берется из списка задач в соответствии с номером билета.

Критерии оценивания ответа на экзамене

Критерии оценки (в баллах):

- 25-30 баллов выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы билета, продемонстрировал знание функциональных возможностей, терминологии, основных элементов, умение применять теоретические знания при выполнении практических заданий. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы. Практическая часть работы выполнена полностью без неточностей и ошибок;

- 17-24 баллов выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности. При выполнении практической части работы допущены несущественные ошибки;

- 10-16 баллов выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос. Студент не решил задачу или при решении допущены грубые ошибки;

- 1-10 баллов выставляется студенту, если ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Обнаруживается отсутствие навыков применения теоретических знаний при выполнении практических заданий. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос.

Критерии оценивания экзамена:

Оценка «отлично» выставляется, если студент свободно оперирует терминологическим понятием, свободно разбирается в разделах дисциплины, демонстрирует творческое отношение к предмету и знание учебной литературы.

Оценка «хорошо» выставляется, если студент хорошо владеет терминологическим понятием (допуская некоторые неточности), хорошо разбирается в темах и разделах дисциплины, проявляет трудолюбие в работе с учебной литературой.

Оценка «удовлетворительно» выставляется: при удовлетворительном оперировании основным терминологическими понятиями дисциплины (допуская некоторые ошибки в ответе), при посредственном знании разделов и тем дисциплины, при слабом знании учебной литературы по дисциплине.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется: при отсутствии умения оперирования терминологическим понятием дисциплины, при отсутствии знаний по разделам и темам дисциплины, при отсутствии знаний учебной литературы по дисциплине.

Вопросы для индивидуальных и групповых опросов на лабораторных занятиях

Занятие № 1 Тема: Кривая и её виды.

- 1) Элементарная кривая.
- 2) Простая кривая.
- 3) Общая кривая.
- 4) Замкнутая кривая.
- 5) Регулярная кривая.
- 6) Способы задания кривой.
- 7) Параметрическое уравнение кривой. Асимптоты кривой.

Вопросы по другим занятиям приведены в ФОС.

Критерии оценки (в баллах):

- 0,5 баллов выставляется студенту, если он правильно и полно ответит на вопрос;

Задачи для разбора (самостоятельного решения) на практических занятиях

Задачи для решения на занятии и самостоятельно оформлены в виде типовых расчетов по теме.

Задания для типового расчета № 1 по дисциплине «Дифференциальная геометрия»

Тема и её содержание:

Кривая и её виды. Элементарная кривая. Простая кривая. Общая кривая. Замкнутая кривая. Регулярная кривая. Способы задания кривой. Параметрическое уравнение кривой. Асимптоты кривой.

Типовой расчет можно использовать как рубежный контроль за первый модуль. Время выполнения заданий - 1 неделя.

Задание. Построить кривые, вычислить длину дуги и составить уравнение асимптоты.

А) Кривая задана явно (неявно)

1. $y = \ln x; \sqrt{3} \leq x \leq 15.$

2. $y = \operatorname{ch} x; 0 \leq x \leq 1.$

3. $y = \operatorname{In} \cos x; 0 \leq x \leq \pi/3.$

4. $y = x \sqrt{x}; 0 \leq x \leq 1.$

5. $y = \operatorname{In} \sin x; \pi/3 \leq x \leq \pi/2.$

6. $y = x^2/2; 0 \leq x \leq 4.$

7. $y = \operatorname{In} x; \sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{8}.$

8. $y = 3 + \operatorname{ch} x; 0 \leq x \leq 1.$

9. $e^y = \frac{e^x + 1}{e^x - 1}; 1 \leq x \leq 2.$

10. $y = x \sqrt{x}; 1 \leq x \leq 4.$

11. $y = 1 - \operatorname{In} \cos x; 0 \leq x \leq \pi/6;$

12. $y = 2 \sqrt{x^3}; 0 \leq x \leq 1.$

13. $y = 2 \operatorname{ch} \frac{x}{2}; 0 \leq x \leq 3.$

14. $y = \operatorname{In}(x^2 - 1); 2 \leq x \leq 3.$

15. $y = e^x; 0 \leq x \leq 1.$

16. $y = \frac{x^2}{4}; 0 \leq x \leq 2.$

Б) Кривая задана параметрическими уравнениями.

