

ФГБОУ ВО «УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»  
СИБАЙСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ) УУН и Т  
ЕСТЕСТВЕННО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Утверждено:

на заседании кафедры  
протокол № 11 от «31» мая 2023 г.

Зав. кафедрой Г / Гумеров И.С.



Согласовано:

Председатель УМК естественно-математического факультета

Г

/ Ильбулова Г.Р

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Дисциплина **АЛГЕБРА**

(наименование дисциплины)

**Обязательная часть**

(обязательная часть или часть, формируемая участниками образовательных отношений, факультатив)

**программа бакалавриата**

Направление подготовки

**01.03.02 Прикладная математика и информатика**

(указывается код и наименование направления подготовки)

Направленность (профиль) подготовки

**Прикладная математика и информационные технологии**

(указывается наименование направленности (профиля) подготовки)

Квалификация

**бакалавр**

(указывается квалификация)

Разработчик (составитель)

доцент, к.пед.н.

(должность, ученая степень, ученое звание)

Г

/ Гумеров И.С.

Для приема: 2023 г.

Сибай 2023 г.

Составитель: Гумеров И.С.

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры прикладной математики и информационных технологий протокол № 11 от «31» мая 2023 г.

И.о.заведующего кафедрой  / Гумеров И.С.

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины \_\_\_\_\_  
утверждены на заседании кафедры, протокол № \_\_\_\_ от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ /

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины \_\_\_\_\_  
утверждены на заседании кафедры, протокол № \_\_\_\_ от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ /

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины \_\_\_\_\_  
утверждены на заседании кафедры, протокол № \_\_\_\_ от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ /

### **Список документов и материалов**

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций
2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы
3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)
4. Фонд оценочных средств по дисциплине
  - 4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине
  - 4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине.
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины
  - 5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины
  - 5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины
6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

## 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций

По итогам освоения дисциплины обучающийся должен достичь следующих результатов обучения:

| Категория (группа) компетенций                                    | Формируемая компетенция (с указанием кода)                                                                                                                         | Код и наименование индикатора достижения компетенции                                                                                               | Результаты обучения по дисциплине                                                                                                         |
|-------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Теоретические и практические основы профессиональной деятельности | ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности | ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.                                       | Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.                                       |
|                                                                   |                                                                                                                                                                    | ОПК-1.2. Умеет использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности. | Умеет использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности. |
|                                                                   |                                                                                                                                                                    | ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний                                    | Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний                                    |

## 2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Алгебра» относится к *обязательной* части.

Дисциплина изучается на 1 курсе в 1, 2 семестрах.

Для освоения дисциплины необходимы компетенции, сформированные в рамках изучения курса «Алгебра и начала анализа» по программе общеобразовательной школы. Курс алгебры, как и курс математического анализа, является фундаментальным курсом, необходимым для дальнейшего изучения других дисциплин.

Освоение данной дисциплины необходимо для дальнейшего изучения практически всех математических дисциплин.

## 3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)

Содержание рабочей программы представлено в Приложении № 1.

## 4. Фонд оценочных средств по дисциплине

### 4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Код и формулировка компетенции:

**ОПК-1:** Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

| Код и наименование индикатора достижения компетенции                                                                                               | Результаты обучения по дисциплине                                                                                                         | Критерии оценивания результатов обучения (1 семестр)                                                                                                                   |                                                                                                                                                                     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                                                    |                                                                                                                                           | «Незачтено»                                                                                                                                                            | «Зачтено»                                                                                                                                                           |
| ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.                                       | Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.                                       | Не обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.                                                                 | Сформированное и систематизированное овладение фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.                           |
| ОПК-1.2. Умеет использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности. | Умеет использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности. | Демонстрирует поверхностные умения использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности. | Показывает весь комплекс умений использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности. |
| ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний                                    | Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний                                    | Не демонстрирует навыков выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.                                                    | Демонстрирует сформированные навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний                                       |

Код и формулировка компетенции:

**ОПК-1:** Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

| Код и наименование индикатора достижения компетенции                                                                        | Результаты обучения по дисциплине                                                                          | Критерии оценивания результатов обучения (2 семестр)                                                      |                                                                                                              |                                                                                                               |                                                                                                             |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                             |                                                                                                            | 2 («Не удовлетворительно»)                                                                                | 3 («Удовлетворительно»)                                                                                      | 4 («Хорошо»)                                                                                                  | 5 («Отлично»)                                                                                               |
| ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.                | Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.        | Не обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических наук.                         | Обладает на удовлетворительном уровне фундаментальными знаниями, полученными в области математических наук.  | Обладает на хорошем уровне фундаментальными знаниями, полученными в области математических наук.              | Обладает на отличном уровне фундаментальными знаниями, полученными в области математических наук.           |
| ОПК-1.2. Умеет использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профес- | Умеет использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в | Не умеет использовать фундаментальные знания, полученные в области математических наук в профессиональной | Слабо умеет использовать фундаментальные знания, полученные в области математических наук в профессиональной | Хорошо умеет использовать фундаментальные знания, полученные в области математических наук в профессиональной | Уверенно умеет использовать фундаментальные знания, полученные в области математических наук в профессиона- |

| сиональной деятельности.                                                                                        | профессиональной деятельности.                                                                         | деятельности                                                                                                  | деятельности                                                                                                        | деятельности                                                                                                      | нальной деятельности                                                                                               |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний | Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний | Не владеет навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний | Навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний сформированы слабо | Хорошо владеет навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний | Отлично владеет навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний |

**4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.**

| Код и наименование индикатора достижения компетенции                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | Результаты обучения по дисциплине                                                                                                         | Оценочные средства                                                                                                                                   |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.<br>ОПК-1.2. Умеет использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности.<br>ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний | Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.                                       | Индивидуальный опрос;<br>Групповой опрос;<br>Решение задач;<br>Тесты;<br>Контрольные работы;<br>Вопросы зачета;<br>Вопросы экзамена                  |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | Умеет использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности. | Индивидуальный опрос;<br>Групповой опрос;<br>Решение задач;<br>Тесты;<br>Контрольные работы;<br>Вопросы зачета;<br>Вопросы экзамена                  |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний                                    | Подготовка докладов (рефератов);<br>Индивидуальный опрос;<br>Групповой опрос;<br>Решение задач;<br>Тесты;<br>Контрольные работы;<br>Вопросы экзамена |

Критериями оценивания при *модульно-рейтинговой системе* являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины (*для зачета*: текущий контроль – максимум 50 баллов; рубежный контроль – максимум 50 баллов, поощрительные баллы – максимум 10)

Шкалы оценивания:

*для зачета*:

зачтено – от 60 до 110 рейтинговых баллов (включая 10 поощрительных баллов),  
не зачтено – от 0 до 59 рейтинговых баллов).

Критериями оценивания при *модульно-рейтинговой системе* являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины (*для экзамена*: текущий контроль – максимум 70 баллов; рубежный контроль – максимум 30 баллов, поощрительные баллы – максимум 10)

Шкалы оценивания:

Для экзамена: от 45 до 59 баллов – «удовлетворительно»; от 60 до 79 баллов – «хорошо»; от 80 баллов – «отлично».

Показатели сформированности компетенции (для студентов очно-заочной формы обучения). Критерии оценивания экзамена:

Оценка «отлично» выставляется, если студент свободно оперирует терминологическим понятием, свободно разбирается в разделах дисциплины, демонстрирует творческое отношение к предмету и знание учебной литературы.

Оценка «хорошо» выставляется, если студент хорошо владеет терминологическим понятием (допуская некоторые неточности), хорошо разбирается в темах и разделах дисциплины, проявляет трудолюбие в работе с учебной литературой.

Оценка «удовлетворительно» выставляется: при удовлетворительном оперировании основным терминологическими понятиями дисциплины (допуская некоторые ошибки в ответе), при посредственном знании разделов и тем дисциплины, при слабом знании учебной литературы по дисциплине.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется: при отсутствии умения оперирования терминологическим понятием дисциплины, при отсутствии знаний по разделам и темам дисциплины, при отсутствии знаний учебной литературы по дисциплине.

