ФГБОУ ВО «УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»
СИБАЙСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ) УУНиТ
ЕСТЕСТВЕННО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Утверждено: на заседании кафедры протокол № 11 от «31» мая 2023 г. И.о. зав.кафедрой ______/Гумеров И.С.	Согласовано: Председатель УМК естественно-математического факультета ______ / Ильбулова Г.Р.

УЧЕБНО МЕТОДИЧЕСКИЙ ОТДЕЛ

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Дисциплина **ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ**

(наименование дисциплины)

Обязательная часть

(обязательная часть или часть, формируемая участниками образовательных отношений, факультатив)

программа бакалавриата

Направление подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика
(указывается код и наименование направления подготовки)

Направленность (профиль) подготовки
Прикладная математика и информационные технологии
(указывается наименование направленности (профиля) подготовки)

Квалификация
бакалавр
(указывается квалификация)

Разработчик (составитель)
доцент, к.ф.-м.н., / Беликова О.Н.
(должность, ученая степень, ученое звание)

Для приема: 2023 г.

Сибай 2023 г.

Составитель: Беликова О.Н., к.ф.-м.н.

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры прикладной математики и информационных технологий протокол №11 от «31» мая 2023 г.

Дополнения и изменения, внесенную в рабочую программу дисциплины

____

____

утверждены на заседании кафедры

протокол №__ от «___»________________20__ г.

Заведующий кафедрой______________________/_______________/

Дополнения и изменения, внесенную в рабочую программу дисциплины

____

____

утверждены на заседании кафедры

протокол №__ от «___»________________20__ г.

Заведующий кафедрой______________________/_______________/

Дополнения и изменения, внесенную в рабочую программу дисциплины

____

____

утверждены на заседании кафедры

протокол №__ от «___»________________20__ г.

Заведующий кафедрой______________________/_______________/

Список документов и материалов

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций	
2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы	
3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)	
4. Фонд оценочных средств по дисциплине	
4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине	
4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций	
4.3. Рейтинг-план дисциплины	
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	
5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	
5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины	
6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине	

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций

По итогам освоения дисциплины обучающийся должен достичь следующих результатов обучения:

Категория (группа) компетенций	Формируемая компетенция (с указанием кода)	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.	*Знать* основные факты, концепции, принципы теории функционального анализа, связанные с прикладной математикой и информатикой
		ОПК-1.2. Умеет использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности.	*Уметь* использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности.
		ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	*Владеть* навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний

2.Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Теория вероятностей» относится к базовой части части.

Дисциплина изучается на 3 курсе в 5 семестре. Цели изучения дисциплины: знакомство с современным состоянием общей теории вероятностей и с классическими результатами, относящимися к этой области.

Для освоения дисциплины необходимы компетенции, сформированные в рамках изучения дисциплин «Алгебра», «Аналитическая геометрия», «Математический анализ», «Математический анализ (часть 2)», «Математический анализ (часть 3)».

3.Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)

Содержание рабочей программы представлено в Приложении № 1.

4. Фонд оценочных средств по дисциплине

4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

Код и наименование индикатора достижения компетенции	**Результаты обучения по дисциплине**	Критерии оценивания результатов обучения			
		2 («Не удовлетворительно»)	3 («Удовлетворительно»)	4 («Хорошо»)	5 («Отлично»)
ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.	Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.	Не обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических наук.	Обладает на удовлетворительном уровне фундаментальными знаниями, полученными в области математических наук.	Обладает на хорошем уровне фундаментальными знаниями, полученными в области математических наук.	Обладает на отличном уровне фундаментальными знаниями, полученными в области математических наук.
ОПК-1.2. Умеет использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности.	Умеет использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности.	Не умеет использовать фундаментальные знания, полученные в области математических наук в профессиональной деятельности	Слабо умеет использовать фундаментальные знания, полученные в области математических наук в профессиональной деятельности	Хорошо умеет использовать фундаментальные знания, полученные в области математических наук в профессиональной деятельности	Уверенно умеет использовать фундаментальные знания, полученные в области математических наук в профессиональной деятельности
ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	Не владеет навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	Навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний деятельности сформиро-	Хорошо владеет навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	Отлично владеет навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний

			ваны слабо		

4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	**Результаты обучения по дисциплине**	**Оценочные средства**
ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.	*Знать* фундаментальные основы, полученные в области математических и (или) естественных наук.	Ответы на вопросы на практических занятиях, решение задач на практических занятиях, решение самостоятельных и контрольных работ, экзамен
ОПК-1.2. Умеет использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности.	*Уметь* использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности.	Ответы на вопросы на практических занятиях, решение задач на практических занятиях, решение самостоятельных и контрольных работ, экзамен
ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	*Владеть* навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	Ответы на вопросы на практических занятиях, решение задач на практических занятиях, решение самостоятельных и контрольных работ, экзамен

Критериями оценивания при *модульно-рейтинговой системе* являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины (*для экзамена:* текущий контроль – максимум 40 баллов; рубежный контроль – максимум 30 баллов, поощрительные баллы – максимум 10)

Шкалы оценивания:

для экзамена:

от 45 до 59 баллов – «удовлетворительно»; от 60 до 79 баллов – «хорошо»; от 80 баллов – «отлично».

4.3. Рейтинг-планы дисциплины

Рейтинг–план дисциплины представлен в приложении 2.

Контрольные работы

Контрольная работа №1 используется для рубежного контроля в модуле 1, Контрольная работа №2 – для рубежного контроля в модуле 2.

Критерии оценки контрольной работы (в баллах):
- ***9-10 баллов*** *выставляется, если студент решил все задачи полностью:*
  - *в логических рассуждениях и обоснованиях решения нет пробелов и ошибок;*
  - *в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, которая не является следствием незнания и непонимания учебного материала);*
- ***7-8 баллов*** *выставляется, если*
  - *студент решил все задачи, но обоснования шагов решения недостаточны;*
  - *допущена одна ошибка или есть два-три недочета в выкладках.*
- ***5-6 баллов*** *выставляется, если допущено более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, но студент обладает обязательными умениями по проверяемому модулю;*
- ***0-4 баллов*** *выставляется, если*
  - *допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не обладает обязательными умениями по проверяемому модулю;*
  - *работа показала полное отсутствие у студента обязательных знаний и умений по проверяемому модулю.*

Пример варианта контрольной работы № 1

Темы: «Классическое и геометрическое определение вероятности», «Теоремы сложения и умножения вероятностей», «Условная вероятность».

Вариант 1

1. Брошены 2 игральные кости. Найти вероятность следующих событий:
   а) сумма выпавших очков равна 7;
   б) сумма выпавших очков равна 8, а разность равна 4;
   в) сумма выпавших очков равна 5, а произведение равно 4.
2. Слово «РЕМОНТ» составлено из букв разрезной азбуки. Карточки с отдельными буквами тщательно перемешиваются, после чего наудачу выбирается четыре карточки и раскладываются в ряд друг за другом в порядке их появления. Какова вероятность получить при этом слово «МОРЕ»?
3. Палка длиной ℓ случайным образом ломается на три части. Найти вероятность того, что из этих частей можно составить треугольник.
4. В первом ящике 5 яблок и 10 груш, во втором – 10 яблок и 5 груш. Из каждого ящика извлекают по одному фрукту. Найти вероятность того, что хотя бы один из них окажется грушей.
5. В группе 15 юношей и 5 девушек. Выбирается команда из трех человек. Найти вероятность того, что среди них окажется не менее двух девушек.
6. Отдел технического контроля проверяет изделия на стандартность. Вероятность того, что изделие стандартно равна 0,9. Найти вероятность того, что среди двух проверенных изделий только одно стандартное.
7. Имеется 100 фотографий. Случайным образом выбирается 10 из них. Найти вероятность того, что разыскиваемая фотография находится среди выбранных.
8. В техникуме лишь пятая часть учащихся – спортсмены. Среди них мастера спорта составляют 5%, кандидаты в мастера спорта – 15%, а остальные – спортсмены-разрядники. Чему равна вероятность того, что встретившийся случайно учащийся этого техникума является спортсменом-разрядником?
9. Колода тщательно перетасована. Найти вероятность того, что все четыре туза лежат в колоде один за другим, не перемежаясь другими картами.

Пример варианта контрольной работы № 2

Темы: «Непрерывные случайные величины и их числовые характеристики», «Функция распределения и ее свойства», «Плотность распределения и ее свойства», «Функция случайного аргумента».