$$1. \begin{cases} x = \cos t + t \sin t, \\ y = \sin t - t \cos t, \end{cases} \quad (0 \leq t \leq 2\pi), \quad (0 \leq t \leq 2\pi).$$

$$2. \begin{cases} x = 2 \cos t - \cos 2t, \\ y = 2 \sin t - \sin 2t, \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x = 2 + \cos^2 t, \\ y = 1 + \sin^2 t, \end{cases} \quad (0 \leq t \leq \pi/2).$$

$$4. \begin{cases} x = t^2, \\ y = t - \frac{t^3}{3}, \end{cases} \quad (0 \leq t \leq \sqrt{3})$$

$$5. \begin{cases} x = \frac{1}{3}t^3 - t, \\ y = t^2 + 2, \end{cases} \quad (0 \leq t \leq 3).$$

$$6. \begin{cases} x = \cos^3 t, \\ y = \sin^3 t, \end{cases} \quad (0 \leq t \leq 2\pi).$$

$$7. \begin{cases} x = \sqrt{3} \cdot t^2, \\ y = t - t^3, \end{cases} \quad (0 \leq t \leq 1).$$

$$8. \begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t, \end{cases} \quad (0 \leq t \leq 2\pi).$$

$$9. \begin{cases} x = 8 \cos^3 t, \\ y = 8 \sin^3 t, \end{cases} \quad (0 \leq t \leq \pi/6).$$

$$10. \begin{cases} x = 4(t - \sin t), \\ y = 4(1 - \cos t), \end{cases} \quad (\pi/3 \leq t \leq 2\pi/3).$$

$$11. \begin{cases} x = \cos t + \sin t, \\ y = \cos t - \sin t, \end{cases} \quad (0 \leq t \leq 2\pi).$$

$$12. \begin{cases} x = 8 \sin t + 6 \cos t, \\ y = 6 \sin t - 8 \cos t, \end{cases} \quad (0 \leq t \leq \pi/2)$$

$$13. \begin{cases} x = 2 \cos^3 t, \\ y = 2 \sin^3 t, \end{cases} \quad \left(0 \leq t \leq \frac{\pi}{4}\right).$$

$$14. \begin{cases} x = 2 \sin t, \\ y = 2 \cos t, \end{cases} \quad \left(0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}\right).$$

$$15. \begin{cases} x = 1 + 2 \cos t, \\ y = 3 + 2 \sin t, \end{cases} \quad (0 \leq t \leq \pi).$$

$$16. \begin{cases} x = 2(t - \sin t), \\ y = 2(1 - \cos t), \end{cases} \quad (0 \leq t \leq \pi).$$

В) Кривая задана уравнением в полярных координатах.

$$1. \rho = 2 \sin \varphi, \quad 0 \leq \varphi \leq \pi.$$

$$2. \rho = 3 \cos \varphi, \quad -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}.$$

$$3. \rho = 2e^\varphi, \quad 0 \leq \varphi \leq 1.$$

4. $\rho=3(1+\sin\varphi), \quad 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{6}.$
5. $\rho=2(1-\sin\varphi), \quad 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{4}.$
6. $\rho=1-\cos\varphi, \quad 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}.$
7. $\rho=\varphi, 0 \leq \varphi \leq \pi..$
8. $\rho=2\varphi, \quad 0 \leq \varphi \leq \pi..$
9. $\rho=3\varphi, \quad 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}.$
10. $\rho=4\varphi, \quad 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{4}.$
11. $\rho=4\cos\varphi, \quad -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{4}.$
12. $\rho=\frac{1}{\varphi}, \quad \frac{3}{4} \leq \varphi \leq \frac{4}{3}.$
13. $\rho=3 \sin\varphi, \quad \frac{\pi}{4} \leq \varphi \leq \pi.$
14. $\rho=1+\cos\varphi, \quad 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}.$
15. $\rho=2(1+\cos\varphi), \quad -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}.$
16. $\rho=\sin\varphi + \cos\varphi, \quad 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}.$

Критерии оценки (в баллах):

Каждая задача расчета (А, Б, В) оценивается по 2-балльной шкале.

