

ФГБОУ ВО «УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»
СИБАЙСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ) УУН и Т
ЕСТЕСТВЕННО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Утверждено:
на заседании кафедры
протокол № 11 от «31» мая 2023 г.

И.о. зав.кафедрой Г / Гумеров И.С.



Согласовано:

Председатель УМК естественно-математического факультета

И / Ильбулова Г.Р.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Дисциплина **ТЕОРИЯ ИГР**

(наименование дисциплины)

Часть, формируемая участниками образовательных отношений

(обязательная часть или часть, формируемая участниками образовательных отношений, факультатив)

программа бакалавриата

Направление подготовки

01.03.02 Прикладная математика и информатика

(указывается код и наименование направления подготовки)

Направленность (профиль) подготовки

Прикладная математика и информационные технологии

(указывается наименование направленности (профиля) подготовки)

Квалификация

бакалавр

(указывается квалификация)

Разработчик (составитель)

доцент, к.ф.-м.н.,

(должность, ученая степень, ученое звание)

О / Беликова О.Н.

Для приема: 2023 г.

Сибай 2023 г.

Составитель: Беликова О.Н.

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры прикладной математики и информационных технологий, протокол № 11 от «31» мая 2023 г.

И.о. заведующего кафедрой И / Гумеров И.С./

Дополнения и изменения, внесенную в рабочую программу дисциплины

утверждены на заседании кафедры

протокол №__ от «__» _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой _____ / _____ /

Дополнения и изменения, внесенную в рабочую программу дисциплины

утверждены на заседании кафедры

протокол №__ от «__» _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой _____ / _____ /

Дополнения и изменения, внесенную в рабочую программу дисциплины

утверждены на заседании кафедры

протокол №__ от «__» _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой _____ / _____ /

Список документов и материалов

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций
2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы
3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)
4. Фонд оценочных средств по дисциплине
 - 4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине
 - 4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине.
 - 4.3. Рейтинг-план дисциплины
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины
 - 5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины
 - 5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины
6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций

По итогам освоения дисциплины обучающийся должен достичь следующих результатов обучения:

Категория (группа) компетенций	Формируемая компетенция (с указанием кода)	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
Профессиональные компетенции	ПК-2: Владеет навыками обучения по предмету математика.	ПК-2.1. Знает: -основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; -представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений; -теорию и методику преподавания математики; -специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и ограничено используется в семье и ближайшем окружении.	Знать: -основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; -представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений; -теорию и методику преподавания математики; -специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и ограничено используется в семье и ближайшем окружении.
		ПК-2.2. Умеет: - совместно с обучающимися строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических и иных контекстах, понимать рассуждение обучающихся; -анализировать предлагаемое обучающимся рассуждение с результатом: подтверждение его правильности или нахождение ошибки и анализ причин ее возникновения; помогать обучающимся в самостоятельной локализации ошибки, ее исправлении; оказывать помощь в улучшении (обобщении, сокращении, более ясном изложении) рассуждения -формировать у обучающихся убеждение в абсолютности математической истины и математического доказательства, предотвращать формирование модели поверхностной имитации действий, ведущих к успеху,	Уметь: - совместно с обучающимися строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических и иных контекстах, понимать рассуждение обучающихся; -анализировать предлагаемое обучающимся рассуждение с результатом: подтверждение его правильности или нахождение ошибки и анализ причин ее возникновения; помогать обучающимся в самостоятельной локализации ошибки, ее исправлении; оказывать помощь в улучшении (обобщении, сокращении, более ясном изложении) рассуждения -формировать у обучающихся убеждение в абсолютности математической истины и математического доказательства, предотвращать формирование модели поверхностной имитации действий, ведущих к успеху,

		без ясного понимания смысла; поощрять выбор различных путей в решении поставленной задачи.	без ясного понимания смысла; поощрять выбор различных путей в решении поставленной задачи.
		ПК-2.3. Владеет: - способностью логического рассуждения и коммуникации, установки на использование этой способности, на ее ценность; -способностью постижения основ математических моделей реального объекта или процесса, применения моделирования для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; -навыками формирования конкретных знаний, умений и навыков в области математики и информатики; -навыками формирования внутренней (мысленной) модели математической ситуации (включая пространственный образ); -навыками формирования у обучающихся умения проверять математическое доказательство, приводить опровергающий пример; -навыками формирования у обучающихся умения выделять подзадачи в задаче, перебирать возможные варианты объектов и действий.	Владеть: - способностью логического рассуждения и коммуникации, установки на использование этой способности, на ее ценность; -способностью постижения основ математических моделей реального объекта или процесса, применения моделирования для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; -навыками формирования конкретных знаний, умений и навыков в области математики и информатики; -навыками формирования внутренней (мысленной) модели математической ситуации (включая пространственный образ); -навыками формирования у обучающихся умения проверять математическое доказательство, приводить опровергающий пример; -навыками формирования у обучающихся умения выделять подзадачи в задаче, перебирать возможные варианты объектов и действий.

2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Теория игр» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений. Дисциплина изучается на 4 курсе в 7 семестре очной формы обучения и на 5 курсе в 9 семестре очно-заочной формы обучения.

Дисциплина «Теория игр» имеет целью формирование у обучающихся теоретических знаний и практических навыков по вопросам, касающимся принятия управленческих решений в конфликтных ситуациях; обучение основам процесса принятия управленческих решений, нахождение оптимальных стратегий в процессе подготовки и принятия управленческих решений в организационно-экономических и производственных системах.

Основные задачи дисциплины:

- дать представление о современном состоянии теории игр как научного направления;
- сформировать систему базовых понятий, используемых для описания важнейших игровых моделей и методов;
- научить интерпретировать реальные конфликтные ситуации в терминах теории игр;

- использовать полученные результаты в процессе принятия решений.

Для успешного усвоения дисциплины «Теория игр» необходимо иметь хороший уровень подготовки по дисциплинам «Математический анализ», «Алгебра», «Дифференциальные уравнения».

3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)

Содержание рабочей программы представлено в Приложении № 1.