## Рейтинг-план дисциплины

### Алгебра (1 семестр)

| Виды учебной деятельности студентов                                      | Балл за конкретное задание | Число заданий за семестр | Баллы       |              |
|--------------------------------------------------------------------------|----------------------------|--------------------------|-------------|--------------|
|                                                                          |                            |                          | Минимальный | Максимальный |
| Модуль 1 Действия над матрицами. Определитель матрицы. Обратная матрица. |                            |                          |             |              |
| Текущий контроль                                                         |                            |                          | 11          | 15           |
| 1. Работа студента на практических занятиях                              |                            |                          | 5           | 5            |
| 2. Выполнение самостоятельных работ                                      | 2                          | 5                        | 6           | 10           |
| Рубежный контроль                                                        |                            |                          | 19          | 30           |
| 1. Письменная контрольная работа № 1                                     | 3                          | 5                        | 8           | 15           |
| Модуль 2 Системы линейных алгебраических уравнений.                      |                            |                          |             |              |
| Текущий контроль                                                         |                            |                          | 13          | 20           |
| 1. Аудиторная работа                                                     |                            |                          | 5           | 5            |
| 2. Выполнение самостоятельных работ                                      | 3                          | 5                        | 8           | 15           |
| Рубежный контроль                                                        |                            |                          | 21          | 35           |
| 1. Письменная контрольная работа № 2                                     | 3                          | 5                        | 8           | 15           |
| Модуль 3 Комплексные числа.                                              |                            |                          |             |              |
| Текущий контроль                                                         |                            |                          | 14          | 15           |
| 1. Работа студента на практических занятиях                              |                            |                          | 3           | 5            |
| 2. Выполнение самостоятельных работ                                      | 2                          | 5                        | 5           | 10           |
| Рубежный контроль                                                        |                            |                          | 20          | 35           |
| 3. РГР (Итоговая к.р.)                                                   |                            |                          | 6           | 10           |

|                                                                          |   |   |    |     |
|--------------------------------------------------------------------------|---|---|----|-----|
| 1. Письменная контрольная работа № 3                                     | 2 | 5 | 6  | 10  |
| <b>Поощрительные баллы</b>                                               |   |   |    |     |
| 2. Выполнение заданий повышенной трудности                               | 2 | 5 |    | 10  |
| <b>Посещаемость (баллы вычитываются из общей суммы набранных баллов)</b> |   |   |    |     |
| 1. Посещение лекционных занятий                                          |   |   | 0  | -6  |
| 2. Посещение практ. занятий                                              |   |   | 0  | -10 |
| <b>Итоговый контроль</b>                                                 |   |   |    |     |
| 1. Зачет                                                                 |   |   |    |     |
| ИТОГО                                                                    |   |   | 60 | 110 |

## Модули дисциплины “Алгебра” 1 семестр

### Модуль 1

#### Действия над матрицами. Определитель матрицы. Обратная матрица.

умножение матрицы на число,  
 сложение матриц,  
 умножение матриц,  
 транспонирование матрицы,  
 возведение в степень матрицы,  
 нахождение определителя 3-го порядка по правилу Сарруса,  
 нахождение определителя применяя свойства определителя,  
 нахождение определителя разложением по строке (столбцу),  
 нахождение определителя приведением треугольному виду,  
 нахождение обратной матрицы с использованием алгебраических дополнений,  
 нахождение обратной матрицы с присоединением единичной матрицы (с использованием элементарных преобразований 1-3),  
 решение матричных уравнений.

### Модуль 2

#### Системы линейных алгебраических уравнений

Нахождение ранга матрицы по определению,  
 нахождение ранга матрицы приведением трапецевидной форме,  
 нахождение ранга матриц с параметром,  
 исследование совместности системы (по теореме Кронекера-Капелли),  
 решение СЛУ методом Крамера,  
 решение неоднородных СЛУ методом Гаусса (нахождение общего решения и частного решения неоднородной СЛУ)  
 решение однородных СЛУ методом Гаусса (нахождение общего решения и ФСР однородной СЛУ)  
 решение неоднородных СЛУ с параметром,

### Модуль 3

#### Комплексные числа

Представление комплексного числа в разных формах (алгебраическая, тригонометрическая, показательная запись комплексного числа),  
 сложение, умножение, деление комплексных чисел,  
 возведение в степень комплексного числа,  
 извлечение корня из комплексного числа,

решение комплексных уравнений.

### Алгебра (2 семестр)

| Виды учебной деятельности студентов                               | Балл за конкретное задание | Число заданий за семестр | Баллы       |              |
|-------------------------------------------------------------------|----------------------------|--------------------------|-------------|--------------|
|                                                                   |                            |                          | Минимальный | Максимальный |
| Модуль 4 Алгебраические структуры. Многочлены.                    |                            |                          |             |              |
| Текущий контроль                                                  |                            |                          | 11          | 15           |
| 1. Работа студента на практических занятиях                       |                            |                          | 5           | 5            |
| 2.Выполнение самостоятельных работ                                | 2                          | 5                        | 6           | 10           |
| Рубежный контроль                                                 |                            |                          | 16          | 25           |
| 1. Письменная контрольная работа № 4                              | 2                          | 5                        | 5           | 10           |
| Модуль 5 Линейные пространства. Линейные операторы.               |                            |                          |             |              |
| Текущий контроль                                                  |                            |                          | 19          | 25           |
| 1. Работа студента на практических занятиях                       |                            |                          | 5           | 5            |
| 2. Выполнение самостоятельных работ                               | 2                          | 5                        | 14          | 20           |
| Рубежный контроль                                                 |                            |                          | 29          | 45           |
| 1. Письменная контрольная работа №5                               |                            |                          | 5           | 10           |
| 1. Письменная контрольная работа №6                               |                            |                          | 5           | 10           |
|                                                                   |                            |                          |             |              |
| Поощрительные баллы                                               |                            |                          |             |              |
| . Выполнение заданий повышенной трудности                         | 2                          | 5                        | 0           | 10           |
| Посещаемость (баллы вычитываются из общей суммы набранных баллов) |                            |                          |             |              |
| 1. Посещение лекционных занятий                                   |                            |                          | 0           | -6           |
| 2. Посещение практ. занятий                                       |                            |                          | 0           | -10          |
| Итоговый контроль                                                 |                            |                          |             |              |
| 1. Экзамен                                                        |                            |                          | 0           | 30           |
| ИТОГО                                                             |                            |                          | 45          | 110          |

### Модули дисциплины “Алгебра” 2 семестр

#### Алгебраические структуры

Определение группы,  
определение изоморфизма групп,  
определение кольца (поля).

#### Многочлены

Умножение, деление (деление с остатком) многочленов,  
нахождение НОД многочленов,  
нахождение значения многочлена в точке с использованием схемы Горнера,  
разложение многочлена по степеням с использованием схемы Горнера,  
разложение на простейшие дроби с использованием схемы Горнера,  
нахождение кратности корня многочлена,  
нахождение рациональных корней многочлена,  
разложение на неприводимые множители многочлена над полем рациональных чисел и над полем комплексных чисел,

построение многочлена по формуле Виета по известным корням,  
построение интерполяционного многочлена Лагранжа.

### **Линейные пространства**

Определение пространства над произвольным полем,  
нахождение базиса и размерности линейных пространств,  
нахождение координат вектора (элемента) в известном базисе,  
линейная зависимость и независимость систем векторов,  
нахождение матрицы перехода от одного базиса к другому,  
определение связи координат одного и того же вектора в разных базисах,  
определение линейного подпространства,  
нахождение базиса и размерности линейного подпространства,  
нахождение базиса и размерности линейной оболочки,  
нахождение размерности суммы и пересечения линейных оболочек,  
нахождение суммы и пересечения линейных оболочек.

### **Линейные операторы**

Определение линейности операторов,  
нахождение матрицы линейного оператора,  
нахождение матрицы линейного оператора в другом базисе, по известной матрице линейного оператора в некотором базисе,  
нахождение ядра и образа (дефекта и ранга) линейного оператора,  
нахождение собственного значения и собственного вектора оператора.

## **Контрольная работа**

По дисциплине Алгебра предусмотрены два типа контрольных работ. Контрольные работы №1-№6 выполняются во время аудиторных занятий. Одна контрольная работа дается для домашнего выполнения. Все контрольные работы оцениваются на 10 баллов. **Домашняя контрольная работа** с 5 баллов считается зачтенным. Задания домашней контрольной работы приведены в приложении.

В первом семестре **Контрольная работа №1** используется для рубежного контроля модуля 1, **Контрольная работа №2** - для рубежного контроля модуля 2, **Контрольная работа №3** – для рубежного контроля модуля 3. Во втором семестре **Контрольная работа №4** используется для рубежного контроля модуля 4, **Контрольная работа №5, №6** - для рубежного контроля модуля 5.