Задания для контрольной работы

Описание контрольной работы

Контрольные работы проводятся после изучения большого раздела и являются главным диагностическим инструментом для оценки уровня освоения темы. Контрольные работы проводятся в форме письменной работы с подробным описанием хода решения задачи. Оценивается не только ответ (правильно-неправильно), но и обоснованность всего решения.

Пример варианта контрольной работы

Составить уравнение асимптот для кривой:

1. $x=1-t^4, y=\ln t, 0 < t < e;$
2. $x=t^2, y=\frac{t}{4-t^2}, -2 < t < 2;$

$$3. \quad x = t - \frac{1}{t}, \quad y = \sqrt{t}, \quad 0 < t < 9;$$

$$4. \quad x = \frac{1+t}{t^2}, \quad y = t, \quad 0 < t < 2;$$

$$5. \quad x = t, \quad y = \frac{t}{t^2 - 9}, \quad -3 < t < 3;$$

$$6. \quad x = \sin t, \quad y = \frac{1}{\cos t}, \quad -\frac{\pi}{2} < t < \frac{\pi}{2};$$

Критерии оценки (в баллах):

Задачи №1 - 6 – по 2 балла за полное решение

Темы докладов и проектов

Подготовка и выступления с докладами и сообщениями, подготовка и представление совместных (групповых) проектов являются важнейшим средством формирования умений и навыков, соответствующих компетенции ПК-4 – способности работать в составе научно-исследовательского и производственного коллектива и решать задачи профессиональной деятельности. Поэтому для формирования указанной компетенции в рамках курса уделяется большое внимание таким формам работы. При подготовке доклада или совместного проекта студенты должны совместно распределить работу, составить план, найти соответствующий материал в различных источниках информации, изучить и проанализировать его, выделить главное, составить план доклада (реферата), оформить выбранный материал в соответствии с планом, подготовить презентацию и выступление.

Примерные темы докладов и проектов

- 1) Касательная кривой, уравнение касательной.
- 2) Понятия соприкасающейся плоскости, соприкосновение кривых.
- 3) Огибающая кривых.
- 4) Нахождение особых точек кривой.
- 5) Виды особых точек.
- 6) Изолированная особая точка, точки возврата 1-го и 2-го рода.
- 7) Теоремы об особых точках.
- 8) Нахождение особой точки в случае неявного задания кривой.
- 9) Непрерывность вектор-функции.
- 10) Производная вектор-функции.
- 11) Касательная кривой, уравнение касательной.
- 12) Составление эволюты и эвольвенты кривой.
- 13) Соприкосновение кривой и поверхности.
- 14) Конформное отображение. Изометричные поверхности.
- 15) Вычисление средней и гауссовой кривизны поверхности.

Критерии оценки докладов (проектов):

Студент(ы) готовит доклад (проект) по выбранной теме из списка примерных тем (допускается самостоятельный выбор темы студентом)

Критерии оценки: новизна текста; обоснованность выбора источника; степень раскрытия сущности вопроса; соблюдения требований к оформлению.

Новизна текста:

- а) актуальность темы;
- б) новизна и самостоятельность в постановке проблемы;
- в) умение работать с исследованиями, критической литературой, систематизировать и структурировать материал;

г) стилевое единство текста, единство жанровых черт.

Степень раскрытия сущности вопроса:

- а) соответствие плана теме;
- б) соответствие содержания теме и плану;
- в) полнота и глубина знаний по теме;
- г) обоснованность способов и методов работы с материалом;
- е) умение обобщать, делать выводы, сопоставлять различные точки зрения по одному вопросу (проблеме).

Обоснованность выбора источников:

- а) оценка использованной литературы: привлечены ли наиболее известные работы по теме исследования;

Соблюдение требований к оформлению:

- а) насколько верно оформлены ссылки на используемую литературу, список литературы;
- б) оценка грамотности и культуры изложения (в т.ч. орфографической, пунктуационной, стилистической культуры), владение терминологией;
- в) соблюдение требований к объему реферата.

5 баллов, если выполнены все требования к написанию и защите доклада (проекта): обозначена проблема и обоснована ее актуальность, сделан краткий анализ различных точек зрения на рассматриваемую проблему и логично изложена собственная позиция, сформулированы выводы, тема раскрыта полностью, выдержан объем, соблюдены требования к внешнему оформлению, даны правильные ответы на дополнительные вопросы.