4. Фонд оценочных средств по дисциплине

4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотношенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Код и формулировка компетенции:

ПК – 2 – Владеет навыками обучения по предмету математика.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания результатов обучения			
		2 («Не удовлетворительно»)	3 («Удовлетворительно»)	4 («Хорошо»)	5 («Отлично»)
ПК-2.1. Знает основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; -представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений; -теорию и методику преподавания математики; -специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и ограничено используется в семье и ближайшем	Знает основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; -представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений; -теорию и методику преподавания математики; -специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и	Не знает основ математической теории и перспективных направлений развития современной математики. Не имеет представления о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений. Не знает теорию и методику преподавания математики; специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и ограниченно	Обладает на удовлетворительном уровне знаниями основ математической теории и перспективных направлений развития современной математики. Имеет на удовлетворительном уровне представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений. Знает на удовлетворительном уровне теорию и методику преподавания математики; специальные подходы и источни-	Обладает на хорошем уровне знаниями основ математической теории и перспективных направлений развития современной математики. Имеет на хорошем уровне представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений. Знает на хорошем уровне теорию и методику преподавания математики; специальные подходы и источники информации для	Обладает на отличном уровне знаниями основ математической теории и перспективных направлений развития современной математики. Имеет на отличном уровне представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений. Знает на отличном уровне теорию и методику преподавания математики; специальные подходы и источники информации для

окружении.	ограниченно используется в семье и ближайшем окружении.	используется в семье и ближайшем окружении.	ки информации для обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и ограниченно используется в семье и ближайшем окружении.	обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и ограниченно используется в семье и ближайшем окружении.	обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и ограниченно используется в семье и ближайшем окружении.
ПК-2.2. Умеет - совместно с обучающимися строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических и иных контекстах, понимать рассуждение обучающихся; -анализировать предлагаемое обучающимся рассуждение с результатом: подтверждение его правильности или нахождение ошибки и анализ причин ее возникновения; помогать обучающимся в самостоятельной локализации ошибки, ее исправлении; оказывать помощь в улучшении (обобщении, сокращении, более ясном изложении) рассуждения -формировать у обучающихся убеждение в абсолютности математической истины и математического доказательства, предотвращать формирование модели поверхностной имитации действий, ведущих к успе-	Умеет использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности.	Не умеет использовать фундаментальные знания, полученные в области математических наук в профессиональной деятельности	Слабо умеет использовать фундаментальные знания, полученные в области математических наук в профессиональной деятельности	Хорошо умеет использовать фундаментальные знания, полученные в области математических наук в профессиональной деятельности	Уверенно умеет использовать фундаментальные знания, полученные в области математических наук в профессиональной деятельности

ху, без ясного понимания смысла; поощрять выбор различных путей в решении поставленной задачи.					
ПК-2.3. Владеет - способностью логического рассуждения и коммуникации, установкой на использование этой способности, на ее ценность; -способностью постижения основ математических моделей реального объекта или процесса, применения моделирования для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; -навыками формирования конкретных знаний, умений и навыков в области математики и информатики; -навыками формирования внутренней (мысленной) модели математической ситуации (включая пространственный образ); -навыками формирования у обучающихся умения проверять математическое доказательство, приводить опровергающий пример; -навыками формирования у обучающихся умения выделять подзадачи в задаче, переби-	Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	Не владеет навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	Навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний деятельности сформированы слабо	Хорошо владеет навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	Отлично владеет навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний

рать возможные варианты объектов и действий.					
--	--	--	--	--	--

4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Оценочные средства
ПК-2.1. Знает: -основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; -представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений; -теорию и методику преподавания математики; -специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и ограничено используется в семье и ближайшем окружении. ПК2.2. Умеет: - совместно с обучающимися строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических и иных контекстах, понимать рассуждение обучающихся; -анализировать предлагаемое обучающимся рассуждение с результатом: подтверждение его правильности или нахождение ошибки и анализ причин ее возникновения; помогать обучающимся в самостоятельной локализации ошибки, ее исправлении; оказывать помощь в улучшении (обобщении, сокращении, более ясном изложении) рассуждения -формировать у обучающихся убеждение в абсолютности математической истины и математического доказательства, предотвращать формирование	Знает: -основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; -представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений; -теорию и методику преподавания математики; -специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и ограничено используется в семье и ближайшем окружении.	Индивидуальный опрос; Групповой опрос; Решение задач; Тесты; Контрольные работы
	Умеет: - совместно с обучающимися строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических и иных контекстах, понимать рассуждение обучающихся; -анализировать предлагаемое обучающимся рассуждение с результатом: подтверждение его правильности или нахождение ошибки и анализ причин ее возникновения; помогать обучающимся в самостоятельной локализации ошибки, ее исправлении; оказывать помощь в улучшении (обобщении, сокращении, более ясном изложении) рассуждения -формировать у обучающихся убеждение в абсолютности математической истины и математического доказательства, предотвращать формирование модели поверхностной имитации действий, ведущих к успеху, без ясного понимания смысла; поощрять выбор различных путей в решении поставленной задачи. Владеет:	Индивидуальный опрос; Групповой опрос; Решение задач; Тесты; Контрольные работы

модели поверхностной имитации действий, ведущих к успеху, без ясного понимания смысла; поощрять выбор различных путей в решении поставленной задачи. ПК-2.3. Владеет: - способностью логического рассуждения и коммуникации, установки на использование этой способности, на ее ценность; - способностью постижения основ математических моделей реального объекта или процесса, применения моделирования для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; - навыками формирования конкретных знаний, умений и навыков в области математики и информатики; - навыками формирования внутренней (мысленной) модели математической ситуации (включая пространственный образ); - навыками формирования у обучающихся умения проверять математическое доказательство, приводить опровергающий пример; - навыками формирования у обучающихся умения выделять подзадачи в задаче, перебирать возможные варианты объектов и действий.	- способностью логического рассуждения и коммуникации, установки на использование этой способности, на ее ценность; - способностью постижения основ математических моделей реального объекта или процесса, применения моделирования для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; - навыками формирования конкретных знаний, умений и навыков в области математики и информатики; - навыками формирования внутренней (мысленной) модели математической ситуации (включая пространственный образ); - навыками формирования у обучающихся умения проверять математическое доказательство, приводить опровергающий пример; - навыками формирования у обучающихся умения выделять подзадачи в задаче, перебирать возможные варианты объектов и действий.	Подготовка докладов (рефератов); Индивидуальный опрос; Групповой опрос; Решение задач; Тесты; Контрольные работы; Вопросы экзамена
---	---	---

Критериями оценивания при *модульно-рейтинговой системе* являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины (*для экзамена*: текущий контроль – максимум 40 баллов; рубежный контроль – максимум 30 баллов, поощрительные баллы – максимум 10)

Шкалы оценивания:

для экзамена:

от 45 до 59 баллов – «удовлетворительно»; от 60 до 79 баллов – «хорошо»; от 80 баллов – «отлично».

Рейтинг-план дисциплины

Теория игр

Направление: Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) подготовки: Прикладная математика и информационные технологии

Курс 4, семестр 7

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный

Модуль 1				
Текущий контроль			10	20
1. Аудиторная работа			3	6
2. Выполнение самостоятельных работ	7	2	7	14
Рубежный контроль			7	15
1. Тест №1	15	1	5	15
Модуль 2				
Текущий контроль			11	20
1. Аудиторная работа			4	6
2. Выполнение самостоятельных работ	7	2	7	14
Рубежный контроль			7	15
1. Тест №2	15	1	7	15
Поощрительные баллы				
2. Выполнение заданий повышенной трудности, подготовка рефератов, докладов и сообщений	10	1	0	10
Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)				
1. Посещение лекционных занятий			0	-6
2. Посещение практических занятий			0	-10
Итоговый контроль				
1. Экзамен			0	30
ИТОГО			35	110

Задания для организации текущего контроля Самостоятельные работы

Самостоятельная работа №1 используется для текущего контроля в модуле 1.