### **Критерии оценки контрольной работы (в баллах):**

- **9-10 баллов** выставляется, если студент решил все задачи полностью:
  - в логических рассуждениях и обоснованиях решения нет пробелов и ошибок;
  - в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, которая не является следствием незнания и непонимания учебного материала);
- **7-8 баллов** выставляется, если
  - студент решил все задачи, но обоснования шагов решения недостаточны;
  - допущена одна ошибка или есть два-три недочета в выкладках.
- **5-6 баллов** выставляется, если допущено более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, но студент обладает обязательными умениями по проверяемому модулю;
- **0-4 баллов** выставляется, если
  - допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не обладает обязательными умениями по проверяемому модулю;

- работа показала полное отсутствие у студента обязательных знаний и умений по проверяемому модулю.

**Пример варианта контрольной работы № 1**  
**на тему «Матрицы. Операции над матрицами. Определители. Обратная матрица»**  
**Вариант 1**

1. Вычислить значение многочлена  $A^2 - 2A + E$ ,  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ .
2. Найти обратную к матрице  $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ .
3. Вычислить определитель  $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{vmatrix}$ .
4. Произведение  $a_{43}a_{21}a_{35}a_{12}a_{66}a_{54}$  входит ли в определитель соответствующего порядка. Если входит, то с каким знаком.

5. Вычислить определитель приведением треугольному виду  $\begin{vmatrix} n & \dots & n & n & 1 \\ n & \dots & n & 2 & n \\ n & \dots & 3 & n & n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ n & \dots & n & n & n \end{vmatrix}$ .

**Пример варианта контрольной работы № 2**  
**на тему «Системы линейных уравнений»**  
**Вариант 1**

1. Решить систему методом Крамера:
 
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 9 \\ x_1 + 2x_3 = 5 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 5 \end{cases}.$$
2. а) Исследовать совместность и найти решение:  
 в) Исследовать систему и найти общее решение в зависимости от значения параметра  $\lambda$ :
 
$$\text{а) } \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 6 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = -1 \\ 4x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 = 15 \\ x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 6x_4 = -7 \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5 \\ 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 7 \\ 6x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 8x_4 = 9 \\ \lambda x_1 - 4x_2 + 9x_3 + 10x_4 = 11 \end{cases}.$$
3. Найти общее решение и фундаментальную систему решений для системы уравнений:

$$\begin{cases} 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 + 7x_4 + 4x_5 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 4x_4 + 2x_5 = 0 \\ 7x_1 + 9x_2 - 3x_3 + 5x_4 + 6x_5 = 0 \\ 5x_1 + 9x_2 - 3x_3 + x_4 + 6x_5 = 0 \end{cases}.$$

**Пример варианта контрольной работы № 4**  
**на тему «Многочлены»**  
**Вариант 1**

1. Найти наибольший общий делитель многочленов:  
 $x^5 + x^4 - x^3 - 3x^2 - 3x - 1$  и  $x^5 - x^4 - 3x^3 - 3x^2 - x + 1$ .
2. Пользуясь схемой Горнера вычислить значение  $f(x_0)$ :  
 $f(x) = x^4 + 2ix^3 - (1+i)x^2 - 3x + 7 + i$  и  $x_0 = -i$ .
3. Определить кратность корня  $x_0$  многочлена  $f(x_0)$ :  
 $f(x) = x^6 - 6x^4 - 4x^3 + 9x^2 + 12x + 4$ ,  $x_0 = -1$ .
4. Пользуясь алгоритмом Евклида подобрать многочлены  $M_1(x)$  и  $M_2(x)$  так, чтобы  
 $f_1(x)M_2(x) + f_2(x)M_1(x) = \delta(x)$ , где  $\delta(x)$  - наибольший общий делитель многочленов  
 $f_1(x)$  и  $f_2(x)$ :  
 $f_1(x) = 3x^5 + 5x^4 - 16x^3 - 6x^2 - 5x - 6$   $f_2(x) = 3x^4 - 4x^3 - x^2 - x - 2$ .
5. Разложить на неприводимые множители над полем вещественных чисел  $\mathbb{R}$ :  
 $f(x) = x^3 + x^2 - 2$ .
6. Построить интерполяционный многочлен Лагранжа:

|      |    |    |   |    |
|------|----|----|---|----|
| x    | -1 | 0  | 1 | 2  |
| f(x) | -4 | -3 | 0 | 17 |

**Пример варианта контрольной работы №5**  
**на тему «Линейные подпространства. Базис линейных подпространств.**  
**Линейные операторы.»**  
**Вариант 1**

1. Доказать, что следующая совокупность векторов пространства  $V^n$  образуют подпространства, найти базис и размерность: все  $n$ -мерные векторы у которых координаты с четными номерами равны между собой.
2. В пространстве  $V^3$  дана система векторов  $f_1, f_2, f_3, x$ . Доказать, что  $f_1, f_2, f_3$  образует базис и найти координаты вектора  $x$  в этом базисе:  $f_1 = (2, 1, -3)$ ,  $f_2 = (3, 1, -5)$ ,  $f_3 = (4, 2, -1)$ ,  $x = (1, 0, -7)$ .
3. Найти размерность пересечения линейных оболочек систем векторов:  
 $S = ((1, 1, 1); (1, 1, 0); (2, 1, 1))$ ,  $S' = ((1, 1, -3); (0, 1, 5); (1, 1, -3))$ .
4. Является ли линейным оператором отображение в пространстве многочленов  $R[x]_n$ :  
 $f(x) \rightarrow f(3x + 1)$ .
5. Найти матрицу линейного оператора  $A(x_1, x_2, x_3) = (x_2 + x_3, 2x_1 + x_3, 3x_1 - x_2 + x_3)$  в пространстве  $V^3$  в базисе из единичных векторов.

**Пример варианта контрольной работы №6**

**на тему «Координаты вектора в базисе. Ядро и образ линейного оператора. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов.»**

**Вариант 1.**

1. Найти какую-нибудь базис системы векторов и выразить остальные векторы как линейную комбинацию через этот базис:  $a_1=(2,-1,3,5)$ ,  $a_2=(4,-3,1,3)$ ,  $a_3=(3,-2,3,4)$ ,  $a_4=(4,-1,-15,17)$ .
2. Найти ядро и образ линейного оператора  $A$  действующий в пространстве многочленов  $R[x]^n$ :  $Af(x) = f(3x+2) - f(3x)$ .
3. Найти собственные значения и собственные векторы линейных операторов, заданных в некотором базисе матрицей  $A = \begin{pmatrix} 5 & 6 & -3 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ .

**Самостоятельная работа**

Самостоятельная работа – это самостоятельное решение студентами задач во время занятия по темам модулей из пособия специально разработанного для дисциплины «Алгебра»: «Практикум по алгебре. 1 часть.» в 1 семестре; «Практикум по алгебре. 2 часть.» в 2 семестре. Например, в первом семестре в Модуле 1 «Действия над матрицами. Определитель матрицы. Обратная матрица.» на самостоятельную работу отводится 10 баллов, следовательно из учебного пособия по указанным темам для решения дается 10 заданий. Каждое задание оценивается на 1 б.

**Перечень вопросов для зачета**

1. Матрицы. Линейные операции над матрицами. Свойства линейных операций над матрицами.
2. Умножение матриц, свойства.
3. Единичная матрица, ее свойства. Транспонирование матриц. Свойства транспонированных матриц.
4. Определители 1-го, 2-го и 3-го порядков. Определитель  $n$ -го порядка (дать понятие о перестановках, четности перестановок).
5. Свойства определителей.
6. Минор  $k$ -го порядка. Минор элемента. Алгебраическое дополнение.
7. Разложение определителя по строке (столбцу). Разложение по чужой строке (столбцу). Теорема Лапласа.
8. Элементарные преобразования матриц. Теорема об основном процессе. Матрицы элементарных преобразований.
9. Метод Гаусса (в общем виде). Применение к вычислению определителей
10. Обратная матрица. Свойства.
11. Критерий обратимости матрицы. Нахождение обратной матрицы.
12. Нахождение обратной матрицы методом Гаусса-Жордана.
13. Линейные пространства (определение, примеры). Простейшие свойства линейных пространств.
14. Линейная (не)зависимость системы векторов (определения, примеры из различных пространств). Свойства линейной (не)зависимости системы векторов.
15. Ранг матрицы (минорный ранг). Теорема о базисном миноре.
16. Ранг матрицы (строчечный и столбцовый ранг). Теорема о неизменности ранга матрицы при элементарных преобразованиях.
17. Ранг матрицы. Теорема о неизменности ранга матрицы при умножении ее на невырожденную матрицу. Способы нахождения ранга матрицы.