Вариант 1

1. Задана плотность распределения непрерывной случайной величины X :

$$p(x)=\begin{cases}0 & при \quad x\le 0,\\ \sin x & при \quad 0<x\le \pi/2,\\ 0 & при \quad x>\pi/2.\end{cases}$$

Найти функцию распределения $F(x)$.

2. Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения $p(x)=(3/2)\sin 3x$ в интервале $(0,\pi/3)$; вне этого интервала $p(x)=0$. Найти вероятность того, что X примет значение, принадлежащее интервалу $(\pi/6,\pi/4)$.

3. Плотность распределения непрерывной случайной величины X задана на всей оси Ox равенством $p(x)=2C/(1+x^2)$. Найти постоянный параметр C.

4. Случайная величина X, возможные значения которой неотрицательны, задана функцией распределения $F(x)=1-e^{-\alpha x}$ $(\alpha>0)$. Найти математическое ожидание величины X.

5. Найти дисперсию и среднее квадратическое отклонение показательного распределения, заданного плотностью распределения $p(x)=10e^{-10x}$ $(x\ge 0)$.

6. Величина ξ распределена равномерно на промежутке $[0,\pi]$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $\eta=\sin\xi$.

7. Задана плотность распределения $p(x)$ случайной величины X, возможные значения которой заключены в интервале $(-\infty,\infty)$. Найти плотность распределения $g(y)$ случайной величины $Y=X^2$.

Тест

Тест используется для рубежного контроля в модуле 3.

Критерии оценки тестирования (в баллах):
- ***<u>9-10</u> баллов*** *выставляется, если 90-100% заданий верно;*
- ***<u>7-8</u> баллов*** *выставляется, если 70-89% заданий верно;*
- ***<u>5-6</u> баллов*** *выставляется, если 50-69% заданий верно;*
- ***<u>0-4</u> баллов*** *выставляется, если до 49% заданий верно.*

Пример варианта Теста

Вариант 1

1. Игральный кубик бросается один раз. Вероятность того, что на верхней грани выпадет число очков, больше чем три, равна:

а) 1/2; б) 0; в) 1; г) 1/3.

2. Имеется несколько деталей. Если ввести события A - деталь металлическая и B - деталь окрашенная, то событие, заключающееся в том, что деталь неметаллическая и окрашенная, будет представлять собой выражение:

а) $A+B-AB$; б) $\overline{A}+B$; в) $\overline{A}\cdot B$; г) AB.

3. В урне 10 белых, 15 черных, 20 синих и 25 красных шаров. Из урны извлекли один шар. Вероятность того, что извлеченный шар белый или черный, или синий равна

а) 5/14; б) 25/45; в) 9/14; г) 3/14.

4. Студент знает 14 вопросов программы из 20. Тогда вероятность того, что студент ответит не менее чем на два вопроса из трех предложенных, равна:

$$а)\ \frac{C_{14}^2\cdot C_6^1}{C_{20}^3};\ б)\ \frac{C_{14}^2\cdot C_6^1+C_{14}^3}{C_{20}^3};\ в)\ 1-\frac{C_6^3}{C_{20}^3};\ г)\ 1-\frac{C_{14}^2\cdot C_6^1}{C_{20}^3}.$$

5. Непрерывная случайная величина X задана функцией распределения вероятностей:

$$F(x)=\begin{cases}0,\text{ при } x\le 0;\\ \dfrac{x^2}{25},\text{ при } 0<x\le 5;\\ 1,\text{ при } x>5.\end{cases}$$

Тогда плотность распределения вероятностей случайной величины X имеет вид:

$$а)\ f(x)=\begin{cases}0,\text{ при } x\le 0;\\ \dfrac{x^3}{75},\text{ при } 0<x\le 5;\\ 0,\text{ при } x>5.\end{cases}\ б)\ f(x)=\begin{cases}1,\text{ при } x\le 0;\\ \dfrac{2x}{25},\text{ при } 0<x\le 5;\\ 0,\text{ при } x>5.\end{cases}$$

$$в)\ f(x)=\begin{cases}0,\text{ при } x\le 0;\\ \dfrac{2x}{25},\text{ при } 0<x\le 5;\\ 1,\text{ при } x>5.\end{cases}\ г)\ f(x)=\begin{cases}0,\text{ при } x\le 0;\\ \dfrac{2x}{25},\text{ при } 0<x\le 5;\\ 0,\text{ при } x>5.\end{cases}$$

6. Дискретная случайная величина X задана законом распределения вероятностей:

x_i	1	2	5
p_i	0,2	0,3	0,5

Тогда функция распределения вероятностей случайной величины X имеет вид:

$$а)\ F(x)=\begin{cases}1\text{ при } x\le 1;\\ 0{,}5\text{ при } 1<x\le 3;\\ 0{,}2\text{ при } 3<x\le 5;\\ 0\text{ при } x>5.\end{cases}\ б)\ F(x)=\begin{cases}0{,}2\text{ при } x\le 1;\\ 0{,}3\text{ при } 1<x\le 3;\\ 0{,}5\text{ при } 3<x\le 5;\\ 1\text{ при } x>5.\end{cases}$$

$$в)\ F(x)=\begin{cases}0\text{ при } x\le 1;\\ 0{,}2\text{ при } 1<x\le 3;\\ 0{,}5\text{ при } 3<x\le 5;\\ 0\text{ при } x>5.\end{cases}\ г)\ F(x)=\begin{cases}0\text{ при } x\le 1;\\ 0{,}2\text{ при } 1<x\le 3;\\ 0{,}5\text{ при } 3<x\le 5;\\ 1\text{ при } x>5.\end{cases}$$

7. Вероятность производства стандартного изделия равна 0,9. Тогда вероятность того, что из пяти произведенных изделий стандартных будет меньше двух, равна:

а) 0,99954; б) 0,0001; в) 0,00046; г) 0,00045.

8. Дискретная случайная величина X задана законом распределения вероятностей:

x_i	7	9	11	13
p_i	0,30	0,15	0,30	0,25

Тогда вероятность $P(7<X\le 13)$ равна:

а) 0,75; б) 0,70; в) 0,30; г) 0,45.

9. Дискретная случайная величина X задана законом распределения вероятностей:

x_i	1	2
p_i	0,6	0,4

Тогда ее дисперсия равна:

а) 1,4; б) 2,2; в) 0,24; г) 21,2.

10. Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения вероятностей:

$$f(x) = \begin{cases} 0, \text{ при } x \le 0; \\ \dfrac{2x}{25}, \text{ при } 0 < x \le 5; \\ 0, \text{ при } x > 5. \end{cases}$$

Тогда ее математическое ожидание равно:

а) 5/3; б) 2,5; в) 5,0; г) 10/3.

11. Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения вероятностей $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-3)^2}{2}}$. Тогда математическое ожидание a и среднее квадратическое отклонение σ этой случайной величины равны …

а) $a = 3$, $\sigma = 1$; б) $a = 0$, $\sigma = 3$; в) $a = 3$, $\sigma = 2$; г) $a = 3$, $\sigma = 0$.

12. Вероятность производства небракованного изделия равна,8. Тогда вероятность того, что среди 100 случайно отобранных изделий окажется ровно 86 небракованных, при условии, что $\varphi(1{,}5) = 0{,}1295$, где $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$, $x = \frac{k - np}{\sqrt{npq}}$, будет приближенно равна:

а) 0,00809; б) 0,06475; в) 0,5180; г) 0,032375.

13. Количество принимаемых по телефону за час звонков имеет распределение Пуассона. Среднее количество принимаемых за час звонков $\lambda = 5.$. Вероятность того, что за час будет принято точно 3 звонка равна:

а) $\frac{5^3}{3!} e^{-5}$; б) $\frac{5^5}{5!} e^{-3}$; в) $\frac{3^5}{5!} e^{-3}$; г) $\frac{5^{-3}}{3!} e^{5}$.

14. Дискретные случайные величины X и Y заданы законами распределения вероятностей

X	1	3
p	0,6	0,4

У	2	4
g	0,3	0,7

Тогда закон распределения вероятностей функции $Z = X \cdot Y$ имеет вид …

а)

Z	2	4	6	12
p	0,18	0,42	0,12	0,28

б)

Z	3	5	5	7
p	0,18	0,42	0,12	0,28

в)

Z	2	4	6	12
p	0,18	0,42	0,12	0,21

г)

Z	2	4	6	8
p	0,18	0,12	0,42	0,28

15. Наладчик обслуживает три станка. Вероятность того, что в течение часа потребуется его вмешательства первый станок, равна 0,1; второй – 0,15; третий – 0,2. Тогда вероятность того,

что в течение часа потребует вмешательства наладчика только один станок, равна

а) 0,329; б) 0,003; в) 0,1; г) 0,45.