Пример варианта самостоятельной работы № 1

1. Определить нижнюю цену игры и верхнюю цену игры. Чему равна цена игры, если игра задана платёжной матрицей:

$$\Theta = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 4 \\ 4 & 8 & 1 \\ 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

2. Найти решение игры, т.е. найти оптимальные стратегии, если игра задана платёжной матрицей:

$$\Theta = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 5 & 3 \\ 4 & 5 & 4 & 5 \\ 4 & 8 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & 5 & 5 \end{pmatrix}$$

3. Игра задана платёжной матрицей: $\Theta = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$. Найти решение этой игры в смешанных стратегиях.

4. Найти оптимальную стратегию игрока A в условиях, когда его выигрыш зависит от одного из состояний природы и задан платёжной матрицей:

	S_1	S_2	S_3	S_4
A_1	5	11	19	23
A_2	8	6	8	27
A_3	22	17	15	18
A_4	26	23	20	14

5. Рассмотрим приведенную ниже игру в нормальной форме, в которой игрок 1 выбирает строки, а игрок 2 – столбцы. Проведите процесс последовательного исключения строго доминируемых стратегий. Найдите все равновесия Нэша (РН) в чистых стратегиях. Найдите все РН в смешанных стратегиях. Проведите процесс последовательного исключения строго доминируемых стратегий. Стратегия Т игрока 1 строго доминирует стратегию М ($4 > 1$, $3 > 2$, $1 > 0$). После исключения стратегии М игрока 1 стратегия R игрока 2 строго доминирует стратегию С ($1 > 0$, $4 > 2$). После исключения стратегии С игрока 2 остается игра 2×2 , в которой стратегии не сравнимы по доминированию:

	L	R
T	4, 2	1, 1
B	1, 1	2, 4

6. Петя и Маша независимо друг от друга выбирают натуральные числа x и y , соответственно, которые заключены между 5 и 9 включительно. Если $x + y > 14$, то выигрывает Петя и Маша платит ему y рублей. Если $x + y < 14$, то выигрывает Маша, и Петя платит ей x рублей. Если $x + y = 14$, то противники ничего не выплачивают друг другу. Построить платежную матрицу игры, когда Петя является первым игроком, а Маша – вторым игроком.

Критерии оценки (в баллах):

Процент правильно решенных задач	Количество баллов
95 - 100 %	7
85 - 94 %	6
75 - 84 %	5
65 - 74 %	4
55 - 64 %	3
45 - 54 %	2
35 - 44 %	1
менее 35 %	0

Самостоятельная работа №2

Самостоятельная работа №2 используется для текущего контроля в модуле 1.

1. В учениях участвуют два корабля A и B , которые одновременно производят выстрелы друг в друга через равные промежутки времени. При каждом обмене выстрелами корабль A поражает корабль B с вероятностью 0,6, а корабль B поражает корабль A с вероятностью 0,75. Предполагается, что при любом попадании корабль выходит из строя. Определить матрицу вероятностей переходов, если состояниями цепи Маркова являются комбинации: $E1$ – оба корабля в строю, $E2$ – в строю только корабль A , $E3$ – в строю только корабль B , $E4$ – оба корабля поражены. Найти стационарное распределение вероятностей состояний.

2. Швейное предприятие реализует свою продукцию через магазин. Сбыт зависит от состояния погоды. В условиях теплой погоды предприятие реализует 1000 костюмов и 2300 платьев, а при прохладной погоде - 1400 костюмов и 700 платьев. Затраты на изготовление

одного костюма равны 20, а платья - 5 рублям, цена реализации соответственно равна 40 рублей и 12 рублей. Определить оптимальную стратегию предприятия.

3. Приведено сокращённое изложение фрагмента одного из "Приключений Шерлока Холмса". Согласно известным понятиям теории игр составить модель конфликтной ситуации и формально записать игру.

Шерлок Холмс намерен отправиться из Лондона в Дувр с дальнейшей целью попасть на континент (европейский), чтобы спастись от профессора Мориарти, который преследует его. Сев в поезд, он увидел на вокзальной платформе профессора Мориарти. Шерлок Холмс допускает, что Мориарти может выбрать особый поезд и обогнать его. У Шерлока Холмса две альтернативы: продолжать поездку до Дувра или сойти на станции Кентерберри, являющейся единственной промежуточной станцией на его маршруте. Мы принимаем, что его противник достаточно разумен, чтобы определить возможности Холмса, поэтому перед ним те же две альтернативы. Оба противника должны выбрать станцию, чтобы сойти на ней с поезда, не зная, какое решение примет каждый из них. Если в результате принятия решения оба окажутся на одной и той же станции, то можно однозначно считать, что Шерлок Холмс будет убит профессором Мориарти. Если же Шерлок Холмс благополучно доберётся до Дувра, то он будет спасён.

3. Трое студентов музыкальной школы подрабатывают в разных клубах, свою выручку они получают от посетителей клубов. Установить, выгодно ли им объединять свои силы (если да, то с какими условиями), используя понятия теории игр для решения кооперативных игр n лиц, при следующих исходных данных. В среднем их выручка за один вечер составляла: у скрипача 600 единиц; у гитариста 700 единиц; у певицы 900 единиц. Пытаясь увеличить выручку, студенты в течение нескольких месяцев создавали различные группы. Результаты показали, что, объединившись, они могут увеличить свою выручку за вечер следующим образом: скрипач + гитарист зарабатывали 1500 единиц; скрипач + певица зарабатывали 1800 единиц; гитарист + певица зарабатывали 1900 единиц; скрипач + гитарист + певица зарабатывали 3000 единиц.

4. Петя и Миша играют в такую игру. Петя берёт в каждую руку по монетке: в одну – 10 коп., а в другую – 15. После этого содержимое левой руки он умножает на 4, 10, 12 или 26, а содержимое правой руки – на 7, 13, 21 или 35. Затем Петя складывает два получившихся произведения и называет Мише результат. Может ли Миша, зная этот результат, определить, в какой руке у Пети – правой или левой – монета достоинством в 10 коп.?

5. Ладья стоит на поле a1 шахматной доски. За ход разрешается сдвинуть ее на любое число клеток вправо или вверх. Выигрывает тот, кто поставит ладью на клетку h8. Кто выигрывает при правильной игре?

Критерии оценки (в баллах):

Процент правильно решенных задач	Количество баллов
95 - 100 %	7
85 - 94 %	6
75 - 84%	5
65 - 74%	4
55 - 64%	3
45 – 54%	2
35 - 44%	1
менее 35%	0

Самостоятельная работа №3

Самостоятельная работа №3 используется для текущего контроля в модуле 2.