18. Базис линейного пространства. Теорема о базисе как максимальной линейно-независимой системе векторов.
19. Базис и размерность линейного пространства. Конечномерные и бесконечномерные линейные пространства. Примеры (пр-ва  $V_1, V_2, V_3, R_n, R^{n \times m}$ ). Координаты вектора.
20. Линейное подпространство. Признак подпространства. Примеры.
21. Линейное многообразие. Свойства. Размерность линейного многообразия. Примеры.
22. Система линейных уравнений (СЛУ). Исследование и решение СЛУ. Равносильность систем. Теорема о равносильности исходной системы и системы, полученной из нее умножением на невырожденную матрицу
23. Теорема Крамера. Правило Крамера.
24. Теорема Кронекера-Капелли.
25. Схема исследования совместной системы. Теорема о равносильности исходной системы «укороченной» системе.
26. Исследование совместной системы (2 случая). Общее решение системы (через свободные неизвестные).
27. Исследование и решение СЛУ с трапециевидной основной матрицей. Теорема о совместности СЛУ с трапециевидной матрицей.
28. Элементарные преобразования систем уравнений. Теорема о равносильности исходной системы и системы, полученной из нее элементарными преобразованиями. Метод Гаусса исследования и решения СЛУ.
29. Однородные СЛУ. Теорема о ненулевых решениях однородной СЛУ. Следствия.
30. Однородные СЛУ. Линейное подпространство решений однородной СЛУ.
31. Фундаментальная система решений (ФСР) однородной СЛУ. Размерность подпространства решений однородной СЛУ. Общее решение однородной СЛУ.
32. Линейное многообразие решений неоднородной СЛУ. Связь между решениями неоднородной и приведенной однородной СЛУ (общее решение неоднородной СЛУ через ФСР).
33. Понятие комплексного числа. Операции над комплексными числами. Комплексная плоскость. Геометрический смысл сложения комплексных чисел.
34. Тригонометрическая форма комплексного числа (теорема о возможности представления ненулевого компл.числа в тригоном.форме). Свойства модуля и аргумента. Умножение и деление компл.чисел, представленных в тригонометрической форме.
35. N-ая степень компл.числа. Формула Муавра. Корень N-ой степени из компл.числа. Нахождение корней. Расположение корней на комплексной плоскости.

### Экзамен

Для проведения экзамена на кафедре разрабатываются экзаменационные билеты. Экзаменационный билет состоит из двух теоретических вопросов и одного практического задания. По окончании ответа на вопросы билета экзаменатор может задавать дополнительные и уточняющие вопросы в пределах учебного материала, вынесенного на экзамен.

Примерные вопросы для экзамена:

36. Матрицы. Линейные операции над матрицами. Свойства линейных операций над матрицами.
37. Умножение матриц, свойства.
38. Единичная матрица, ее свойства. Транспонирование матриц. Свойства транспонированных матриц.
39. Определители 1-го, 2-го и 3-го порядков. Определитель n-го порядка (дать понятие о перестановках, четности перестановок).
40. Свойства определителей.
41. Минор k-го порядка. Минор элемента. Алгебраическое дополнение.
42. Разложение определителя по строке (столбцу). Разложение по чужой строке (столбцу). Теорема Лапласа.

43. Элементарные преобразования матриц. Теорема об основном процессе. Матрицы элементарных преобразований.
  44. Метод Гаусса (в общем виде). Применение к вычислению определителей
  45. Обратная матрица. Свойства.
  46. Критерий обратимости матрицы. Нахождение обратной матрицы.
  47. Нахождение обратной матрицы методом Гаусса-Жордана.
  48. Линейные пространства (определение, примеры). Простейшие свойства линейных пространств.
  49. Линейная (не)зависимость системы векторов (определения, примеры из различных пространств). Свойства линейной (не)зависимости системы векторов.
  50. Ранг матрицы (минорный ранг). Теорема о базисном миноре.
  51. Ранг матрицы (строчечный и столбцовый ранг). Теорема о неизменности ранга матрицы при элементарных преобразованиях.
  52. Ранг матрицы. Теорема о неизменности ранга матрицы при умножении ее на невырожденную матрицу. Способы нахождения ранга матрицы.
  53. Базис линейного пространства. Теорема о базисе как максимальной линейно-независимой системе векторов.
  54. Базис и размерность линейного пространства. Конечномерные и бесконечномерные линейные пространства. Примеры (пр-ва  $V_1, V_2, V_3, R_n, R^{n \times m}$ ). Координаты вектора.
  55. Линейное подпространство. Признак подпространства. Примеры.
  56. Линейное многообразие. Свойства. Размерность линейного многообразия. Примеры.
  57. Система линейных уравнений (СЛУ). Исследование и решение СЛУ. Равносильность систем. Теорема о равносильности исходной системы и системы, полученной из нее умножением на невырожденную матрицу
  58. Теорема Крамера. Правило Крамера.
  59. Теорема Кронекера-Капелли.
  60. Схема исследования совместной системы. Теорема о равносильности исходной системы «укороченной» системе.
  61. Исследование совместной системы (2 случая). Общее решение системы (через свободные неизвестные).
  62. Исследование и решение СЛУ с трапециевидной основной матрицей. Теорема о совместности СЛУ с трапециевидной матрицей.
  63. Элементарные преобразования систем уравнений. Теорема о равносильности исходной системы и системы, полученной из нее элементарными преобразованиями. Метод Гаусса исследования и решения СЛУ.
  64. Однородные СЛУ. Теорема о ненулевых решениях однородной СЛУ. Следствия.
  65. Однородные СЛУ. Линейное подпространство решений однородной СЛУ.
  66. Фундаментальная система решений (ФСР) однородной СЛУ. Размерность подпространства решений однородной СЛУ. Общее решение однородной СЛУ.
  67. Линейное многообразие решений неоднородной СЛУ. Связь между решениями неоднородной и приведенной однородной СЛУ (общее решение неоднородной СЛУ через ФСР).
  68. Понятие комплексного числа. Операции над комплексными числами. Комплексная плоскость. Геометрический смысл сложения комплексных чисел.
  69. Тригонометрическая форма комплексного числа (теорема о возможности представления ненулевого компл. числа в тригоном. форме). Свойства модуля и аргумента. Умножение и деление компл. чисел, представленных в тригонометрической форме.
  70. N-ая степень компл. числа. Формула Муавра. Корень N-ой степени из компл. числа. Нахождение корней. Расположение корней на комплексной плоскости.
- 
1. Группы. Примеры. Простейшие свойства группы. Абелевы группы. Подгруппа. Примеры. Признак подгруппы.
  2. Изоморфизм групп. Примеры. Простейшие свойства изоморфизма.

3. Кольца. Примеры. Простейшие свойства колец. Подкольцо. Примеры. Делители нуля.
4. Поле. Примеры. Свойства полей. Подполе.
5. Понятие многочлена. Операции над многочленами. Свойства сложения и умножения многочленов.
6. Кольцо многочленов над произвольным полем.
7. Делимость в кольце многочленов  $R[x]$ . Свойства делимости.
8. Теорема о делении с остатком.
9. НОД в кольце многочленов  $R[x]$ . Теорема о существовании НОД. Алгоритм Евклида.
10. Значение многочлена. Корень многочлена. Теорема Безу. Следствие.
11. Схема Горнера (обоснование). Применения схемы Горнера.
12. Теорема о количестве корней многочлена  $n$ -ой степени. Кратность корня.
13. Алгебраическая замкнутость поля. Многочлены над полем компл. чисел  $C$ . Основная теорема алгебры. Разложение многочлена на множители. Каноническое разложение многочлена.
14. Формулы Виета (вывод).
15. Многочлены над полем вещественных чисел  $R$ .
16. Теорема о каноническом разложении многочлена над полем  $R$ .
17. Неприводимые многочлены над произвольным полем. Свойства неприводимых многочленов.
18. Теорема о разложении многочлена в произведение неприводимых многочленов. Неприводимые многочлены над полями  $C$  и  $R$ .
19. Интерполяция. Существование и единственность решения задачи интерполяции. Многочлен Лагранжа.
20. Линейное пространство. Примеры линейных пространств. Простейшие свойства линейных пространств. Линейная (не)зависимость системы векторов. Свойства.
21. Базис и размерность линейного пространства. Примеры. Теорема о неполном базисе. Координаты вектора в данном базисе.
22. Пересечение и сумма подпространств. Формула Грассмана.
23. Прямая сумма подпространств. Примеры. Признак прямой суммы. Следствие.
24. Дополнительное подпространство. Пример. Теорема о существовании дополнительного подпространства.
25. Линейные операторы. Примеры. Простейшие свойства линейных операторов.
26. Задание линейного оператора образами базисных векторов.
27. Матрица оператора. Связь между координатами вектора и его образа.
28. Связь между матрицами оператора в различных базисах.
29. Сумма линейных операторов. Произведение линейного оператора на число (скаляр). Линейность суммы операторов и произведения оператора на число. Линейное пространство операторов.
30. Сумма линейных операторов и произведение линейного оператора на число (скаляр). Матрицы суммы операторов и произведения оператора на число. Изоморфизм пространств  $L(V, W)$  и  $R^{m \times n}$ .
31. Произведение линейных операторов. Примеры. Свойства. Матрица произведения операторов.
32. Образ и ядро линейного оператора. Примеры. Образ и ядро как подпространства. Образ линейного оператора как линейная оболочка базисных векторов.
33. Ранг и дефект линейного оператора. Теорема о ранге и дефекте. Теорема “о наиболее простой форме матрицы линейного оператора”.
34. Линейные операторы, действующие в одном пространстве. Определитель линейного оператора. Подобные матрицы.
35. Обратный оператор. Существование и единственность. Линейность обратного оператора.
36. Инвариантные подпространства. Примеры. Теорема о существовании базиса, где матрица оператора имеет квазиреугольную форму. Теорема о существовании базиса, где мат-