16. Случайная величина задана плотностью распределения вероятностей:

$$f(x)=\begin{cases}0, \text{ при } x\le 0;\\ Cx, \text{ при } 0<x\le 1;\\ 0, \text{ при } x>1.\end{cases}$$

Тогда коэффициент C равен

а) -1; б) 2; в) 0,5; г) 1.

17. Дискретная случайная величина X задана законом распределения вероятностей:

x_i	0	x_2	5
p_i	0,1	0,2	0,7

Найти значение x_2, если $M(X)=5{,}5$.

а) -3; б) 2; в) 50; г) 10.

18. В классе 12 мальчиков и 18 девочек. Нужно выбрать делегацию из двух человек. Какова вероятность (при случайном выборе) выбрать девочку и мальчика?

а) 23/145; б) 51/145; в) 72/145; г) 24/145.

19. Товаровед осматривает 12 образцов товаров. Вероятность того, что каждый из образцов будет признан годным к продаже, равна 0,6. Найти наивероятнейшее число образцов, которые товаровед признает годными к продаже.

а) 1; б) 10; в) 6; г) 4.

20. В магазин поступило 30% телевизоров фирмы L, остальное – фирмы N. В продукции фирмы L брак составляет 20% телевизоров; фирмы N – 15 %. Вероятность наудачу выбрать исправный телевизор составляет:

а) 0,835; б) 0,65; в) 0,001; г) 0,105.

21. Математическое ожидание случайной величины X равно $M(X)=80,$ а дисперсия – $Д(X)=15.$ Тогда вероятность того, что $70<X<90,$ можно оценить с использованием неравенства Чебышева как

а) $P\ge 0{,}85;$ б) $P<0{,}85;$ в) $P=0{,}85;$ г) $P\le 0{,}15.$

22. Указать верное определение. Дисперсия случайной величины- это:
а) начальный момент второго порядка; б) центральный момент второго порядка;
в) произвольный момент второго порядка; г) начальный момент второго порядка.

23. Если все возможные значения дискретной случайной величины X уменьшить в два раза, то ее дисперсия

а) уменьшится в два раза; б) уменьшится в четыре раза; в) не изменится; г) увеличится в четыре раза.

24. Указать правильный ответ Математическое ожидание случайной величины распределенной по нормальному закону распределения $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}}e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$, равно:

а) $MX=\sigma.$ б) $MX=a.$ в) $MX=\sigma^2.$ г) $M(X)=a^2.$

25. Указать верную формулу. Для равномерного распределения $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{b-a}, & x\in[a,\ b]\\ 0, & x\notin[a,\ b]\end{cases}$

дисперсия определяется по формуле :

а) $Д(X)=\dfrac{a+b}{2}.$ б) $Д(X)=\dfrac{(b-a)^2}{12}.$ в) $Д(X)=\dfrac{(b+2a)^2}{10}.$ г) $Д(X)=a^2.$

Типовой расчет

Типовой расчет – это задания для самостоятельного решения вне аудиторных занятий.

Пример варианта типового расчета № 1

1. Номер варианта соответствует номеру студента в списке группы.
2. Задания типового расчета выполняются в отдельной тетради в клетку.
3. Каждая задача выполняется с новой страницы. Задачи нумеруются.
4. Текст каждой задачи необходимо переписать, заменяя все параметры их значениями для решаемого варианта.
5. Определить исследуемое событие А и другие события.
6. Установить, какие формулы следует использовать для вычислений и выполнить последние. Вычисления произвести, по возможности, точно.

Задача 1.1.

Бросают две монеты. Найти вероятность того, что:
1) на обеих монетах появится «герб»,
2) хотя бы на одной монете появится «герб»;
3) ни на одной монете не появится «герб»;
Бросают три монеты. Найти вероятность того, что:
4) на всех монетах появится «герб»;
5) хотя бы на одной монете появится «герб»;
6) только на двух монетах появится «герб»;
7) только на одной монете появится «герб»;
8) ни на одной монете не появится «герб».
Бросают четыре монеты. Найти вероятность того, что:
9) на всех монетах появится «герб»;
10) хотя бы на одной монете появится «герб»;
11) только на одной монете появится «герб»;
12) только на двух монетах появится «герб»;
13) только на трех монетах появится «герб»;
14) ни на одной монете не появится «герб».
Бросают игральную кость. Найти вероятность того, что на верхней грани появится:
l5) четное число очков;
16) «1» или «6».
Бросают две игральные кости. Найти вероятность того, что на верхних гранях появятся следующие числа очков:
17) только четные;
18) одно четное, другое нечетное;
19) сумма которых четна;
20) сумма которых нечетна;
21) сумма которых больше, чем их произведение;
22) сумма которых меньше шести;
23) сумма которых больше восьми.
Бросают три игральные кости. Найти вероятность того, что на верхних гранях появятся следующие числа очков:
24) только четные;
25) одно четное, остальные нечетные;
26) сумма которых четна;
27) сумма которых нечетна;

28) которые все одинаковы;
29) которые все различны;
30) сумма которых делится на четыре;
31) сумма которых делится на пять.

Задача 1.2.

Слово составлено из карточек, на каждой из которых написана одна буква. Затем карточки смешивают и вынимают без возврата по одной. Найти вероятность того, что буквы вынимаются в порядке заданного слова.

Слова по вариантам:

0) МАТЕМАТИКА
1) ПРОГРАММА
2) ПРОГРАММИСТ
3) ПРОГРАММИРОВАНИЕ
4) СТАТИСТИК
5) СТАТИСТИКА
6) СОБЫТИЕ
7) СЛУЧАЙНОСТЬ
8) ВЕРОЯТНОСТЬ
9) АЛГОРИТМ
10) БЛОК-СХЕМА
11) ПОДПРОГРАММА
12) ПРОЦЕДУРА
13) ПРИСВАИВАНИЕ
14) УСЛОВИЕ
15) ПРОЦЕССОР
16) ПАМЯТЬ
17) УСТРОЙСТВО
18) ПЕРФОЛЕНТА
19) ПЕРФОКАРТА
20) ФЕРРИТ
21) МАГНИТ
22) ГИСТЕРЕЗИС
23) СЕРДЕЧНИК:
24) ПОЛУПРОВОДНИК
25) ТРАНЗИСТОР
26) ИНТЕГРАЛ
27) КАЛЬКУЛЯТОР
28) ВЫЧИСЛИТЕЛЬ
29) ОПЕРАЦИЯ
30) АРИФМЕТИКА

Задача 1.3.

Как и в предыдущей задаче, найти соответствующую вероятность случая, когда заданным словом является ваша фамилия и ваше имя.

Задача 1.4.

В урне содержится К черных и Н белых шаров. Случайным образом вынимают *М* шаров. Найти вероятности того, что среди них имеется:

а) *Р* белых шаров;
б) меньше, чем *Р,* белых шаров;
в) хотя бы один белый шар.

Значения параметров *К, Н, М* и *Р* по вариантам приведены в таблице 1.

Таблица 1

Вариант	0	12	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
К *Н*	5 6	6 5	6 5	7 4	4 5	8 6	6 7	4 7	5 6	7 4	8 6	6 5	4 6	8 6	5 6
М *Р*	4 2	3 2	5 3	4 2	4 2	5 3	4 4	4 2	5 3	4 2	4 3	4 3	4 3	5 2	5 4
Вариант	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
К *Н* *М* *Р*	7 4 5 3	5 7 4 3	6 5 5 2	5 7 5 4	6 7 5 3	6 8 5 4	6 5 5 4	8 6 5 3	6 7 4 3	5 7 4 2	6 7 6 3	5 7 5 3	6 8 5 3	6 7 5 2	4 7 4 2

Задача 1.5.

Устройство состоит из трех независимых элементов, работающих в течение времени *Т* безотказно соответственно с вероятностями p_1, p_2 и p_3. Найти вероятность того, что за время *Т* выйдет из строя:

а) только один элемент;
б) хотя бы один элемент.

Значения параметров вычислить по следующим формулам:

k=|14,9-V|: 100, (здесь V – номер варианта)

$p_1 = 1 — k$, $p_2 = 0{,}9 — k$, $p_3 = 0{,}85 — k$.

Задача 1.6.