1. На плоскости расположены 100 точек-овец и одна точка-волк. За один ход волк передвигается на расстояние не больше 1, после этого одна из овец передвигается на расстояние не больше 1, после этого снова ходит волк и т.д. При любом ли начальном расположении точек волк сможет поймать одну из овец?
2. Белая ладья преследует чёрного слона на доске 3×1969 клеток (они ходят по очереди по обычным правилам). Как должна играть ладья, чтобы взять слона? Первый ход делают белые.
3. В одной куче 18 конфет, а в другой – 23. Двое играют в игру: одним ходом можно съесть одну кучу конфет, а другую разделить на две кучи. Проигравшим считается тот, кто не может сделать ход, то есть перед ходом которого имеются две кучи из одной конфеты. Кто выиграет при правильной игре?
4. Имеется 100 камней. Два игрока берут по очереди от 1 до 5 камней. Проигрывает тот, кто берет последний камень.
Определите выигрышную стратегию первого игрока.
5. В ряд записаны всевозможные правильные несократимые дроби, знаменатели которых не больше ста. Маша и Света ставят знаки "+" или "-" перед любой дробью, перед которой знак еще не стоит. Они делают это по очереди, но известно, что Маше придётся сделать последний ход и вычислить результат действий. Если он получится целым, то Света даст ей шоколадку. Сможет ли Маша получить шоколадку независимо от действий Светы?

Критерии оценки (в баллах):

Процент правильно решенных задач	Количество баллов
95 - 100 %	7
85 - 94 %	6
75 - 84%	5
65 - 74%	4
55 - 64%	3
45 – 54%	2
35 - 44%	1
менее 35%	0

Перечень вопросов к экзамену

1. Основные понятия и определения теории игр. Классификация игр.
2. Проблема принятия решений в условиях антагонистического конфликта. Принятие решений в условиях риска.
3. Принятие решений в условиях неопределенности. Принятие решений в условиях полунеопределенности.
4. Постановка и методы решения задач многокритериальной оптимизации. Примеры многокритериальных задач в экономике.
5. Матрица выигрышей (платежная матрица, матрица игры). Чистые стратегии игроков. Соотношение между матрицами выигрышей игроков A и B в антагонистической игре.
6. Формирование матрицы выигрышей. Максиминный и минимаксный принципы игроков.
7. Показатель эффективности чистой стратегии игрока A и показатель неэффективности чистой стратегии игрока B .
8. Максимин и минимакс. Нижняя и верхняя цена игры в чистых стратегиях. Максиминные и минимаксные стратегии.
9. Решение матричных игр с седловой точкой.

10. Устойчивые и неустойчивые ситуации. Ситуации, удовлетворительные для игроков. Равновесная ситуация.
11. Седловая точка игры (функции игры). Седловая точка матрицы игры. Свойства равнозначности и взаимозаменяемости седловых точек.
12. Цена игры в чистых стратегиях. Оптимальные стратегии. Полное и частное решение игры в чистых стратегиях.
13. Соотношения между множествами оптимальных и максиминных (минимаксных) стратегий.
14. Смешанные стратегии. Определение.
15. Геометрическая интерпретация множества смешанных стратегий.
16. Определение функции выигрыша в смешанных стратегиях и формулы ее представления.
17. Показатель эффективности смешанной стратегии игрока А. Показатель неэффективности смешанной стратегии игрока В.
18. Нижняя и верхняя цена игры в смешанных стратегиях.
19. Решение игры в смешанных стратегиях. Цена игры в смешанных стратегиях.
20. Оптимальные смешанные стратегии. Полное и частное решение игры в смешанных стратегиях.
21. Основная теорема теории игр Дж. Фон Неймана.
22. Критерии и свойства оптимальных стратегий.
23. Геометрическая интерпретация множества оптимальных стратегий.
24. Активные стратегии. Редуцирование игр.
25. Принцип доминирования. Разбиение матрицы игры на подматрицы со специальным свойством.
26. Изоморфные и аффинные преобразования игр.
27. Аналитическое и геометрическое решение игр 2×2 , $2 \times n$, $m \times 2$.
28. Решение игры $m \times n$ методом Шепли-Сноу.
29. Решение игры $m \times n$ приближенным методом Брауна-Робинсон.
30. Взаимно двойственные задачи линейного программирования.
31. Приведение антагонистической игры к паре взаимно двойственных стандартных задач линейного программирования.
32. Симплекс-метод и метод последовательного улучшения плана.

Список задач к экзамену

1. Телефонная компания должна определить уровень своих возможностей по предоставлению телефонных услуг так, чтобы удовлетворить спрос своих клиентов на планируемый период. Для каждого уровня спроса существует наилучший уровень возможностей телефонной компании (например, с точки зрения возможных затрат на ввод нового тарифа). Отклонения от этих уровней могут приводить к дополнительным затратам. Ниже приводится таблица, определяющая возможные прогнозируемые затраты на развитие телефонных возможностей

Варианты предоставляемых компанией телефонных услуг	Варианты спроса на телефонные услуги			
	1 (S_1)	2 (S_2)	3 (S_3)	4 (S_4)
1 (R_1)	7	10	18	22
2 (R_2)	9	6	8	25
3 (R_3)	25	18	16	21
4 (R_4)	24	22	20	26

Необходимо выбрать оптимальную стратегию, используя критерии Лапласа, Вальда, Сэвиджа и Гурвица ($\alpha=0,5$).

2. Шесть экспертов оценивали по двадцатибалльной шкале степень риска проезда на 7 видах транспорта. Результаты оценивания представлены в таблице.

Вид транспорта	Эксперт					
Воздушный	1	2	3	4	5	6
Железнодорожный	9	5	10	7	9	8
Водный	5	5	6	7	5	4
Автомобильный	8	7	11	7	9	6
Мотоцикл	15	12	13	10	12	14
Велосипед	19	15	14	8	10	12
Метро	5	14	7	7	7	6

По данным этих оценок по критериям Лапласа, Вальда, Гурвица, Сэвиджа и др. выявить самые безопасные виды транспорта. Для критерия Гурвица $=0,4$.

3. Игра в “самооценку”. Каждый из n игроков выбирает по числу от 1 до 100. Выигрыш игрока равен разности между его числом и средним выбранных чисел. Есть ли доминируемые стратегии в игре в самооценку?

4. Среди 4 самых востребованных телеканалов рассмотрим взаимодействие двух из них: 1 Канал (К) и НТВ (Н). Борьба идет за проценты телезрителей, которые в одно и тоже время смотрят тот или иной канал; эти проценты определяются с помощью опросов. Если оба канала показывают «Новости», то зрители предпочитают смотреть их на НТВ – всего 56 % зрителей, но 25 % зрителей смотрит их на 1 Канале. Если же 1 Канал показывает развлекательную программу, а НТВ – «Новости», то К смотрят 65 % зрителей, в то время, как НТВ смотрят 20 %. Если же НТВ показывает развлекательную передачу, а К- «Новости», то К смотрят 30 %, а НТВ – 50 %. Представить эту ситуацию в виде игры (определите игроков, их стратегии, выигрыши, тип игры).

5. Швейная фабрика планирует к осени выпуск двух моделей обуви для работников таможенной службы. Сбыт обуви зависит от состояния погоды осенью. Наблюдения за ряд лет в сентябре показали, что в сухую осень можно сшить и продать 350 пар I модели и 1400 пар II модели. В сырую осень продажа I модели составила 600 пар, II модели – 800 пар. Затраты на пошив 1 пары I модели составили 120 ден. ед., II модели – 48 ден. ед. Цена реализации одной пары I модели – 120 ден. ед., II модели – 120 ден. ед. Найти оптимальную стратегию предприятия, обеспечивающую гарантированную среднюю прибыль.