- рица оператора имеет квазидиагональную форму.
37. Собственные значения и собственные векторы оператора. Примеры. Собственное подпространство  $W_\lambda$  оператора  $A$ , отвечающее собственному значению  $\lambda$ .
  38. Собственные значения и собственные векторы оператора. Теорема о линейной независимости собственных векторов, отвечающих различным собственным значениям.
  39. Характеристический многочлен матрицы. Теорема о характеристических многочленах подобных матриц. Характеристический многочлен оператора. Условие существования собственных векторов.
  40. Условие существования собственных векторов. Алгоритм нахождения собственных векторов. Пример.

Примерный перечень задач к экзамену

1. Вычислить  $A = \begin{bmatrix} 5 & 8 & -4 \\ 6 & 9 & -5 \\ 4 & 7 & -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 4 & -1 & 3 \\ 9 & 6 & 5 \end{bmatrix}$ .

2. Вычислить значение многочлена  $f(x) = 3x^2 - x$  от матрицы  $A$ , если  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ .

3. Вычислить  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{bmatrix}^2$ .

4. Вычислить определитель матрицы  $\begin{bmatrix} -1 & 5 & 4 \\ 3 & -2 & 0 \\ -1 & 3 & 6 \end{bmatrix}$ .

5. Вычислить определитель матрицы  $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & a \\ 1 & 0 & 1 & b \\ 1 & 1 & 0 & c \\ a & b & c & d \end{bmatrix}$ .

6. Найти обратную к матрице  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ .

7. Найти обратную к матрице используя элементарные преобразования  $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}$ .

8. Решить матричное уравнение  $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ .

9. Найти ранг матрицы используя элементарные преобразования

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 1 & 1 \\ 5 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

10. Найти ранг матрицы методом окаймления миноров

$$\begin{bmatrix} 8 & 2 & 2 & -1 & 1 \\ 1 & 7 & 4 & -2 & 5 \\ -2 & 4 & 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}.$$

11. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного

в некотором базисе матрицей: 
$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & -3 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

12. Построить многочлен Лагранжа по данной таблице значений:

|      |    |   |   |
|------|----|---|---|
| x    | 0  | 1 | 2 |
| f(x) | -1 | 0 | 7 |

13. Найти матрицу оператора дифференцирования в пространстве многочленов  $R[x]_n$ .

14. Построить многочлен со старшим коэффициентом 1, имеющий: а) корни 2, -1,  $1+i$  и  $-i$ ; б) тройной корень -1 и простой корень.

15. Представить рациональную дробь в виде суммы простейших дробей:

$$\frac{x}{(x+1)(x^2+1)^2}.$$

16. Определить кратность корня  $x_0$  многочлена  $f(x)$ :

$$f(x) = x^5 - 5x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 4x - 8, \quad x_0 = 2.$$

17. Найти наибольший общий делитель многочленов:

$$x^5 + 3x^2 - 2x + 2 \text{ и } x^6 + x^5 + x^4 - 3x^2 + 2x - 6.$$

18. Представить рациональную дробь в виде суммы простейших дробей:

$$\frac{x}{(x+1)(x^2+1)^2}.$$

19. Определить кратность корня  $x_0$  многочлена  $f(x)$ :

$$f(x) = x^5 - 5x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 4x - 8, \quad x_0 = 2.$$

20. Найти наибольший общий делитель многочленов:

$$x^5 + 3x^2 - 2x + 2 \text{ и } x^6 + x^5 + x^4 - 3x^2 + 2x - 6.$$

21. Представить рациональную дробь в виде суммы простейших дробей:

$$\frac{x}{(x+1)(x^2+1)^2}.$$

22. Определить кратность корня  $x_0$  многочлена  $f(x)$ :

$$f(x) = x^5 - 5x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 4x - 8, \quad x_0 = 2.$$

23. Найти наибольший общий делитель многочленов:

$$x^5 + 3x^2 - 2x + 2 \text{ и } x^6 + x^5 + x^4 - 3x^2 + 2x - 6.$$

24. Найти какой-нибудь базис системы векторов и выразить через этот базис остальные векторы системы:

$$a_1 = (2, -1, 3, 5), \quad a_2 = (4, -3, 1, 3), \quad a_3 = (3, -2, 3, 4), \quad a_4 = (4, -1, -15, 17).$$

25. Образуют ли группу рациональные числа, отличные от нуля, относительно умножения.

26. Найти матрицу линейного оператора  $Af(x) = f(3x+5)$  в пространстве многочленов  $R[x]_2$ .

27. Является ли линейным оператором в соответствующем векторном пространстве отображение  $(x_1, x_2, x_3) \rightarrow (x_1 + 3x_3, x_2^3, x_2 + x_3)$ .

28. Найти ядро и образ оператора  $Af(x) = f(x+1) - f(x)$ , где  $f(x) \in R[x]_n$ .

29. Найти все инвариантные подпространства оператора дифференцирования действующей в пространстве  $R[x]_n$ .

30. Найти матрицу перехода от базиса  $e_1 = (1, 0)$ ,  $e_2 = (1, 1)$  к базису  $g_1 = (0, 1)$ ,  $g_2 = (1, 1)$ .  
Написать формулу для связи координат в разных базисах.

31. Найти базис и размерность линейного подпространства пространства  $V^n$ : все  $n$ -мерные векторы, у которых координаты с четными номерами равны нулю.

32. Разложить многочлен  $x^3 - 2x^2 + x - 2$  на неприводимые множители над полем вещественных чисел  $R$ .

33. Разложить многочлен  $x^3 - x^2 + x - 1$  на неприводимые множители над полем комплексных чисел.

34. Является ли группой множество нижних треугольных матриц относительно умножения.

35. Является ли кольцом множество вещественных чисел вида  $x + \sqrt{2}y$ ,  $x, y \in \mathbb{Z}$ .

36. Является ли полем множество вещественных чисел вида  $x + \sqrt{2}y$ ,  $x, y \in \mathbb{Z}$ .

37. Изоморфны ли следующие группы: множество четных чисел относительно сложения и множество чисел кратных 5 относительно сложения.

Образец экзаменационного билета:

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«Башкирский государственный университет»  
Сибайский институт (филиал)

Естественно-математический факультет  
Кафедра прикладной математики и информационных технологий

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №1  
по дисциплине «Алгебра»  
Направление «Прикладная математика и информатика»  
Профиль «Прикладная математика и информационные технологии»

1. Понятие многочлена. Операции над многочленами. Свойства сложения и умножения многочленов.
2. Условие существования собственных векторов. Алгоритм нахождения собственных векторов. Пример.
3. Определить кратность корня  $x_0$  многочлена  $f(x) = x^5 - 5x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 4x - 8$ ,  $x_0 = 2$ .

Утверждено на заседании кафедры \_\_\_\_\_, протокол № \_\_\_\_\_  
(дата)

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  
(подпись) (Ф.И.О.)

Перевод оценки из 100-балльной в четырех балльную производится следующим образом:

- отлично - от 80 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов);
- хорошо - от 60 до 79 баллов;
- удовлетворительно - от 45 до 59 баллов;
- неудовлетворительно - менее 45 баллов.

**Критерии оценки экзамена (в баллах):**

- **25-30 баллов** выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы билета, продемонстрировал знание функциональных возможностей, терминологии, основных элементов, умение применять теоретические знания при выполнении практических заданий. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы. Практическая часть работы выполнена полностью без неточностей и ошибок;

- **17-24 баллов** выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности. При выполнении практической части работы допущены несущественные ошибки;

- **10-16 баллов** выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками ма-

териала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос. Студент не решил задачу или при решении допущены грубые ошибки;

- **1-10 баллов** выставляется студенту, если ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Обнаруживается отсутствие навыков применения теоретических знаний при выполнении практических заданий. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос.