В первой урне K белых и L черных шаров, а во второй урне M белых и N черных шаров. Из первой урны вынимают случайным образом P шаров, а из второй — Q шаров. Найти вероятность того, что среди вынутых шаров:

а) все шары одного цвета;

б) только три белых шара;

в) хотя бы один белый шар.

Значения параметров K, L, M, N, P и Q по вариантам приведены в таблице 2.

Таблица 2

Вариант	0	12	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
к	6	5 4	7	5	5	5	5	6	6	6	6	3	3	3	3
L	4	5 5	3	4	6	7	8	3	5	6	7	8	7	6	5
M	5	4 5	6	7	7	6	7	5	5	5	5	5	6	6	6
N	7	8 8	3	4	3	4	5	6	3	5	4	7	4	5	6
P	3	2 2	3	1	3	2	4	3	2	4	2	2	3	1	4
Q	2	2 3	1	4	2	2	1	3	2	I	3	3	3	4	1
Вариант	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
K	3	5	4	4	4	4	4	4	4	7	7	7	7	7	7
L	4	3	9	8	7	6	5	4	3	2	4	5	6	7	8
M	6	4	7	7	8	7	7	7	7	4	8	4	4	4	8
N	7	9	3	4	3	5	6	7	8	8	5	6	7	4	5
P	2	2	3	2	4	2	3	3	1	4	3	2	3	1	3
Q	2	3	3	3	1	2	2	3	4	1	3	2	2	4	3

Задача 1.7.

В урне содержится K черных и белых шаров, к ним добавляют L белых шаров. После этого из урны случайным образом вынимают M шаров. Найти вероятность того, что все вынутые шары белые, предполагая, что все возможные предположения о первоначальном содержании урны равновозможны.

Значения параметров K, L и M по вариантам приведены в таблице 3.

Таблица 3

Вариант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
K	4	3	5	5	5	5	5	4	4	4	4	4	4	4	3	3
L	2	4	3	2	4	4	4	3	3	3	4	4	4	4	4	4
M	3	1	4	3	4	2	3	2	3	4	2	3	4	5	2	3
Вариант	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
K	3	3	3	3	3	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	
L	4	5	5	5	5	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4	
M	5	2	3	4	5	2	3	4	5	2	3	4	5	2	3	

Задача 1.8.

В одной урне K белых и L черных шаров, а в другой — M белых и N черных шаров. Из первой урны случайным образом вынимают P шаров и опускают во вторую урну. После этого из второй урны также случайно вынимают R шаров. Найти вероятность того, что все шары, вынутые из второй урны, белые. Значения параметров *K, L, M, N, P* и *R* по вариантам приведены в таблице 4.

Таблица 4

Вариант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
К	5	5	5	5	5	4	4	4	4	4	4	6	6	6	6	6
L	6	5	4	3	2	3	4	5	6	7	8	8	7	6	5	4
М	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	5	3	3	3	3
N	8	7	6	5	4	3	5	4	6	7	8	9	3	4	5	6
P	3	2	3	2	3	3	4	2	3	2	3	3	4	3	4	4
R	4	3	3	4	4	2	3	4	3	4	3	4	3	2	3	2

Вариант	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
К	6	6	3	3	3	3	3	3	3	7	7	7	7	7	7
L	3	2	2	3	4	5	6	7	8	2	3	4	5	6	7
M	3	3	6	6	6	6	6	6	6	2	2	2	2	2	2
N	7	8	8	7	6	5	4	3	2	8	6	5	4	3	2
P	3	3	2	2	3	3	2	3	3	2	2	3	3	2	2
R	3	4	4	3	3	4	5	2	3	3	2	2	4	2	3

Задача 1.9.

В пирамиде стоят R винтовок, из них L с оптическим прицелом. Стрелок, стреляя из винтовки с оптическим прицелом, может поразить мишень с вероятностью p_1, а стреляя из винтовки без оптического прицела, — с вероятностью p_2. Найти вероятность того, что стрелок поразит мишень, стреляя из случайно взятой винтовки.

Значения параметров вычислить по следующим формулам:

$k = |14 — V$, (здесь V – номер варианта)

$p_1 = 0{,}95 - k/100, \quad p_2 = 0{,}6 — k/100,$

$$R = 5 + k, \qquad L = \begin{cases} 3, & V \le 14, \\ 4, & V \ge 14. \end{cases}$$

Задача 1.10.

В монтажном цехе к устройству присоединяется электродвигатель. Электродвигатели поставляются тремя заводами-изготовителями. На складе имеются электродвигатели этих заводов соответственно в количестве M_1, M_2 и M_3, штук, которые могут безотказно работать до конца гарантийного срока с вероятностями соответственно p_1, p_2 и p_3. Рабочий берет случайно один электродвигатель и монтирует его к устройству. Найти вероятности того, что смонтированный и работающий безотказно до конца гарантийного срока электродвигатель поставлен соответственно первым, вторым или третьим заводом-изготовителем.

Значения параметров вычислить по следующим формулам:

$k = |14 - V$, (здесь V – номер варианта)

$p_1 = 0{,}99 - k/100, \quad p_2 = 0{,}9 - k/100, \quad p_3 = 0{,}85 - k/100, \; M_1 = 5 + k, \quad M_2 = 20 - k, \quad M_3 = 25 - k$

Пример варианта типового расчета № 2

1. Номер варианта соответствует номеру студента в списке группы.

2. Задания типового расчета выполняются в отдельной тетради в клетку.
3. Каждая задача выполняется с новой страницы. Задачи нумеруются.
4. Текст каждой задачи необходимо переписать, заменяя все параметры их значениями для решаемого варианта.
5. Установить, какие формулы следует использовать для вычислений и выполнить последние. Вычисления произвести, по возможности, точно.

Задание 2.1

В каждом из n независимых испытаниях событие А происходит с постоянной вероятностью p. Вычислить все вероятности p_k, $k = 0, 1, 2, \ldots, n$, где k - частота события А. Построить график вероятностей p_k. Найти наивероятнейшею частоту.

Значения параметров n и p вычислить по следующим формулам:

$$n = \begin{cases} 11, & V \le 10, \\ 10, & 10 < V \le 20, \\ 9, & V > 20. \end{cases} \qquad p = 0{,}3 + V/100.$$

Задание 2.2

В каждом из n независимых испытаниях событие А происходит с постоянной вероятностью p. Найти вероятность того, что событие А происходит:

а) точно M раз;
б) меньше чем M и больше чем L раз;
в) больше чем M раз.

Значения параметров n, M, L и p вычислить по следующим формулам:

$$n = 700 + V \cdot 10; \quad M = 270 + V \cdot 10; \quad p = 0{,}35 + V/50; \quad L = M - 40 - V.$$

Задание 2.3

В каждом из n независимых испытаниях событие А происходит с постоянной вероятностью p. Найти вероятность того, что событие А происходит:

а) точно G раз;
б) точно L раз;
в) меньше чем M и больше чем F раз;
г) меньше чем R раз.

Значения параметров n, M, L, G, F, R и p вычислить по следующим формулам:

$$n = 500 + V \cdot 10; \quad G = 220 + V \cdot 10; \quad M = G + 20 + V; \quad p = 0{,}4 + V/100; \quad L = G - 30;$$

$$F = G - 40 + V; \quad R = G + 15.$$

Задание 2.4

На телефонной станции неправильное соединение происходит с вероятностью p. Найти вероятность того, что среди n соединений имеет место:

а) точно G неправильных соединений;
б) меньше чем L неправильных соединений;
в) больше чем M неправильных соединений.