4 балла – основные требования к докладу (проекту) и его защите выполнены, но при этом допущены недочеты. В частности, имеются неточности в изложении материала; отсутствует логическая последовательность в суждениях; не выдержан объем реферата; имеются упущения в оформлении; на дополнительные вопросы при защите даны неполные ответы.

3, 2 балла – имеются существенные отступления от требований к докладу (проекту). В частности: тема освещена лишь частично; допущены фактические ошибки в содержании или при ответе на дополнительные вопросы; во время защиты отсутствует вывод.

1 балл – тема не раскрыта, обнаруживается существенное непонимание проблемы.

0 баллов – доклад (проект) студентом не представлен.

5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

1. Мищенко, А.С. Краткий курс дифференциальной геометрии и топологии : учебник / А.С. Мищенко, А.Т. Фоменко. - Москва : Физматлит, 2004. - 300 с. - ISBN 978-5-9221-0442-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69322>
2. Паньженский, В. И. Введение в дифференциальную геометрию : учебное пособие / В. И. Паньженский. — 2-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 240 с. — ISBN 978-5-8114-1979-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/168849>.
3. Павлов, Е. А. Дифференциальная геометрия в упражнениях и задачах : учебное пособие для вузов / Е. А. Павлов, О. И. Рудницкий. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 76 с. — ISBN 978-5-8114-7566-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/179029>

Дополнительная литература:

3. Хорькова, Н.Г. Элементы дифференциальной геометрии и топологии. Кривые в пространстве [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н.Г. Хорькова. — Электрон. дан. — Москва : МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017. — 68 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/103591>. — Загл. с экрана.
4. Тензорный анализ и дифференциальная геометрия : учебное пособие / И.В. Киреев, Л.В. Кнауб, Д.В. Левчук, Я.Н. Нужин ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Сибирский Федеральный университет, Федеральное агентство научных организаций, Институт вычислительного моделирования Сибирского отделения Российской академии наук. - Красноярск : СФУ, 2017. - 102 с. : ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-7638-3622-6 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=497726> (28.05.2019).

5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины

1. <http://lib.bashedu.ru> – сайт библиотеки БашГУ;
2. «Электронный читальный зал» (ЭБС «Библиотех»);
3. ЭБС «Университетская библиотека online» - www.biblioclub.ru;
4. ЭБС изд-ва «Лань» - www.e.lanbook.com;
5. <http://www.exponenta.ru> –образовательный математический сайт;

6. <http://www.mccme.ru> - сайт Московского центра непрерывного математического образования.

6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

| Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий | Вид занятий | Наименование оборудования, программного обеспечения |
|--|------------------------------|---|
| 1 | 2 | 3 |
| Аудитория 210 | Лекции, практические занятия | Демонстрационное оборудование: доска, проектор – 1 шт., переносной экран – 1 шт. Специализированная мебель: столы, стулья (28 посадочных мест). |

ФГБОУ ВО «УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»
 СИБАЙСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ) УУиТ
 ЕСТЕСТВЕННО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

дисциплины Дифференциальная геометрия на 5 семестр
 (наименование дисциплины)
очная форма обучения
 форма обучения

| Вид работы | Объем дисциплины |
|---|------------------|
| Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов) | 4/144 |
| Учебных часов на контактную работу с преподавателем: | |
| лекций | 18 |
| практических/ семинарских | |
| лабораторных | 24 |
| других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем) (ФКР) | 1,2 |
| из них, предусмотренные на выполнение курсовой работы/курсового проекта | - |
| Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР) | 46,8 |
| из них, предусмотренные на выполнение курсовой работы/курсового проекта | |
| Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль) | 54 |

Форма(ы) контроля:

экзамен 5 семестр

ФГБОУ ВО «УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»
 СИБАЙСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ) УУиТ
 ЕСТЕСТВЕННО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

дисциплины Дифференциальная геометрия на 6 семестр
 (наименование дисциплины)
очно-заочная форма обучения
 форма обучения

| Вид работы | Объем дисциплины |
|---|-------------------------|
| Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов) | 4/144 |
| Учебных часов на контактную работу с преподавателем: | |
| лекций | 14 |
| практических/ семинарских | |
| лабораторных | 18 |
| других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем) (ФКР) | |
| из них, предусмотренные на выполнение курсовой работы/курсового проекта | |
| Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР) | 76 |
| из них, предусмотренные на выполнение курсовой работы/курсового проекта | - |
| Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль) | 36 |