## **5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### **5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

#### **Основная литература:**

- 1) Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. (Реком.МоРФ) - М.: Физматлит, 2002.- 320 с.
- 2) Кострикин А.И. Введение в алгебру: Ч.І. Основы алгебры : учебник : [Реком. МоРФ] / А.И. Кострикин. - 2-е изд., испр. - М.: Физматлит, 2001. - 272 с.
- 3) Кострикин А.И. Введение в алгебру: Ч.ІІ. Линейная алгебра : учебник : [Реком. МоРФ] / А.И. Кострикин. - 2-е изд., испр. - М.: Физматлит, 2001. - 368 с.
- 4) Кострикин А.И. Введение в алгебру: Ч.ІІІ. Основные структуры : учебник : [Реком. МоРФ] / А.И. Кострикин. - 2-е изд., испр. - М.: Физматлит, 2001. - 272 с.
- 5) Проскуряков И.В. Сборник задач по алгебре. (Реком.МоРФ) М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2001. - 384 с.
- 6) Авт.-сост.: Гумеров И.С., Муртазина С.А. Практикум по алгебре. Части 1,2. Издательство: РИЦБашГУ, 2013 (ЭБС БашГУ);

#### **Дополнительная литература:**

- 7) Винберг, Э. Б. Курс алгебры : учебник / Э. Б. Винберг. – Москва : МЦНМО, 2011. – 591 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63299> . – Текст : электронный.
- 8) Иванова, С. А. Линейная алгебра : учебное пособие : [16+] / С. А. Иванова, В. А. Павский ; Кемеровский государственный университет. – 2-е изд., перераб. и доп. – Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2019. – 125 с. : ил., табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=573547> – Текст : электронный.
- 9) Романников, А. Н. Линейная алгебра : учебное пособие / А. Н. Романников. – Москва : Московский государственный университет экономики, статистики и информатики, 2007. – 148 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=91062>. – Текст : электронный.
- 10) Туганбаев, А. А. Линейная алгебра : учебное пособие / А. А. Туганбаев. – 2-е изд., стер. – Москва : ФЛИНТА, 2017. – 75 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=115141> (дата обращения: 20.01.2022). – ISBN 978-5-9765-1407-2. – Текст : электронный.

### **5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины**

1. ЭБС «Университетская библиотека online» - [www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru);
2. ЭБС изд-ва «Лань» - [www.e.lanbook.com](http://www.e.lanbook.com);
3. <http://www.exponenta.ru> – образовательный математический сайт;
4. <http://www.mccme.ru> - сайт Московского центра непрерывного математического образования.

**6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

| <b>Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий</b> | <b>Вид занятий</b>             | <b>Наименование оборудования, программного обеспечения</b>                                                                                      |
|--------------------------------------------------------------------------|--------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>1</b>                                                                 | <b>2</b>                       | <b>3</b>                                                                                                                                        |
| Аудитория 210                                                            | Лекции<br>Практические занятия | Демонстрационное оборудование: доска, проектор – 1 шт., переносной экран – 1 шт. Специализированная мебель: столы, стулья (28 посадочных мест). |

ФГБОУ ВО «УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»  
 СИБАЙСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ) УУН<sub>ИТ</sub>  
 ЕСТЕСТВЕННО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

### СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

дисциплины Алгебра на 1, 2 семестры

очная (очно-заочная) форма обучения

| Вид работы                                                                                                                                    | Объем дисциплины |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)                                                                                                   | 6 / 216          |
| Учебных часов на контактную работу с преподавателем:                                                                                          |                  |
| Лекций                                                                                                                                        | 58 (46)          |
| практических/ семинарских                                                                                                                     | 60 (46)          |
| лабораторных                                                                                                                                  |                  |
| других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем) (ФКР) | 1,2 (1,2)        |
| Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)                                                                                      | 60,8 (86,8)      |
| Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)                                                           | 36 (36)          |

Форма(ы) контроля:

Экзамен     2     семестр

зачет     1     семестр

## 1 семестр

| п/п | Тема и содержание                                                                                                                                                           | Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах) |        |    |       | Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка) | Задания по самостоятельной работе студентов | Форма текущего контроля успеваемости                      |
|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|----|-------|----------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|
|     |                                                                                                                                                                             | ЛК                                                                                                                                                 | ПР/СЕМ | ЛР | СРС   |                                                                                  |                                             |                                                           |
| 1   | 2                                                                                                                                                                           | 4                                                                                                                                                  | 5      | 6  | 7     | 8                                                                                | 9                                           | 10                                                        |
| 1.  | Матрицы, их виды. Алгебра матриц. Сложение матриц и умножение матрицы на число. Умножение матриц. Транспонирование матрицы.                                                 | 2 (2)                                                                                                                                              | 2 (2)  |    | 4 (4) | 1 – 10                                                                           | Решение задач                               | Опрос, проверка домашнего задания, самостоятельная работа |
| 2.  | Определители второго и третьего порядков. Определители n-го порядка. Свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа. Вычисление определителей. | 4 (2)                                                                                                                                              | 4 (2)  |    | 4 (4) | 1 – 10                                                                           | Изучение допол. материала                   | Опрос, проверка домашнего задания, самостоятельная работа |
| 3.  | Элементарные преобразования. Теорема об основном процессе (приведение матрицы к ступенчатому виду). Матрицы элементарных преобразований. Метод Гаусса.                      | 2 (2)                                                                                                                                              | 2 (2)  |    | 4 (4) | 1 – 10                                                                           | Решение задач                               | Опрос, проверка домашнего задания, самостоятельная работа |
| 4.  | Обратная матрица. Критерий обратимости. Способы нахождения обратной матрицы.                                                                                                | 4 (2)                                                                                                                                              | 4 (2)  |    | 4 (4) | 1 – 10                                                                           | Решение задач                               | Опрос, проверка домашнего задания, самостоятельная работа |

|    |                                                                                                                                              |         |         |  |         |        |                           |                                                           |
|----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|---------|--|---------|--------|---------------------------|-----------------------------------------------------------|
| 5. | Линейные пространства. Примеры (пространство $R^n$ ). Линейная зависимость векторов.                                                         | 4 (2)   | 4 (2)   |  | 4 (4)   | 1 – 10 | Решение задач             | Опрос, проверка домашнего задания, самостоятельная работа |
| 6. | Ранг матрицы. Способы вычисления ранга матрицы.                                                                                              | 4 (2)   | 4 (2)   |  | 4 (4)   | 1 – 10 | Решение задач             | Опрос, проверка домашнего задания, самостоятельная работа |
| 7. | Базис и размерность линейного пространства. Линейное подпространство и линейное многообразие.                                                | 4 (2)   | 4 (2)   |  | 4 (4)   | 1 – 10 | Изучение допол. материала | Опрос, проверка домашнего задания, самостоятельная работа |
| 8  | Системы линейных алгебраических уравнений. Решение систем по методу (правилу) Крамера.                                                       | 4 (4)   | 4 (4)   |  | 2 (4)   | 1 – 10 | Решение задач             | Опрос, проверка домашнего задания, самостоятельная работа |
| 9  | Теорема Кронекера-Капелли. Применение метода Гаусса для исследования и решения систем линейных уравнений.                                    | 2 (2)   | 2 (2)   |  | 2 (4)   | 1 – 10 | Решение задач             | Опрос, проверка домашнего задания, самостоятельная работа |
| 10 | Линейное подпространство решений однородной системы. Линейное многообразие решений неоднородной системы. Общее решение неоднородной системы. | 2 (4)   | 2 (4)   |  | 2 (4)   | 1 – 10 |                           | Опрос, проверка домашнего задания, самостоятельная работа |
| 11 | Комплексные числа. Модуль и аргумент комплексного числа. Формула Муавра. Корни из единицы.                                                   | 2 (4)   | 2 (4)   |  | 6 (12)  | 1 – 10 | Изучение допол. материала | Опрос, проверка домашнего задания, самостоятельная работа |
|    | <b>Всего часов:</b>                                                                                                                          | 34 (28) | 34 (28) |  | 40 (52) |        |                           |                                                           |