6. Во Второй мировой войне на Тихом океане сражались силы Соединенных Штатов и Японии. Японский генерал Имамура планировал атаковать американские позиции в Новой Гвинее; для этого ему было необходимо перебросить туда значительные сухопутные силы. Американцы под командованием генерала Кенни собирались не допустить этого. Существовало два возможных пути конвоя: южный (S) и северный (N). Американцы не знали, какой путь выберут японцы; для того, чтобы уничтожить японский конвой, нужно было сначала обнаружить его с воздуха (из-за шторма обе стороны знали примерное время отправки конвоя). Таким образом, у Кенни тоже было две стратегии: искать конвой на севере (N) или на юге (S). От выбора обоих генералов зависело число дней, в течение которых американская авиация могла бомбить японский конвой. При этом северный маршрут был на один день короче южного. Представьте ситуацию в виде биматричной игры.

7. Два студента, Маша и Андрей, договорились пойти в Малый театр. Билеты были куплены, и за час до встречи они сели в метро в разных районах города Москвы. Театр находится на станции метро Площадь Революции. К сожалению, Маша и Андрей забыли договориться, где встречаться: в метро или у входа в театр. Телефонов у них нет. Что они будут делать? У каждого два варианта действий: ждать в метро или у театра. Если они пойдут в разные места, то опоздают на спектакль. Представьте ситуацию в виде биматричной игры.

8. На железнодорожной платформе в электричку заходят двое: безбилетник и контролер. Если они заходят в один и тот же вагон, то контролер ловит безбилетника и штрафует его на 100 руб. Если они садятся в разные вагоны, то безбилетник выходит на следующей станции,

ничего не заплатив. Свое моральное удовлетворение от поимки безбилетника контролер оценивает в 50 руб. Предположим для простоты, что в электричке всего два вагона. Представьте ситуацию в виде биматричной игры.

9. Игра «Орел-решка». Первый игрок прячет монету орлом или решкой вверх, а второй пытается угадать, как она спрятана. Если он не угадывает – он платит первому одну денежную единицу, если угадывает – первый платит ему одну денежную единицу. Определите оптимальность по Парето и равновесие по Нэшу.

10. При крупном автомобильном магазине планируется открыть мастерскую по предпродажному обслуживанию и гарантийному ремонту автомобилей. Консультационная фирма готова предоставить дополнительную информацию о том, будет ли рынок благоприятным или нет. Эти сведения обойдутся магазину в 13 тыс. руб. Администрация магазина считает, что эта информация гарантирует благоприятный рынок с вероятностью 0,5. Если рынок будет благоприятным, то большая мастерская принесет прибыль в 60 тыс. руб., а маленькая – 30 тыс. руб. При неблагоприятном рынке магазин потеряет 65 тыс. руб., если будет открыта большая мастерская, и 30 тыс. руб. – если откроется маленькая. Не имея дополнительной информации, директор оценивает вероятность благоприятного рынка как 0,6. Положительный результат обследования гарантирует благоприятный рынок с вероятностью 0,8. При отрицательном результате рынок может оказаться благоприятным с вероятностью 0,3. Постройте дерево решений и определите: – следует ли заказать консультационной фирме дополнительную информацию, уточняющую конъюнктуру рынка; – какую мастерскую следует открыть при магазине: большую или маленькую; – какова ожидаемая денежная оценка наилучшего решения; – какова ожидаемая ценность дополнительной информации?

11. Главному инженеру компании надо решить, монтировать или нет новую производственную линию, использующую новейшую технологию. Если новая линия будет работать безотказно, компания получит прибыль 200 млн руб. Если же она откажет, компания может потерять 150 млн руб. По оценкам главного инженера, существует 60 % шансов, что новая производственная линия откажет. Можно создать экспериментальную установку, а затем уже решать, монтировать или нет производственную линию. Эксперимент обойдется в 10 млн руб. Главный инженер считает, что существует 50 % шансов, что экспериментальная установка будет работать. Если экспериментальная установка будет работать, то 90 % шансов за то, что смонтированная производственная линия также будет работать. Если же экспериментальная установка не будет работать, то только 20 % шансов на то, что производственная линия заработает. Следует ли строить экспериментальную установку? Следует ли монтировать производственную линию? Какова ожидаемая стоимостная оценка наилучшего решения?

12. Пусть менеджер на предприятии должен решить, вкладывать ли средства в изделие А или в изделие В. (Он не может сделать и то и другое из-за финансовых ограничений.) Согласно имеющимся оценкам, научно-исследовательские работы по изделию А требуют инвестиций в размере 2 млн долл., но шансы, что исследования будут успешными и удастся организовать производство изделия, равны всего 50 %. С вероятностью 30 % будет получена прибыль от продаж в размере 5 млн долл., с вероятностью 40 % – 10 млн долл., а с вероятностью 30 % изделие не удастся продать. Научно-исследовательские работы по изделию В, с другой стороны, будут стоить также 2 млн долл., но вероятность их успеха равна 100 %. С вероятностью 80 % будет получена прибыль от продаж в размере 5 млн долл., а с вероятностью 20 % изделие не удастся продать. Издержки производства и того и другого изделия равны 1 млн долл. Если политика компании состоит в максимизации ожидаемой прибыли (т. е. компания нейтральна к риску), то какая стратегия будет наилучшей?

Задания для организации рубежного контроля.

Тест №1. Темы: Статические игры с полной информацией: чистые и смешанные стратегии и равновесие Нэша, динамически игры с полной и совершенной информацией

Используется для рубежного контроля в модуле 1.

Задача 1. Игра "Поход"

Паша, Саша и Наташа решают, куда поехать на отдых: в Валентин (В), в Андреевку (А) или в Триозерье (Т). С точки зрения Паши, в порядке предпочтения идут В-А-Т; с точки зрения Саши А-Т-В, и наконец, с точки зрения Наташи - Т-В-А. Голосование происходит одновременно и решение принимается по большинству. Если у всех разное мнение, то решение принимает Паша (он их командир).

1.1 Отметьте утверждения, верные для этой игры (их может быть несколько):

- a) Стратегия Паши А слабо доминирует стратегию Т;
- b) Стратегия Паши А сильно доминирует стратегию Т;
- c) Стратегия Саши А слабо доминирует стратегию Т;
- d) Стратегия Саши А сильно доминирует стратегию Т.

1.2 Из профилей стратегий этой игры, записанных в порядке Паша-Саша-Наташа отметьте равновесия Нэша:

- a) (В,В,В) b) (Т,Т,Т) c) (А,А,А) d) (А,В,В)
- e) (В,А,В) f) (В,Т,Т) g) (В,А,Т)

Задача 2. Игра "Сумма 100".

Двое игроков называют число от 1 до 100. Выигрыши распределяются следующим образом: игроки всегда получают в сумме не более 100 рублей, самый нежадный получает то, что просит.

Более формально:

Если игроки выбрали числа a и b , то выигрыш составит: (a, b) , если $a + b \leq 100$;
если $a + b > 100$, то выигрыши равны: $(a, 100 - a)$, если $b > a$;
 $(100 - b, b)$, если $a > b$ и $(50, 50)$, если $a = b$.