Форма(ы) контроля:

экзамен _____ 6 _____ семестр

| № п/п | Тема и содержание | Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах) | | | | Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка) | Задания по самостоятельной работе студентов | Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.) |
|---------------|---|--|----|-------|---------|--|---|---|
| | | ЛК | ПР | ЛР | СРС | | | |
| 5 (6) семестр | | | | | | | | |
| 1. | Тема. Кривая и её виды. Элементарная кривая. Простая кривая. Общая кривая. Замкнутая кривая. Регулярная кривая. Способы задания кривой. Параметрическое уравнение кривой. Асимптоты кривой. Особые точки регулярных кривых. Аналитическая кривая. Нахождение особых точек кривой. Виды особых точек: изолированная особая точка, точки возврата 1-го и 2-го рода. Теоремы об особых точках. Нахождение особой точки в случае неявного задания кривой. | 4 (4) | | | 8 (14) | 1-6 | – проработка лекций и работа с литературой по теме; – решение задач; – дополнительное изучение отдельных тем; | – опрос (тестирование) по теории; – типовые расчеты; |
| 2. | Тема. Вектор-функция. Соприкасающаяся плоскость кривой. Непрерывность вектор-функции. Производная вектор-функции. Касательная кривой, уравнение касательной. Понятия соприкасающейся плоскости, соприкосновение кривых, огибающая кривых. Длина дуги, кривизна и кручение кривой. Длина дуги в прямоугольных, полярных координатах и параметрической форме. Кривизна и кручение кривой. | 4 (2) | | 2 | 8 (14) | 1-6 | – проработка лекций и работа с литературой по теме; – решение задач; – дополнительное изучение отдельных тем; | – опрос (тестирование) по теории; – самостоятельная работа; – типовые расчеты; |
| 3. | Формулы Френе. Эволюта и эвольвента. Естественный трехгранник. Вывод формул Френе. Натуги | 4 (4) | | 6 (4) | 10 (16) | 1-6 | – проработка лекций и рабо- | – опрос (тестирование) по тео- |

| | | | | | | | | |
|---|--|----------------|--|----------------|------------------|-----|--|---|
| | <p>ральные уравнения кривой. Понятия эволюты и эвольвенты кривой.</p> <p>Поверхность и её виды. Элементарная поверхность. Простая поверхность. Общая поверхность. Регулярная поверхность. Аналитическое задание поверхности. Параметризация поверхности. Особые точки регулярной поверхности.</p> | | | | | | <p>та с литературой по теме;</p> <p>– решение задач;</p> <p>– дополнительное изучение отдельных тем;</p> | <p>рии;</p> <p>– типовые расчеты;</p> |
| 4 | <p>Тема.</p> <p>Касательная плоскость к поверхности. Понятие касательной плоскости к поверхности. Соприкосновение кривой и поверхности. Классификация точек поверхности.</p> <p>Первая квадратичная форма поверхности. Длина кривой и угол между кривыми на поверхности. Площадь поверхности. Конформное отображение. Изометричные поверхности. Изгибание поверхности</p> | 4 (2) | | 10 (8) | 10 (16) | 1-6 | <p>– проработка лекций и работа с литературой по теме;</p> <p>– решение задач;</p> <p>– дополнительное изучение отдельных тем;</p> | <p>– опрос (тестирование) по теории;</p> <p>– самостоятельная работа;</p> <p>– типовые расчеты;</p> |
| 5 | <p>Тема.</p> <p>Вторая квадратичная форма поверхности. Кривизна кривой, лежащей на поверхности. Главные направления на поверхности. Линии кривизны. Средняя и гауссова кривизна поверхности. Поверхности вращения.</p> | 2 (2) | | 6 (6) | 10,8 (16) | 1-6 | <p>– проработка лекций и работа с литературой по теме;</p> <p>– решение задач;</p> <p>– дополнительное изучение отдельных тем;</p> | <p>– опрос (тестирование) по теории;</p> <p>– самостоятельная работа;</p> <p>– опрос (тестирование) по теории;</p> <p>– самостоятельная работа;</p> <p>– типовые расчеты;</p> |
| | Всего часов: | 18 (14) | | 24 (18) | 46,8 (76) | | | |