## 2 семестр

| п/п | Тема и содержание                                                                                                                                 | Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах) |        |    |       | Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка) | Задания по самостоятельной работе студентов | Форма текущего контроля успеваемости                      |
|-----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|----|-------|----------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|
|     |                                                                                                                                                   | ЛК                                                                                                                                                 | ПР/СЕМ | ЛР | СРС   |                                                                                  |                                             |                                                           |
| 1   | 2                                                                                                                                                 | 4                                                                                                                                                  | 5      | 6  | 7     | 8                                                                                | 9                                           | 10                                                        |
| 1.  | Множества. Отображения. Алгебраические структуры (группы, кольца, поля).                                                                          | 2 (1)                                                                                                                                              | 2 (1)  |    | 1 (2) | 1 – 10                                                                           | Решение задач                               | Опрос, проверка домашнего задания, самостоятельная работа |
| 2.  | Многочлены. Кольцо многочленов. Делимость в кольце многочленов. Корни многочленов.                                                                | 2 (1)                                                                                                                                              | 2 (1)  |    | 1 (2) | 1 – 10                                                                           | Изучение допол. материала                   | Опрос, проверка домашнего задания, самостоятельная работа |
| 3.  | Многочлены над полем комплексных чисел. Основная теорема алгебры и следствия из нее. Каноническое разложение многочленов над полем $\mathbb{C}$ . | 2 (1)                                                                                                                                              | 2 (1)  |    | 1 (2) | 1 – 10                                                                           | Решение задач                               | Опрос, проверка домашнего задания, самостоятельная работа |
| 4.  | Многочлены над полем действительных чисел. Каноническое разложение многочленов над полем $\mathbb{R}$ .                                           | 2 (1)                                                                                                                                              | 2 (1)  |    | 1 (2) | 1 – 10                                                                           | Решение задач                               | Опрос, проверка домашнего задания, самостоятельная работа |
| 5   | Интерполяция. Интерполяционный многочлен Лагранжа. * Многочлены Ньютона, Эрмита.                                                                  | 2 (2)                                                                                                                                              | 2 (2)  |    | 1 (2) | 1 – 10                                                                           | Решение задач                               | Опрос, проверка домашнего задания, самостоятельная работа |

(2)

|    |                                                                                                                                                                          |       |       |  |       |        |                           |                                                           |
|----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|-------|--|-------|--------|---------------------------|-----------------------------------------------------------|
| 6  | Линейное пространство над произвольным полем. Базис и размерность линейного пространства. Изоморфизм линейных пространств. Линейные подпространства и линейные оболочки. | 2 (2) | 2 (2) |  | 1 (2) | 1 – 10 | Решение задач             | Опрос, проверка домашнего задания, самостоятельная работа |
| 7  | Линейные операторы в линейных пространствах. Матрица линейного оператора. Линейное пространство операторов. Умножение линейных операторов.                               | 2 (2) | 2 (2) |  | 1 (2) | 1 – 10 | Изучение допол. материала | Опрос, проверка домашнего задания, самостоятельная работа |
| 8  | Образ и ядро линейного оператора. Ранг и дефект оператора.                                                                                                               | 2 (2) | 2 (2) |  | 1 (4) | 1 – 10 | Решение задач             | Опрос, проверка домашнего задания, самостоятельная работа |
| 9  | Линейные операторы, действующие в одном пространстве. Обратный оператор.                                                                                                 | 2 (1) | 2 (1) |  | 2 (4) | 1 – 10 | Решение задач             | Опрос, проверка домашнего задания, самостоятельная работа |
| 10 | Инвариантные подпространства. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Характеристический многочлен. Спектр оператора.                            | 2 (1) | 2 (1) |  | 2 (4) | 1 – 10 | Решение задач             | Опрос, проверка домашнего задания, самостоятельная работа |
| 11 | Операторы простой структуры. Приведение матрицы таких операторов к диагональному виду. Жорданова форма матрицы линейного опе-                                            | 2 (2) | 4 (2) |  | 2 (4) | 1 – 10 | Решение задач             | Опрос, проверка домашнего задания, самостоятельная работа |

|    |                                                                                                                                                                 |         |         |  |                |        |               |                                                           |
|----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|---------|--|----------------|--------|---------------|-----------------------------------------------------------|
|    | ратора.                                                                                                                                                         |         |         |  |                |        |               |                                                           |
| 12 | Скалярное произведение. Основные метрические понятия. Евклидово и унитарное пространства. Ортонормированный базис. Процесс ортогонализации. Определитель Грама. | 2 (2)   | 2 (2)   |  | 6,8<br>(4,8)   | 1 – 10 | Решение задач | Опрос, проверка домашнего задания, самостоятельная работа |
|    | <b>Всего часов:</b>                                                                                                                                             | 24 (18) | 26 (18) |  | 20,8<br>(34,8) |        |               |                                                           |

***План лекционных и практических занятий.  
Задания для самостоятельной работы студентов***

**1 семестр (17 лекций, 17 практ. занятий)**

**План лекционных занятий**

**Лекции 1, 2. Матрицы, их виды. Линейные операции над матрицами. Умножение матриц**

**Цель лекции:** ознакомление студентов с начальными понятиями теории матриц.

**Примерный план лекции:**

1. Матрицы. Виды матриц. Примеры.
2. Сложение матриц.
3. Умножение матрицы на число.
4. Свойства линейных операций над матрицами.
5. Умножение матриц. Свойства.
6. Транспонирование матриц.

**Лекции 3, 4. Определители. Свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения.**

**Цель лекции:** ознакомление студентов с понятием определителя матрицы; изучение основных свойств определителей.

**Примерный план лекции:**

1. Определители второго и третьего порядков.

2. Определители  $n$ -го порядка.
3. Свойства определителей.
4. Миноры и алгебраические дополнения.
5. Теорема Лапласа.
6. Вычисление определителей.

**Лекции 5, 6. Элементарные преобразования. Теорема об основном процессе. Матрицы элементарных преобразований. Метод Гаусса–**

**Цель лекции:** изучение элементарных преобразований, ознакомление с методом Гаусса.

**Примерный план лекции:**

1. Элементарные преобразования.
2. Теорема об основном процессе (приведение матрицы к ступенчатому виду).
3. Матрицы элементарных преобразований.
4. Метод Гаусса.
5. Применение метода Гаусса к вычислению определителей.

**Лекции 7, 8. Обратная матрица. Критерий обратимости. Способы нахождения обратной матрицы.–**

**Цель лекции:** изучение обратной матрицы и способов нахождения обратной матрицы.

**Примерный план лекции:**

1. Обратная матрица.
2. Критерий обратимости.
3. Способы нахождения обратной матрицы.
4. Обобщение по материалу лекций 1-8.

**Лекция 9. Линейные пространства. Линейная зависимость векторов**

**Цель лекции:** ознакомление с понятиями линейного пространства, линейной зависимости векторов.

**Примерный план лекции:**

1. Линейные пространства.
2. Примеры линейных.
3. Простейшие свойства линейных пространств.
4. Линейная зависимость векторов.
5. Свойства линейной зависимости.

**Лекция 10. Ранг матрицы. Способы вычисления ранга матрицы.–**

**Цель лекции:**ознакомление с понятием ранга матрицы и изучение способов нахождения ранга.

Примерный план лекции:

1. Ранг матрицы.
2. Простейшие свойства ранга.
3. Способы вычисления ранга матрицы.
4. Другие определения ранга.

### **Лекция 11.Базис и размерность линейного пространства**

**Цель лекции:**изучение понятий базиса и размерности линейного пространства.

Примерный план лекции:

1. Базис линейного пространства. Примеры.
2. Размерность линейного пространства. Примеры.

### **Лекция 12.Линейное подпространство и линейное многообразие**

**Цель лекции:**ознакомление студентов с понятиями линейного подпространства и многообразия.

Примерный план лекции:

1. Линейное подпространство. Примеры.
2. Линейное многообразие. Примеры.

### **Лекция 13.Системы линейных алгебраических уравнений. Решение систем по методу (правилу) Крамера**

**Цель лекции:**изучение базовых понятий, связанных с системой линейных уравнений; изучение методов решения «квадратных» систем.

Примерный план лекции:

1. Система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Решение СЛАУ.
2. Равносильность систем.
3. «Квадратные» СЛАУ.
4. Решение «квадратных» СЛАУ методом Крамера.

### **Лекции 14, 15.Теорема Кронекера-Капелли. Применение метода Гаусса для исследования и решения систем линейных уравнений**

**Цель лекции:**ознакомление студентов с критерием совместимости систем; изучение метода Гаусса решения СЛАУ.

Примерный план лекции:

1. Теорема Кронекера-Капелли.
2. Общая схема исследования и решения СЛАУ.

3. Метод Гаусса решения СЛАУ.

### **Лекция 16. Однородные СЛУ**

**Цель лекции:** изучение базовых понятий, связанных с однородной системой линейных уравнений.

**Примерный план лекции:**

1. Однородные СЛУ. Примеры. Решение Однородной СЛУ.
2. Линейное подпространство решений однородной системы.
3. Фундаментальная система решений.
4. Линейное многообразие решений неоднородной системы.
5. Общее решение неоднородной системы.