Значения параметров n, M, L, G и p вычислить по следующим формулам:

$$D = V \cdot 100 + 200; \quad p = 1/D; \quad S = \textit{остаток}\ (V/7) + 1; \quad n = S \cdot D;$$

$$G = \textit{остаток}\ (V/5) + 1; \quad L = \textit{остаток}\ (V/6) + 3; \quad M = \textit{остаток}\ (V/8) + 2.$$

Задание 2.5

В каждом из n независимых испытаниях событие А происходит с постоянной вероятностью p. Найти вероятность того, что относительная частота k/n этого события отличатся по абсолютной величине от вероятности p не больше чем на $\varepsilon_1 > 0$ ($\varepsilon_2 > 0$).
Значения параметров $n, \varepsilon_1, \varepsilon_2$ и p вычислить по следующим формулам:

$$n = 600 - V \cdot 10; \quad p = 0{,}85 - V/100; \quad \varepsilon_1 = 0{,}0055 - V/10000; \quad \varepsilon_2 = 2\varepsilon_1.$$

Задание 2.6

Случайная величина X задана рядом распределения

X	x_1	x_2	x_3	x_4
p	p_1	p_2	p_3	p_4

Найти функцию распределения $F(x)$ случайной величины X и построить ее график. Вычислить для X математическое ожидание и дисперсию. Значения параметров $x_1, x_2, x_3, x_4, p_1, p_2, p_3, p_4$ вычислить по следующим формулам:

$$R = остаток\ (V/4) + 2; \quad x_1 = V + 3; \quad x_2 = x_1 + R; \quad x_3 = x_2 + R; \quad x_4 = x_3 + 2R;$$

$$p_1 = \frac{1}{R+5}; \quad p_2 = \frac{1}{R+3}; \quad p_3 = \frac{41 + 33R + R^2 - R^3}{(R+3)(R+5)(8-R)}; \quad p_4 = \frac{1}{8-R}.$$

Задание 2.7

Случайная величина X задана функцией плотности

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0, \\ x/K, & 0 < x \le R, \\ 0, & x > R. \end{cases}$$

Найти функцию распределения $F(x)$ случайной величины X. Построить графики функций $f(x)$ и $F(x)$. Вычислить для X математическое ожидание, дисперсию, моду и медиану.
Значения параметров K и R вычислить по следующим формулам:

$$K = 2 + V; \quad R = 2 \cdot K.$$

Задание 2.8

Случайная величина X задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0, \\ x/K, & 0 < x \le K, \\ 1, & x > K. \end{cases}$$

Найти функцию плотности $f(x)$ случайной величины X. Построить графики функций $f(x)$ и $F(x)$. Вычислить для X математическое ожидание, дисперсию, моду и медиану.

Значения параметра K вычислить по формуле: $K = 3 + V$.

Критерии оценки типового расчета (в баллах):

- ***<u>6-5</u> баллов*** *выставляется, если студент решил все задачи полностью:*
  - *в логических рассуждениях и обоснованиях решения нет пробелов и ошибок;*
  - *в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, которая не является следствием незнания и непонимания учебного материала);*
- ***<u>4-3</u> баллов*** *выставляется, если*
  - *студент решил все задачи, но обоснования шагов решения недостаточны;*
  - *допущена одна ошибка или есть два-три недочета в выкладках.*

- ***<u>2-1</u> баллов** выставляется, если допущено более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, но студент обладает обязательными умениями по проверяемому модулю;*
- ***<u>0</u> баллов** выставляется, если*
  - *допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не обладает обязательными умениями по проверяемому модулю;*
  - *работа показала полное отсутствие у студента обязательных знаний и умений по проверяемому модулю.*

Примерные варианты самостоятельных работ

<u>Самостоятельная работа №1.</u> Темы: классическое определение вероятности случайного события, комбинаторные формулы и их применение при вычислении вероятностей, основные теоремы теории вероятностей

Вариант 1

1. Бросается две уравновешенные игральные кости. Какова вероятность, что на них выпадут *одинаковые* числа?
2. Бросается правильная игральная кость. И пусть событие A заключается в выпадении числа очков меньше 6, а событие B состоит в выпадении числа очков больше 2. Что представляет из себя условное событие $B \setminus A$ и какова его вероятность?
3. Известно, что в обществе, состоящем из 4 человек, дни рождения трёх приходятся на один месяц, а четвёртого — на один из остальных одиннадцати. Считая вероятность рождения в каждом месяце равной 1/12, найти вероятность того, что при этом: а) указанные три лица родились в июле, а четвёртое лицо в марте; б) указанные три лица родились в июле, а четвёртое лицо в одном из оставшихся одиннадцати месяцев.

Вариант2.

1. Брошены две игральные кости. Какова вероятность того, что на первой кости выпало 4 очка, если известно, что на второй кости выпало больше очков, чем на первой?
2. Четыре шара последовательно размещаются в четырёх ящиках. Какова вероятность того, что один из ящиков будет содержать ровно три шара, если известно, что первые два шара оказались в разных ячейках?
3. Рассмотрим семью с двумя детьми. Какова вероятность того, что в семье оба ребёнка — мальчики, если, по крайней мере один из детей — мальчик?

<u>Самостоятельная работа №2.</u> Темы: формула полной вероятности и формула Байеса.

Вариант1

1. Из урны, содержащей 3 белых и 2 чёрных шара, вынимаются наудачу два шара и перекладываются во вторую урну, содержащую 4 белых и 4 чёрных шара. Найти вероятность вынуть после этого из второй урны белый шар.
2. Однотипные приборы выпускаются тремя заводами в количественном соотношении 1:2:3, причем вероятности брака для этих заводов соответственно равны 0.3, 0.5, 0.4. Прибор, приобретенный НИИ, оказался бракованным. Какова вероятность того, что данный прибор произведен первым заводом (марка на приборе отсутствует)?
3. Агентство по страхованию автомобилей разделяет водителей по трем классам: класс н1 (мало рискует), класс н2 (рискует средне), класс н3 (рискует сильно). Агентство предполагает, что из всех водителей, застраховавших автомобили, 30 % принадлежат к классу н1, 50 % – к классу н2 и 20 % – к классу н3. Вероятность того, что в течение года водитель класса н1 попадет хотя бы в одну аварию, равна 0.01, для водителя класса н2 эта вероятность равна 0.02, а для водителя класса н3 – 0.08. Найти вероятность того, что водитель, застраховавший свою машину, попадет в аварию в течение года.

Вариант 2

1. Имеются 2 партии изделий по 10 и 12 штук, причем в каждой партии одно изделие бракованное. Изделие, взятое наудачу из второй партии, переложено в первую, после чего выбирается наудачу изделие из первой партии. Найти вероятность извлечения бракованного изделия из первой партии.
2. Из 18 стрелков 5 попадают в мишень с вероятностью 0.8; 7 – с вероятностью 0.7; а остальные – с вероятностью 0.5. Наудачу выбранный стрелок произвел выстрел, но в мишень не попал. Какова вероятность, что стрелок принадлежит к 1 группе?
3. В трёх урнах находятся белые и чёрные шары: в первой урне — 2 белых и 3 чёрных шара, во второй — 2 белых и 2 чёрных шара, в третьей — 3 белых и 1 чёрный шар. Из первой урны вынут наудачу шар и переложен во вторую. Далее из второй урны вынут наудачу шар и переложен в третью. Наконец, из третьей урны шар переложен в первую. Какова вероятность того, что в первую урну переложили белый шар?

<u>Самостоятельная работа №3.</u> Темы: формула Бернулли, предельные случаи в схеме Бернулли.

Вариант 1

1. Установлено, что виноградник поражен вредителями в среднем на. 10%. Определить вероятность того, что из 10 проверенных кустов; винограда один, будет поражен. Вычислить вероятности по формулам Бернулли, Лапласа, Пуассона. Сравнить результаты.
2. Какова вероятность того, что из 2450 ламп, освещающих улицу, к концу года будет гореть от 1500 до 1600 ламп? Считать, что каждая лампа будет гореть в течение года с вероятностью 0,64.
3. В автопарке 70 машин. Вероятность поломки машины равна 0,2. Найти наивероятнейшее число исправных автомобилей и вероятность этого числа.

Вариант 2

1. Всхожесть семян данного сорта растений составляет 70%. Найти вероятность того, что из 700 посаженных семян число проросших семян будет лежать в промежутке [450; 520].
2. Вероятность попадания в цель при каждом выстреле равна 0,005. Какова вероятность попадания в цель не менее трех раз, если число выстрелов равно 800?
3. В цеху имеется 6 моторов. Для каждого мотора вероятность того, что он в данный момент включен, равна 0,8. Найти вероятность того, что в данный момент: а) включены 4 мотора; б) включены все моторы; в) выключены все моторы.

<u>Самостоятельная работа №4.</u> Темы: дискретные случайные величины: закон и функция распределения, основные числовые характеристики.

Вариант 1.

1. По командному пункту противника производится пуск трех ракет, причем вероятность попадания в цель при пуске одной ракеты равна 0,8. Построить ряд распределения числа попаданий.
2. Зная ряд распределения для случайной величина X , описанной в задаче 1, построить график функции распределения. Найти математическое ожидание и дисперсию дискретной случайной величины X.
3. Вероятность того, что покупатель совершит покупку в магазине, 0,4. Составить закон распределения случайной величины X - числа покупателей, .совершивших покупку, если магазин посетило 3 по купателя. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X

Вариант 2.