2.1 Выберите все верные ответы (их может быть больше одного):

- a) стратегия 2 (любого игрока) слабо доминирует стратегию 1
- b) стратегия 2 (любого игрока) сильно доминирует стратегию 1
- c) стратегия 50 (любого игрока) слабо доминирует стратегию 49
- d) стратегия 50 (любого игрока) сильно доминирует стратегию 49
- e) стратегия 51 (любого игрока) слабо доминирует стратегию 50
- f) стратегия 51 (любого игрока) сильно доминирует стратегию 50

2.2 Отметьте профили стратегий, являющиеся равновесием по Нэшу в этой игре:

- a) (50,50)
- b) (1,1)
- c) (100,100)
- d) (49,51)

2.3 Сколько равновесий по Нэшу в этой игре?

Задача 3. Матричная игра.

Рассмотрим игру, заданную в матричной форме:

5,2	2,6	1,4	0,3
4,1	3,4	2,1	1,2
1,0	1,1	1,5	5,1
2,3	0,1	0,2	4,4

Занумеруем строки сверху вниз 1,2,3,4 (это стратегии первого игрока), а столбцы слева направо a,b,c,d (это стратегии второго игрока).

3.1 Какая стратегия первого игрока является сильно доминируемой?

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) никакая f) больше одной

3.2 Какая стратегия второго игрока является сильно доминируемой?

- 1) a 2) b 3) c 4) d 5) никакая 6) больше одной

Задача 4. Сюжет «Собеседование»

Две студентки Зося и Марго идут на собеседование в компанию «Светлое будущее» к менеджеру по фамилии Кактус. В компании имеется только одно вакантное место. Зося может выбрать одну из четырех стратегий поведения: а) профессионализм, б) лояльность, в) обаяние и д) внешность (имидж). У Марго две возможные линии поведения: а) профессионализм, б) внешность (имидж). Полезность собеседования (выигрыш) оценивается следующим образом: принятие на работу равно полезности +1 или +2 (при явном преимуществе), у конкурентки соответственно -1, -2. Если на работу не принимают никого, то выигрыш каждой равен 0.

Матрица игры имеет вид (записаны полезности Зоси)

		Марго	
		Профессионализм	Имидж
Зося	Профессионализм	2	-1
	Лояльность	0	-1
	Обаяние	1	0
	Имидж	-1	-2

4.1 Какие из высказываний верны

- А) Знания и умения Марго выше, чем у Зоси
- Б) Сильная сторона Зоси – обаяние
- В) Марго имеет яркую внешность
- Г) Марго исполнительна и ответственна

Задача 5. При записи антагонистических игр в матричной форме для каждой пары стратегий достаточно указать одно число - выигрыш первого игрока, выбирающего строки. Выигрыш второго игрока определяется автоматически как выигрыш первого игрока со знаком минус. Рассмотрим антагонистическую игру

		Игрок 2		
		д	е	ж
Игрок 1	А	3	0	2
	Б	5	1	4
	В	2	6	5
	г	7	5	5

Равновесием Нэша является

- А) (Г,Д) б) (Б,Ж) в) (Г,Ж) г) (А,Д) д) (Б,Д)

Задача 6. Рассмотрим игру полковника Блотто, противник – полковник Фабиани. Количество высот - 2. Число отрядов у Блотто и Фабиани равно 4. Армия, которая посылает больше полков на тот или иной пункт, занимает его и уничтожает все направленные на этот пункт силы противника, получая единицу, как за занятый пункт, так и за каждый уничтоженный отряд противника. Игра антагонистическая. Найти равновесие Нэша в чистых стратегиях

Задача 7. В финале чемпионата мира по футболу Россия-Германия пробивается пенальти. Нападающий Смолов может ударить со всей силы, а может попытаться обмануть вратаря и "срезать" мяч, то есть ударить слабо по центру. Вратарь решает, будет ли он прыгать "по мячу", то есть после удара нападающего, или будет угадывать, куда тот ударит, и в момент удара прыгнет в один из углов. Таким образом, у каждого из игроков есть две стратегии. Выигрышем будем называть вероятность забить/отбить гол. Предположим, что матрица выигрышей выглядит следующим образом:

	У (угадать)	М (по мячу)
У (удар)	(0.5, 0.5)	(0.8, 0.2)

С (срезать)	(0.7, 0.3)	(0.3, 0.7)
-------------	------------	------------

Есть ли в этой игре чистые равновесия по Нэшу?

- a) да, профиль (У,У)
- b) да, профиль (У,М)
- c) да, профиль (С,У)
- d) да, профиль (С,М)
- e) нет, чистых равновесий нет
- g) чистых равновесий больше одного

Задача 8. Несколько злых пиратов нашли 50 слитков золота (слитки неделимы). Делёж организован следующим образом: сначала старший пират предлагает свой способ дележа. Если хотя бы половина пиратов, включая предлагающего согласна с дележом, делёж реализуется. Иначе старшего пирата выбрасывают за борт, и делёж предлагает следующий по старшинству пират.

Каждый пират стремится выжить и получить больше слитков Кроме того, пираты злые, то есть чем меньше останется в живых пиратов тем лучше (можно считать, что выигрыш пирата равен $N+1/(m+1)$), где N - количество получаемых им слитков, а m - количество оставшихся в живых пиратов.

Допустим пиратов двое. Какой дележ предложит первый из них?

- a) (0,50)
- b) (1,49)
- c) (25,25)
- d) (49,1)
- e) (50,0)

Задача 9. Имеется N камушков. Два игрока ходят по очереди. На каждом ходу игрок забирает один, два или три камня. Выигрывает тот, кто заберёт последний камень.

Пусть $N=10$. При каком ходе первый игрок гарантированно выигрывает?

- a) Взять один камень
- b) Взять два камня
- c) Взять три камня
- d) Первый игрок не может выиграть в данной ситуации.

Задача 10. Имеется несколько кучек с камнями. Двое игроков ходят по очереди (сначала первый, потом второй). На каждом ходе игрок может взять любое количество камней из одной (любой) кучки. Выигрывает тот, кто забирает последний камень

- a) первый игрок
- b) второй игрок.

Критерии оценки (в баллах): максимально возможное количество баллов, которое может набрать студент за рубежный контроль: 15 баллов. Тест №1 содержит 10 задач. Каждая задача теста оценивается в 1,5 балла.

Тест №2. Темы: динамические игры с неполной информацией, кооперативные игры

Тест №2 используется в качестве рубежного контроля в модуле 2.

Задача 1. Деление доллара по Рубинштейну.

Мама испекла пирог и оставила его в духовке. Два брата каждые полчаса по очереди предлагают свой способ дележа: сначала старший предлагает, как его разделить. Если младший согласился, то пирог разделен, если нет, через полчаса младший предлагает делёж, а старший соглашается или нет. Если мама возвращается до того, как пирог разделен, она сходу съедает его без остатка, и братьям не достаётся ничего.

Предположим, что мама возвращается через 50 минут (то есть проходит только две процедуры дележа), а пирог не теряет ценности ни для одного из участников.