### **Лекции 17. Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы представления комплексных чисел.**

**Цель лекции:** ознакомление студентов с начальными понятиями комплексного анализа.

**Примерный план лекции:**

1. Комплексные числа.
2. Операции над комплексными числами.
3. Модуль и аргумент комплексного числа.
4. Тригонометрическая форма комплексного числа.
5. Формула Муавра.
6. Понятие корня комплексного числа. Корни из единицы.

### **План практических занятий**

*Практическое занятие 1.* Матрица. Основные операции над матрицами и их свойства.

**Примерный план занятия:** Умножение матрицы на число. Сложение, умножение, транспонирование, возведение в степень матриц.

*Практическое занятие 2, 3.* Определитель. Определители 2-го и 3-го порядков.

**Примерный план занятия:** Вычисление определителей 2-го порядка. Вычисление определителей 3-го порядка методом добавления столбцов и методом Саррюса. Нахождение миноров и алгебраических дополнений элементов определителя. Вычисление определителя разложением по строке (столбцу).

*Практическое занятие 4.* Определитель n-го порядка.

**Примерный план занятия:** Вычисление определителя с использованием свойств определителя. Вычисление определителей n-го порядка приведением треугольной форме.

*Практическое занятие 5, 6. Обратная матрица и способы ее нахождения.*

Примерный план занятия: Вычисление обратной матрицы с использованием алгебраических дополнений. Вычисление обратной матрицы с присоединением единичной матрицы.

Практическое занятие 7. Контрольная работа.

*Практическое занятие 8, 9. Ранг матрицы. Вычисление ранга матрицы.*

Примерный план занятия: Разбор контрольной работы. Вычисление ранга матрицы методом окаймляющих миноров. Вычисление ранга матрицы методом приведения ступенчатой форме. Вычисление ранга матриц содержащих параметры.

*Практическое занятие 9. Решение «квадратных» систем линейных уравнений.*

Примерный план занятия: Решение «квадратных» систем линейных уравнений методом Крамера и Гаусса.

*Практическое занятие 10, 11, 12, 13. Линейные системы уравнений с неизвестными.*

Примерный план занятия: Решение неоднородных систем уравнений с неизвестными методом Гаусса. Решение неоднородных систем уравнений с неизвестными методом Гаусса. Нахождение фундаментальной системы решений. Решение систем линейных уравнений с параметром.

Практическое занятие 14. Контрольная работа.

Практическое занятие 15 - 17. Комплексные числа.

Примерный план занятия: Разбор контрольной работы. Получение тригонометрической формы комплексных чисел представленных в алгебраической форме. Сложение, умножение, деление, возведение в степень комплексных чисел. Извлечение корня из комплексных чисел.

## 2 семестр (12 лекций, 13 практ. занятий)

### План лекционных занятий

#### Лекции 18, 19. Множества. Отображения. Алгебраические структуры

**Цель лекции:** ознакомление студентов с основными алгебраическими структурами.

Примерный план лекции:

1. Множества. Операции над множествами.

2. Отображения. Виды.
3. Группы. Примеры.
4. Изоморфизм групп.
5. Кольца. Примеры.
6. Поля. Примеры.

### **Лекция20.Многочлены. Кольцо многочленов. Корни многочленов**

**Цель лекции:** ознакомление студентов с основными понятиями теории многочленов.

**Примерный план лекции:**

1. Многочлены. Операции над многочленами.
2. Кольцо многочленов.
3. Делимость в кольце многочленов.
4. Корни многочленов. Теорема Безу.
5. Схема Горнера.

### **Лекция21.Многочлены над полем комплексных чисел.**

**Цель лекции:** изучение свойств многочленов с комплексными коэффициентами.

**Примерный план лекции:**

1. Многочлены над полем комплексных чисел.
2. Основная теорема алгебры.
3. Следствия основной теоремы.
4. Каноническое разложение многочленов над полем  $\mathbb{C}$ .

### **Лекция22.Многочлены над полем действительных чисел**

**Цель лекции:** изучение свойств многочленов с действительными коэффициентами.

**Примерный план лекции:**

1. Многочлены над полем действительных чисел.
2. Каноническое разложение многочленов над полем  $\mathbb{R}$ .

### **Лекция23.Интерполяция. Интерполяционные многочлены**

**Цель лекции:** ознакомление с задачей интерполяции, изучение интерполяционных многочленов.

**Примерный план лекции:**

1. Постановка задачи интерполяции.

2. Интерполяционный многочлен Лагранжа.
3. \* Многочлены Ньютона, Эрмита.

#### **Лекция 24. Линейное пространство над произвольным полем. Линейные подпространства и линейные оболочки**

**Цель лекции:** изучение свойств линейных пространств над произвольным полем.

**Примерный план лекции:**

1. Линейное пространство над произвольным полем.
2. Базис и размерность линейного пространства.
3. Изоморфизм линейных пространств.
4. Линейные подпространства и линейные оболочки.

#### **Лекция 25. Линейные операторы в линейных пространствах. Линейное пространство операторов. Умножение линейных операторов**

**Цель лекции:** изучение начальных понятий теории линейных операторов.

**Примерный план лекции:**

1. Линейные операторы в линейных пространствах.
2. Матрица линейного оператора.
3. Линейное пространство операторов.
4. Умножение линейных операторов.

#### **Лекция 26. Образ и ядро линейного оператора. Ранг и дефект оператора**

**Цель лекции:** ознакомление студентов с понятиями образа и ядра линейного оператора.

**Примерный план лекции:**

1. Образ и ядро линейного оператора.
2. Ранг и дефект оператора.
3. Теорема о ранге и дефекте.

#### **Лекция 27. Линейные операторы, действующие в одном пространстве. Обратный оператор**

**Цель лекции:** изучение свойств линейных операторов, действующих в одном пространстве.

**Примерный план лекции:**

1. Линейные операторы, действующие в одном пространстве.
2. Обратный оператор.

### **Лекции 28. Инвариантные подпространства. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора**

**Цель лекции:** ознакомление студентов с понятиями собственного значения и собственного вектора линейного оператора.

**Примерный план лекции:**

1. Инвариантные подпространства.
2. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.
3. Характеристический многочлен.
4. Алгоритм нахождения собственных значений и собственных векторов линейного оператора.
5. Спектр оператора.

### **Лекция 29. Операторы простой структуры. Жорданова форма матрицы линейного оператора**

**Цель лекции:** изучение базовых понятий, связанных с операторами простой структуры.

**Примерный план лекции:**

1. Операторы простой структуры.
2. Приведение матрицы операторов простой структуры к диагональному виду.
3. Жорданова форма матрицы линейного оператора.

### **\* Лекции 30, 31 Основные метрические понятия. Евклидово и унитарное пространства**

**Цель лекции:** ознакомление студентов с основными метрическими понятиями.

**Примерный план лекции:**

1. Скалярное произведение.
2. Основные метрические понятия.
3. Евклидово и унитарное пространства.
4. Ортонормированный базис.
5. Процесс ортогонализации.

### **План практических занятий**

*Практические занятия 1, 2.* Алгебраические структуры.

**Примерный план занятия:** Полугруппы, группы. Изоморфизм групп. Кольца, поля.

*Практические занятия 3, 4, 5, 6, 7.* Многочлены.

**Примерный план занятия:** Умножение, деление многочленов. Использование схемы Горнера при решении различных задач: нахождение остатка от деления по теореме Безу, нахождение кратности корня, разложение многочлена по степеням  $x - x_0$ . Нахождение наибольшего общего делителя многочленов. Каноническое разложение многочленов над полем вещественных чисел и над полем комплексных чисел. Ин-

терполяционный многочлен Лагранжа. Построение многочленов по известным корням над полем вещественных чисел и над полем комплексных чисел. Использование формул Виета для определения коэффициентов многочлена по данным корням.

*Практическое занятие 8. Контрольная работа.*

*Практическое занятие 9. Линейные пространства.*

Примерный план занятия: Разбор контрольной работы. Проверка множеств на выполнение аксиом линейного пространства. Определение базиса и размерности линейного пространства.

*Практическое занятие 10. Линейная зависимость и независимость векторов. Матрица перехода от одного базиса к другому.*

Примерный план занятия: Определение линейной зависимости независимости векторов. Нахождение координат вектора в данном базисе. Нахождение матрицы перехода от одного базиса к другому.

*Практическое занятие 11. Линейные операторы.*

Примерный план занятия: Разбор контрольной работы. Проверка отображений на выполнение условий линейного оператора.

*Практическое занятие 12. Матрица линейного оператора.*

Примерный план занятия: Нахождение матрицы линейного оператора действующего в одном пространстве. Нахождения матрицы линейного оператора в разных базисах одного пространства.

*Практическое занятие 13. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов.*

Примерный план занятия: Нахождение собственных значений и собственных векторов линейных операторов, заданных в виде матрицы.