1. В группе из 10 спортсменов 6 мастеров спорта. Отбирают (по схе ме без возвращения) 3-х спортсменов. Составить закон распреде ления случайной величины X- числа мастеров спорта из отобран ных спортсменов. Найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной ве личины.
2. Зная ряд распределения для случайной величина X , описанной в задаче 1, построить график функции распределения. Найти математическое ожидание и дисперсию дискретной случайной величины X.
3. Покупатель посещает магазины для приобретения нужного товара. Вероятность того, что товар имеется в определенном магазине, со ставляет 0,4. Составить закон распределения случайной величины '
X — числа магазинов, которые посетит покупатель из четырех воз можных. Построить график распределения. Найти наиболее веро ятное число магазинов, которые посетит покупатель.

<u>Самостоятельная работа №5.</u> Темы: непрерывные случайные величины: закон и интегральная функция распределения, дифференциальная функция распределения, основные числовые характеристики.

Вариант 1.

1. Случайная величина X распределена по закону, определяемому плотностью вероятности вида

$$f(x)=\begin{cases} c\cos x, -\pi/2 \le x \le \pi/2, \\ 0, \qquad |x| > \pi/2. \end{cases}$$

Определить константу c, функцию распределения $F(x)$, математическое ожидание, дисперсию величины X, а также вероятность ее попадания в интервал $[0;2)$.

2. Случайная величина X имеет плотность распределения $f(t)=\begin{cases} Ce^{-2t}, & t>1 \\ 0, & t\le 1 \end{cases}$ Вычислить константу C. Нарисовать график плотности распределения. Найти функцию распределения случайной величины X и нарисовать ее график. Вычислить математическое ожидание, дисперсию случайной величины X и вероятность ее попадания в промежуток [0,2].
3. Случайная величина X распределена по нормальному закону. Математическое ожидание случайной величины равно -1, дисперсия равна 4. Вычислить вероятность ее попадания в промежуток [-2, -0.5].

Вариант 2.

1. Случайная величина X равномерно распределена в промежутке $[a,b]$. $M(X)=1$. $D(X)=4$. Вычислив a,b, найти плотность и функцию распределения случайной величины X и нарисовать их графики. Вычислить вероятность попадания случайной величины в промежуток [0, 1.5].

2. Случайная величина X имеет плотность распределения $f(t)=\begin{cases} Ce^{t}, & t<0, \\ Ce^{-4t}, & t\ge 0. \end{cases}$ Нарисовать ее график. Вычислить константу C. Найти функцию распределения случайной величины X и нарисовать ее график. Вычислить $M(X)$, $D(X)$ и вероятность ее попадания в промежуток [-1,1].
3. Абсолютно непрерывная случайная величина X в промежутке [-1,0] имеет плотность C, а на полуоси. $x>0$ ее плотность имеет вид Ce^{-2x}. Вычислить C. Найти плотность и функцию распределения случайной величины X и нарисовать их графики.

<u>Самостоятельная работа №6.</u> Темы: закон больших чисел, случайные векторы.

Вариант 1.

1. Даны: таблица вероятностей значений дискретной случайной величины X

x_i	1	2	3
p_i	2/4	1/4	

и таблица условных вероятностей $P(Y=y_j \mid X=x_i)$:

$y_j \backslash x_i$	1	2	3
0	1/6	1/6	1/6
4			

Определив в таблицах недостающие числа, выяснить, являются ли X и Y независимыми.

2. Для величин из задачи 1. вычислить условную вероятность $P(X>1.5|Y=0)$. Построить таблицу вероятностей значений величины $Z = Y^2$. Вычислить математическое ожидание. Построить матрицу K корреляционных моментов

Вариант 2.

1. Дана таблица вероятностей значений двумерной дискретной случайной величины (X,Y).

$y_j \backslash x_i$	-1	0	1
1	k	k	$2k$
2	$2k$	$2k$	$4k$
3	k	kn	$2k$

Определить числа k и n так, чтобы X и Y были независимыми.

2. Для (X,Y) из задачи 1 вычислить вероятность попадания в круг $x^2+y^2 < 4$. Вычислить условную вероятность $P(X+Y<2|Y<3)$. Построить функцию $F_X{}^2(x)$. Нарисовать ее график. Вычислить числа $M(2X-3Y+1)$, $D(2X-3Y+1)$, $M(XY)$, $F_{(X+Y)}(2)$, $F_{(X,Y)}(1,2)$, $F_{XY}(1)$. Вычислить математическое ожидание. Вычислить матрицу K корреляционных моментов.

Критерии оценки самостоятельных работ 1-6 (в баллах):

Количество правильных решенных задач	Количество баллов
3	3
2	2
1	1

Вопросы для индивидуальных и групповых опросов на практических занятиях

Раздел 1. Вероятности случайных событий

Цель занятий: усвоение и закрепление студентами понятий случайное событие, вероятность случайного события и методов решения задач на нахождение вероятностей случайных событий. Изучение основных этапов развития теории вероятностей.

Вопросы для обсуждения:

1. Размещения. Перестановки. Сочетания.
2. Основной комбинаторный принцип.
3. Выборки с возвращением. Выборки без возвращения.
4. Основные понятия теории вероятностей. Случайные события. Операции над событиями. Классическая формула вероятности.

5. Основные понятия теории вероятностей. Несовместные события. Независимые события.
6. Теоремы сложения и умножения вероятностей.
7. Условная вероятность.
8. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
9. Повторение испытаний. Формула Бернулли.
10. Асимптотические формулы в схеме Бернулли.

Во время практических занятий в аудитории рекомендуется использовать следующие задачники:

1) Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. Задачи и упражнения по теории вероятностей. 5-е изд., испр. - М.: Академия, 2003 (задачи 1.1 - 1.48 на стр. 5 - 18, задачи 2.1 - 2.87 на стр. 21 - 48, задачи 3.1 - 3.41 на стр. 50-69, задачи 4.1 - 4.31 на стр. 71 -84).

2) Кибзун А. И. , Горяинова Е. Р. , Наумов А. В. «Теория вероятностей и математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачами: учебное пособие». 3-е изд., перераб. и доп. М.: Физматлит, 2007. - 232 с. (задачи 1 - 86 на стр. 41 - 52).

3) Г.В. Горелова, И.А. Кацко. Теория вероятностей и математическая статистика в примерах и задачах с применение Excel. Ростов-на-Дону: Феникс, 2006 (контрольные задания 1.1 - 1.12 на стр. 18 - 55, индивидуальные задания к модулю 1 на стр. 56 - 65).

4) Балдин К. В. , Башлыков В. Н. , Рукосуев А. В. «Теория вероятностей и математическая статистика: учебник». - 2 изд. М.: Дашков и Ко, 2014. - 473 с. (задачи 1.1 - 1.25 на стр. 46 - 50).

5) Мхитарян В. С. , Астафьева Е. В. , Миронкина Ю. Н. , Трошин Л. И. «Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие». - 2-е изд., перераб. и доп. М.: Московский финансово-промышленный университет «Синергия», 2013. - 336 с. (задачи 1.1 - 1.20 на стр. 28 - 30, задачи 2.1 - 2.20 на стр. 41 - 43, задачи 3.1 - 3.20 на стр. 47 - 50, задачи 4.1 - 4.20 на стр. 59 - 61).

Вопросы по другим разделам приведены в ФОС.

Перечень вопросов для экзамена

Для проведения экзамена на кафедре разрабатываются экзаменационные билеты. Экзаменационный билет состоит из двух теоретических вопросов и трех задач. По окончании ответа на вопросы билета экзаменатор может задавать дополнительные и уточняющие вопросы в пределах учебного материала, вынесенного на экзамен.

1. Случайные события: испытания и события; операции над событиями и их свойства; вероятностное пространство; виды случайных событий; равновозможные события; полная группа событий; понятие вероятности случайного события; классическое определение вероятности.
2. Основные свойства вероятности.
3. Основные формулы комбинаторики и их применение к практическому вычислению вероятностей.
4. Геометрическое определение вероятности.
5. Теорема сложения вероятностей; несовместные события.
6. Условная вероятность; теорема умножения вероятностей; независимые события; вероятность появления хотя бы одного события.
7. Формула полной вероятности и формула Байеса.
8. Урновая схема.
9. Схема Бернулли; наивероятнейшее число успехов.
10. Локальная теорема Муавра-Лапласа.
11. Интегральная теорема Муавра-Лапласа; свойства функции Лапласа.

12. Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях.

13. Теорема Пуассона. Оценка скорости сходимости в формуле Пуассона.

14. Дискретные и непрерывные случайные величины; закон распределения вероятностей случайной величины; действия над случайными величинами.

15. Основные виды распределений дискретных случайных величин: биномиальное распределение; распределение Пуассона; геометрическое распределение; гипергеометрическое распределение.

16. Основные виды распределений дискретных случайных величин: геометрическое распределение; гипергеометрическое распределение.

17. Числовые характеристики дискретных случайных величин: математическое ожидание и его свойства; начальные и центральные теоретические моменты.

18. Числовые характеристики дискретных случайных величин: дисперсия и ее свойства; среднее квадратическое отклонение; начальные и центральные теоретические моменты.

19. Функция распределения; ее свойства и график.

20. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины; свойства плотности распределения; вероятностный смысл плотности распределения.

21. Закон равномерного распределения вероятностей.

22. Нормальное распределение вероятностей; правило трех сигм.

23. Числовые характеристики непрерывных случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение.

24. Закон больших чисел в форме Чебышева.

25. Центральная предельная теорема.

26. Функция одного случайного аргумента, ее распределение и математическое ожидание.

27. Многомерные случайные величины; закон распределения вероятностей дискретной двумерной случайной величины; функция распределения и ее свойства.

28. Плотность распределения непрерывной двумерной случайной величины, ее свойства и вероятностный смысл.

29. Условный закон распределения; условная плотность распределения; числовые характеристики системы двух случайных величин.

30. Зависимые и независимые случайные величины, коррелированность и зависимость случайных величин; корреляционный момент; коэффициент корреляции.

31. Марковские процессы: цепь Маркова; переходные вероятности; матрица перехода; равенство Маркова

32. Марковские процессы со счетным множеством состояний; примеры.

Примерный перечень задач к экзамену

1. Сколькими способами можно выбрать 10 карт из колоды в 52 карты так, чтобы среди отобранных оказались:

- ровно 1 туз;
- ровно 2 туза;
- более двух тузов?

2. В классе 12 юношей и 8 девушек. Для участия в соревнованиях из них нужно составить команду, в которую должны войти 7 юношей и 3 девушки. Сколькими способами это можно сделать?

3. В урне имеется 7 белых и 5 черных шаров. Наудачу вынимают 2 из них. Какое соотношение шаров по цвету среди вынутых шаров наиболее вероятно?

4. В партии из 100 изделий 6 нестандартных, из партии выбирается наугад 10 изделий. Определить вероятность того, что среди 10 изделий будет не менее двух нестандартных.

5. В трех урнах имеется: белые и черные шары. В первой урне 8 белых и 1 черный шар, во второй - 6 белых и 7 черных, в третьей - 9 белых и 1 черный. Из наугад выбранной урны случайным образом выбирается шар. Найти вероятность того, что он белый.

6. Произведено 5 выстрелов. Вероятность попадания при одном выстреле равна 0,6. Найти вероятность того, что будет не менее трех попаданий.

7. В партии из 300 деталей - 75 бракованных. Найти вероятность того, что из трех наугад взятых деталей окажется одна бракованная и две годные.

8. В трех урнах имеются черные и белые шары. В первой урне 3 белых и 1 черный шар, во второй - 6 белых и 4 черных, в третьей - 9 белых и 1 черный. Из наугад выбранной урны случайным образом вынимается шар. Найти вероятность того, что он белый.

9. Найти вероятность того, что событие A появится не менее трех раз в четырех независимых испытаниях, если вероятность появления события A в одном испытании равна 0,4.

10. В цехе работает 7 мужчин и 3 женщины. По табельным номерам отобраны наудачу 3 человека. Найти вероятность того, что все наудачу отобранные лица окажутся мужчинами.

11. Производится стрельба по мишени, вероятность попадания в которую равна 0,2 при одном выстреле. Стрельба прекращается при первом попадании. Найти вероятность того, что будет произведено ровно 6 выстрелов.

12. Из урны, содержащей 2 белых и 1 черный шары, перекладывают шар в урну, содержащую 2 белых и 1 черный шар. Определить вероятность извлечения черного шара из второй урны после перекладывания.

13. Производится 10 независимых выстрелов по цели, вероятность попадания в которую при одном выстреле равна 0,2. Найти вероятность того, что число попаданий будет не менее 2 и не более 4.

14. Для оповещения об аварии установлено два сигнализатора, работающих независимо. Первый срабатывает на аварию с вероятностью 0.9, а второй – с вероятностью 0.8. Найти вероятность того, что при аварии сработает только один сигнализатор.

В лотерее разыгрывается 100 билетов, среди которых 10 – выигрышные. Студент купил 2 билета. Какова вероятность, что он выиграл хотя бы на один билет?

Для оповещения об аварии установлено два сигнализатора, работающих независимо. Первый срабатывает на аварию с вероятностью 0.9, а второй – с вероятностью 0.8. Найти вероятность того, что при аварии сработает хотя бы один сигнализатор.

В урну, содержащую 2 шара, опущен 1 белый шар; после чего из урны наудачу вынут 1 шар. Какова вероятность, что это будет белый шар, если равновозможен любой первоначальный состав урны?

В студенческой лотерее на 100 билетов приходится 5 денежных и 5 вещевых выигрышей. Студент приобрёл 2 билета. Какова вероятность, что он выиграл и вещь и деньги?

Из наблюдений установлено, что вероятности произойти сбою во время работы ЭВМ в процессоре, в оперативной памяти или в периферийных устройствах соотносятся между собой как 3:2:5. И пусть условные вероятности обнаружения сбоя в названных местах ЭВМ есть соответственно 0.8, 0.9 и 0.9. Найти безусловную вероятность того, что возникший где-то сбой будет обнаружен системой контроля.

В урне находится 3 белых и 4 чёрных шара. Из урны наугад выбирается 3 шара. Какова вероятность, что 2 из них будут чёрными, а 1 – белым?

В лотерее разыгрывается 100 билетов, среди которых 10 – выигрышные. Студент купил 2 билета. Какова вероятность, что он ничего не выиграл?

Студент пришёл на экзамен, зная лишь 20 вопросов из 25-ти. Преподаватель наугад дал 2 вопроса. Какова вероятность, что студент получил вопросы, которые он выучил?

Солдат получает зачёт по стрельбе при условии, что в течение отведённого времени он поразит не менее трёх мишеней из пяти. Каждую мишень не зависимо от других солдат может поразить с вероятностью $2/3$. Какова вероятность, что он сдаст зачёт?

Группа в 30 студентов поровну состоит из отличников, хорошистов и троечников. Отличник на экзамене обязательно получит 5; хорошист – равновозможно 5 или 4; а троечник – равновозможно 4, 3 или 2. Новый преподаватель наугад вызывает незнакомого студента. Какова вероятность, что студент получит 4 или 5?

Имеется 3 партии деталей. В одной из них треть деталей – брак, а в остальных все детали качественные. Деталь, взятая наугад из какой-то партии, оказалась качественной. Какова вероятность, что деталь взята из партии с браком?

Экзаменационный билет содержит три вопроса. Вероятности того, что студент ответит на первый, второй и третий вопросы соответственно равны 0.9, 0.9, 0.8. Найти вероятность того, что студент сдаст экзамен, если для этого необходимо ответить на все вопросы.

Образуют ли полную группу следующие группы событий:

а) Опыт — бросание монеты; события:

A_1 —появление герба;

A_2 — появление цифры.

б) Опыт — бросание двух монет; события:

B_1 — появление двух гербов;

B_2 — появление двух цифр.

в) Опыт — два выстрела по мишени; события:

C_1 —ни одного попадания;

C_2 — одно попадание;

C_3 — два попадания.

г) Опыт—два выстрела по мишени; события:

D_1 — хотя бы одно попадание;

D_2 — хотя бы один промах.

д) Опыт — вынимание карты из колоды; события:

E_1 — появление карты червонной масти;

E_2 — появление карты бубновой масти;

E_3 —появление карты трефовой масти?

Являются ли несовместными следующие события:

а) Опыт — бросание монеты; события:

A_1 — появление герба;

A_2 — появление цифры.

б) Опыт — бросание двух монет; события:

B_1 — появление герба на первой монете;

B_2 — появление цифры на второй монете.

в) Опыт — два выстрела по мишени; события:

C_1 — ни одного попадания;

C_2 — одно попадание;

C_3 — два попадания.