Какой делёж предложит старший брат младшему? (Мы считаем, что старшему брату хочется, чтобы младший согласился, и чтобы старший получил при этом максимальный выигрыш)

- 1) $(1, 0)$
- 2) $(1/2, 1/2)$
- 3) $(0, 1)$
- 4) любой делёж подходит
- 5) никакой делёж не подходит

Задача 2. Деление доллара по Рубинштейну

Предположим, что мама возвращается через 50 минут (то есть проходит только две процедуры дележа), а пирог теряет половину ценности после каждого дележа для обоих братьев (то есть ко второму дележу каждый получит $1/2a, 1/2(1-a)$ при дележе $(a, 1-a)$).

Какой делёж предложит старший брат младшему? (Мы считаем, что старшему брату хочется, чтобы младший согласился, и чтобы старший получил при этом максимальный выигрыш)

- 1) $(1, 0)$
- 2) $(1/2, 1/2)$
- 3) $(0, 1)$
- 4) любой делёж будет равновесным
- 5) никакой делёж не будет равновесным

Задача 3. Деление доллара по Рубинштейну.

Предположим, что мама возвращается через 1 час 50 минут (то есть проходит только четыре процедуры дележа), а пирог теряет половину ценности после каждого дележа для обоих братьев. То есть ко второму дележу каждый получит $1/2a, 1/2(1-a)$ при дележе $(a, 1-a)$, к третьему - $(1/4a, 1/4(1-a))$, к четвертому - $(1/8a, 1/8(1-a))$ соответственно.

Какой делёж предложит старший брат младшему на первом шаге? (в ответ введите долю, которую старший брат оставит себе).

Задача 4. Улучшенный ультиматум

Изменим условие предыдущей задачи, чтобы было похоже на Ультиматум и попробуем понять, можем ли мы модифицировать условие этой игры так, чтобы избавиться от плохого равновесия.

Мама испекла пирог и оставила его в духовке. Два брата хотят его разделить. Каждые полчаса делёж предлагает старший брат, а младший соглашается или нет. Если младший согласился, то пирог разделен, если нет, через полчаса старший снова предлагает делёж. Если мама возвращается до того, как пирог разделен, она сходу съедает его без остатка, и братьям не достаётся ничего. Пирог не теряет вкусовых качеств для игроков с течением времени.

Предположим, что мама возвращается через 70 минут (то есть проходит только три процедуры дележа), а пирог не теряет ценности ни для одного из участников.

Какой делёж предложит старший брат младшему при первом дележе?

- 1) $(1, 0)$
- 2) $(1/2, 1/2)$
- 3) $(0, 1)$
- 4) любой делёж подходит
- 5) никакой делёж не подходит

Задача 5. Улучшенный ультиматум

Изменим условие предыдущей задачи, чтобы было похоже на Ультиматум и попробуем понять, можем ли мы модифицировать условие этой игры так, чтобы избавиться от плохого равновесия.

Мама испекла пирог и оставила его в духовке. Два брата хотят его разделить. Каждые полчаса делёж предлагает старший брат, а младший соглашается или нет. Если младший согласился, то пирог разделен, если нет, через полчаса старший снова предлагает делёж. Если мама

возвращается до того, как пирог разделен, она сходу съедает его без остатка, и братьям не достаётся ничего. Пирог не теряет вкусовых качеств для игроков с течением времени.

Предположим, что

- 1) мама возвращается через 50 минут (то есть проходят только две процедуры дележа),
- 2) братья завидуют друг другу. Это выражается в том, что кроме удовольствия от съедаемого пирога а каждый из братьев завидует другому и теряет $1/2b$ (здесь $1/2$ - коэффициент зависти, а b - количество пирога у второго брата). То есть итоговый выигрыш равен $a - 1/2b$ при удовольствиях от пирога (a,b) .

Какой делёж предложит старший брат младшему при первом дележе?

Введите часть пирога, который старший брат оставит себе.

Задача 6. Дуэль

Аркадий и Борис стреляются друг с другом на дуэли. Дуэль происходит следующим образом: сначала стреляет Аркадий, затем Борис. Аркадий попадает в цель с вероятностью α , Борис попадает в цель с вероятностью β . Если оба промахнулись, то оба ничего не получают, если кто-то кого-то убил, то проигравший получает 0, а победитель - 1.

Какой ожидаемый выигрыш у Аркадия и Бориса в этой игре? (В ответе указана пара выигрышей (Аркадий, Борис)).

1. α, β
2. $(1-\alpha, \beta)$
3. $(\alpha, (1-\alpha)\beta)$
4. $(1-\alpha, (1-\alpha)\beta)$

Задача 7. Дуэль

Аркадий и Борис стреляются друг с другом на дуэли. Дуэль происходит следующим образом: сначала стреляет Аркадий, затем Борис, затем снова Аркадий, затем Борис, и.т.д. Аркадий попадает в цель с вероятностью $\alpha=1/2$, Борис попадает в цель с вероятностью $\beta=1/3$. Игра длится бесконечное количество раундов.

Какой ожидаемый выигрыш у Аркадия и Бориса в этой игре?

Введите выигрыш Аркадия и Бориса.

Задача 8. Модель линейного города

Предположим, все жители города (страны) равномерно заполняют собой отрезок $[0,1]$ (это их мнение по острому политическому вопросу). Имеется два кандидата в мэры (президенты), которые по очереди выбирают точку на отрезке (свою позицию относительно этого вопроса) или отказываются от участия в выборах. После этого, жители выбирают того кандидата, который им ближе. То есть выигрыш кандидатов - длина отрезка его сторонников. Если кандидаты выбрали одну точку, то сторонники делятся поровну. Участие в выборах влечет небольшие издержки.

Какие точки выберут кандидаты в равновесии по Цермело?

- a) $(0,1)$
- b) $(1/3, 2/3)$
- c) $(1/2, 1/2)$
- d) $(2/3, 1/3)$
- e) $(1,0)$
- f) Имеется равновесие, не входящее в перечисленные.

Задача 9. Продавцы и покупатели

Имеется 5 продавцов и 3 покупателя. У каждого продавца есть по 1 товару. Все товары одинаковы. Каждый из покупателей хочет приобрести 1 единицу товара. Если m продавцов и n покупателей встречаются, то их полезность равна количеству проданных единиц товара, то есть $\min(m,n)$.

Обозначим продавцов через A,B,C,D,E, а покупателей через 1,2,3. Формализуем данную игру как коалиционную.

- 1) Какие из приведенных ниже выигрышей коалиций заданы правильно?

$$V(A,B,C)=1$$

$$V(A,1,2)=2$$

$$V(A,B,1,2)=2$$

$$V(A,B,1,2,3)=2$$

2) Рассмотрим ядро этой игры. Какие утверждения про ядро выполнены?

- a) Ядро пусто
- b) Ядро состоит из единственного дележа: продавцы получают по $1/5$, покупатели - по $2/3$
- c) Ядро состоит из единственного дележа: продавцы получают по 0 , покупатели - по 1
- d) Ядро состоит из всех платежей, в которых $x_1+x_2+x_3=3$ (здесь x_i - платёж покупателя i)

Задача 10. Продавцы и покупатели

Поменяем количество продавцов и покупателей в предыдущей задаче. Несложно понять, что такое же ядро будет и в игре M продавцов и N покупателей при $M \neq N$. Поймём что будет, если их количества совпадают. Рассмотрим следующую игру.

Имеется 4 продавца и 4 покупателя. У каждого продавца есть по 1 товару. Все товары одинаковы. Каждый из покупателей хочет приобрести 1 единицу товара. Если m продавцов и n покупателей встречаются, то их полезность равна количеству проданных единиц товара, то есть $\min(m,n)$.

Обозначим продавцов через A,B,C,D , а покупателей через $1,2,3,4$. Формализуем данную игру как коалиционную.

Рассмотрим ядро этой игры. Какие дележи входят в ядро?

- a) Всем продавцам - 0 , всем покупателям - по 1 .
- b) Всем продавцам - 1 , всем покупателям - по 0 .
- c) Всем игрокам по $1/2$.
- d) Всем продавцам по $2/3$, всем покупателям - по $1/3$.

Критерии оценки (в баллах): максимально возможное количество баллов, которое может набрать студент за рубежный контроль: 15 баллов. Тест №2 содержит 10 задач. Каждая задача теста оценивается в 1,5 балла.

Темы для докладов, сообщений и рефератов

Подготовка доклада, сообщения или реферата может использоваться для получения поощрительных баллов.

1. Линейно-квадратичные дифференциальные игры.
2. Кооперативные дифференциальные игры.
3. Проблема динамической и сильной динамической устойчивости.
4. Приложения многошаговых игр к экономическим моделям.
5. Приложения повторяющихся игр к экономическим моделям.
6. Использование теории игр в практике управления.

5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

1. Барсукова, О. Ю. Теория игр: учебное пособие / О. Ю. Барсукова. — Пенза: ПГУ, 2019. — 76 с. — ISBN 978-5-907185-31-9. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/162248> (дата обращения: 02.02.2022). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Костевич, Л. С. Исследование операций. Теория игр: учебное пособие / Л. С. Костевич, А. А. Лапко. — 2-е изд., перераб. и доп. — Минск: Вышэйшая школа, 2008. — 368 с. — ISBN 978-985-06-1308-0. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/65217> (дата обращения: 02.02.2022). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Благодатских, А. И. Сборник задач и упражнений по теории игр: учебное пособие / А. И. Благодатских, Н. Н. Петров. — 2-е изд., испр. и доп. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 304 с. — ISBN 978-5-8114-1665-3. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/168661> (дата обращения: 02.02.2022). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

Дополнительная литература:

4. Гончарь, П. С. Теория игр: учебное пособие / П. С. Гончарь, Л. Э. Гончарь, Д. С. Завалицин. — Екатеринбург: , 2018. — 124 с. — ISBN 978-5-94614-444-5. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/121391> (дата обращения: 02.02.2022). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
5. Колобашкина, Л. В. Основы теории игр: учебное пособие / Л. В. Колобашкина. — 5-е изд. — Москва: Лаборатория знаний, 2021. — 198 с. — ISBN 978-5-906828-81-1. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/166753> (дата обращения: 02.02.2022). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
6. Болотский, А. В. Математическое программирование и теория игр: учебное пособие для вузов / А. В. Болотский. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 116 с. — ISBN 978-5-8114-8834-6. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/182126> (дата обращения: 02.02.2022). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
7. Мазалов, В. В. Математическая теория игр и приложения: учебное пособие для вузов / В. В. Мазалов. — 4-е изд., перераб. и доп. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 500 с. — ISBN 978-5-8114-5627-7. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/153917> (дата обращения: 02.02.2022). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

5.2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины

- 1) Официальный сайт математического портала [allmath.ru](http://www.allmath.ru). Режим доступа: <http://www.allmath.ru/probablytheory.htm>
- 2) Образовательный математический сайт Exponenta. Режим доступа: <http://www.exponenta.ru/>
- 3) Официальный сайт московского центра непрерывного математического образования. Режим доступа: http://www.mathnet.ru/ej.phtml?option_lang=rus
- 4) <http://www.bashlib.ru> – электронный читальный зал БГУ;
- 5) <http://www.e.lanbook.com> – ЭБС издательства Лань;
- 6) <http://www.biblioclub.ru/> - ЭБС "Университетская библиотека ONLINE"

- 7) <http://www.exponenta.ru> –образовательный математический сайт;
 8) <http://www.mccme.ru> - сайт Московского центра непрерывного образования.

6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий	Вид занятий	Наименование оборудования, программного обеспечения
1	2	3
Аудитория 210	Лекции, практические занятия	Демонстрационное оборудование: доска, проектор – 1 шт., переносной экран – 1 шт. Специализированная мебель: столы, стулья (28 посадочных мест).

ФГБОУ ВО «УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»
СИБАЙСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ) УУН_{ИТ}
ЕСТЕСТВЕННО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

дисциплины Теория игр
на **7 (9)** семестр

очная (очно-заочная)

Вид работы	Объем дисциплины
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	3/108 (3/108)
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	
лекций	18 (16)
практических/ семинарских	
лабораторных	36 (32)
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем) (ФКР)	1,2 (0)
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	16,8 (24)
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/ дифференцированному зачету (контроль)	36 (36)

Форма контроля:
Экзамен 7 (9) семестр

№ п/ п	Тема и со- держание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабора- торные работы, самостоятель- ная работа и трудоемкость (в часах)					Основная и допол- нительная литерату- ра, реко- мендуемая студентам (номера из списка)	Задания по самостоя- тельной работе сту- дентов	Форма те- кущего контроля успеваемо- сти (колло- квиумы, контроль- ные работы, компью- терные те- сты и т.п.)
		Всего	ЛК	ПР/С ЕМ	ЛР	СРС			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	Введение в теорию игр. Задачи приня- тия решений.	10 (8)	4 (2)		4 (2)	2 (4)	1 - 7		работа на практических занятиях; вы- полнение са- мостоятель- ных работ
2	Многокрите- риальная оп- тимизация	14 (14)	4 (4)		8 (6)	2 (4)	1 - 7		работа на практических занятиях; вы- полнение са- мостоятель- ных работ; тест №1
3	Антагонисти- ческие игры	12 (12)	2 (2)		6 (6)	4 (4)	1 - 7		работа на практических занятиях; вы- полнение са- мостоятель- ных работ
4	Решение игр в чистых страте- гиях	10,8 (12)	2 (2)		6 (6)	2,8 (4)	1 - 7		работа на практических занятиях; вы- полнение са- мостоятель- ных работ
5	Решение игра в смешанных стратегиях	10 (12)	2 (2)		6 (6)	2 (4)			работа на практических занятиях; вы- полнение са- мостоятель- ных работ
6	Взаимосвязь матричных игр и линейного программиро- вания	14 (14)	4 (4)		6 (6)	4 (4)			работа на практических занятиях; вы- полнение са- мостоятель- ных работ; тест №2, эк- замен
	Всего часов:	70,8 (72)	18 (16)		36 (32)	16,8 (24)			