г) Опыт — два выстрела по мишени; события:

D_1 — хотя бы одно попадание;

D_2 — хотя бы один промах.

д) Опыт—вынимание двух карт из колоды; события:

E_1 — появление двух черных карт;

E_2 — появление туза;

E_3 — появление дамы?

15. В урне a белых и b черных шаров ($a \geq 2$). Из урны вынимают сразу два шара. Найти вероятность того, что оба шара будут белыми.

16. Игральная кость бросается один раз. Найти вероятность следующих событий:

A — появление четного числа очков;

B —появление не менее 5 очков;

C —появление не более 5 очков.

17. В первой урне содержится 10 шаров, из них 8 белых; во второй 20 шаров, из них 4 белых. Из каждой урны наудачу извлекли по одному шару, а затем из этих двух шаров взят один шар. Найти вероятность того, что взят белый шар.

18. Собрание, на котором присутствует 25 человек, в том числе 5 женщин, выбирает делегацию из 5 человек. Считая, что каждый из присутствующих с одинаковой вероятностью может быть избран, найти вероятность того, что в делегацию войдут 2 женщины и 3 мужчины.

19. Случайно встречное лицо с вероятностью 0,2 может оказаться брюнетом, с вероятностью 0,3 – блондином, с вероятностью 0,4 – шатеном и с вероятностью 0,1 – рыжим. Какова вероятностью того, что среди пяти случайно встреченных лиц: а) не менее четырех блондинов; б) два блондина и три шатена; в) хотя бы один рыжий?

20. На сборку поступают изделия с трех автоматов. Первый дает в среднем 0,2% брака, второй – 0,1% брака; продукция поступающая с третьего автомата, не содержит бракованных изделий. На сборку поступило 2000 изделий с первого автомата, 3000 изделий со второго автомата и 5000 изделий с третьего автомата. Найти вероятность того, что изделие выбранное наудачу из всех изделий, будет бракованным. Какова вероятность того, что изделие выбранное наудачу из всех изделий, поступило с первого автомата, если известно, что оно является небракованным?

35. В специализированную клинику поступают больные с одним из заболеваний A, B, и C: в среднем 50% больных с заболеванием A, 30% с заболеванием B и 20% с заболеванием C. Вероятности полного излечения этих болезней равны 0,95; 0,9 и 0,85 соответственно. Какова вероятность того, что выбранный наугад пациент клиники будет вылечен полностью? Больной, поступивший в клинику, был вылечен полностью. Какова вероятность того, что он страдал заболеванием B?

36. Случайная величина X равномерно распределена в промежутке $[a;b]$. Математическое ожидание этой случайной величины равно 4, а дисперсия равна 7. Вычислив a и b, найти плотность и функцию распределения случайной величины X и нарисовать их графики.

37. В группе из 10 спортсменов 6 мастеров спорта. Отбирают (по схеме без возращения) трех спортсменов. Составить закон распределения случайной величины X - числа мастеров спорта из отобранных спортсменов. Найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

38. Вероятность того, что покупатель совершит покупку в магазине, 0,4. Составить закон распределения случайной величины X – числа покупателей, совершивших покупку, если магазин посетило 3 покупателя. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X.

39. Случайная величина ξ задана плотностью распределения $p(x) = C(x^2 + 2x)$ в интервале $(0,1)$; вне этого интервала $p(x) = 0$. Найти: параметр C и математическое ожидание величины ξ.

40. Случайная величина X задана плотностью распределения $f(x)=2x$ в интервале $(0,1)$; вне этого интервала $f(x)=0$. Найти начальные и центральные моменты первого, второго и третьего порядков.

41. Стрелок производит выстрелы по цели до первого попадания. Вероятность попадания в цель при каждом выстреле составляет 0,7. Составить закон распределения случайной величины X - числа выстрелов, сделанных стрелком. Найти наивероятнейшее число выданных стрелку патронов.

42. Для того чтобы проверить точность своих финансовых счетов, компания регулярно пользуется услугами аудиторов для проверки в бухгалтерских проводках счетов. Предположим, что служащие компании при обработке входящих счетов допускают примерно 5 ошибок. Аудитор случайно отбирает 3 входящих документа. Найти закон распределения случайной величины X - числа ошибок, выявленных аудитором. Построить функцию распределения случайной величины X. Определить вероятность того, что аудитор обнаружит более чем одну ошибку.

43. В партии из 100 изделий 6 нестандартных, из партии выбирается наугад 10 изделий. Определить вероятность того, что среди 10 изделий будет не менее двух нестандартных.

44. Черновик книги в 500 страниц содержит 40 опечаток. Предполагается, что число опечаток на странице распределено по закону Пуассона, определить вероятность того, что на случайно выбранной странице; нет опечаток; не менее 2-х опечаток; не более 3-х опечаток.

45. Найти вероятность того, что среди 500 изделий окажется: а) не более 3 бракованных; б) более 3 бракованных; в) ровно 3 бракованных, если в среднем бракованные изделия составляют 2%.

Образец экзаменационного билета:

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Уфимский университет науки и технологий»
Сибайский институт (филиал) УУНиТ
Естественно-математический факультет
Кафедра прикладной математики и информационных технологий

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №1
по дисциплине «Теория вероятностей»
Направление «Прикладная математика и информатика»
Профиль «Прикладная математика и информатика (общий профиль)»

Экзаменационный билет № 1

1. Случайные события: испытания и события; операции над событиями и их свойства; вероятностное пространство; виды случайных событий; равновозможные события; полная группа событий; понятие вероятности случайного события; классическое определение вероятности.
2. Закон равномерного распределения вероятностей.
3. Первый студент из 20 вопросов программы выучил 17, второй – 12. Каждому студенту задают по одному вопросу. Определить вероятность того, что оба студента правильно ответят на вопрос.
4. Случайная величина X равномерно распределена в промежутке $[a;b]$. Математическое ожидание этой случайной величины равно 4, а дисперсия равна 7. Вычислив a и b, найти плотность и функцию распределения случайной величины X и нарисовать их графики.

5. В трёх урнах находятся белые и чёрные шары: в первой урне — 2 белых и 3 чёрных шара, во второй — 2 белых и 2 чёрных шара, в третьей — 3 белых и 1 чёрный шар. Из первой урны вынут наудачу шар и переложен во вторую. Далее из второй урны вынут наудачу шар и переложен в третью. Наконец, из третьей урны шар переложен в первую. Какова вероятность того, что в первую урну переложили белый шар?

Утверждено на заседании кафедры ____________, протокол № ___

Заведующий кафедрой________________________ ______________________

Перевод оценки из 100-балльной в четырех балльную производится следующим образом:
- отлично - от 80 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов);
- хорошо - от 60 до 79 баллов;
- удовлетворительно - от 45 до 59 баллов;
- неудовлетворительно - менее 45 баллов.

Критерии оценки экзамена (в баллах):

*- **25-30 баллов** выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы билета, продемонстрировал знание функциональных возможностей, терминологии, основных элементов, умение применять теоретические знания при выполнении практических заданий. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы. Практическая часть работы выполнена полностью без неточностей и ошибок;*

*- **17-24 баллов** выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности. При выполнении практической части работы допущены несущественные ошибки;*

*- **10-16** баллов выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос. Студент не решил задачу или при решении допущены грубые ошибки;*

*- **1-10 баллов** выставляется студенту, если ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Обнаруживается отсутствие навыков применения теоретических знаний при выполнении практических заданий. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос.*

5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

1. Бочаров П.П. , Печинкин А.В. «Теория вероятностей. Математическая статистика» - 2 изд. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 296 с. Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=67302.
2. Балдин К. В. , Башлыков В. Н. , Рукосуев А. В. «Теория вероятностей и математическая статистика: учебник». - 2 изд. М.: Дашков и Ко, 2014. - 473 с. Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=253787.
3. Мхитарян В. С. , Астафьева Е. В. , Миронкина Ю. Н. , Трошин Л. И. «Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие». - 2-е изд., перераб. и доп.

М.: Московский финансово-промышленный университет «Синергия», 2013. - 336 с. Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=252964.

Дополнительная литература:

4. Титов А. Н. , Бадертдинова Е. Р. , Климова А. С. «Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие» Казань: КГТУ, 2008. - 148 с. Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=270546.
5. Гусева Е. Н. «Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие». М.: Флинта, 2011. - 220 с. Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=83543.
6. Яковлев В. П. «Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие». 3-е изд. М.: Дашков и Ко, 2012. - 182 с. Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=115779.
7. Тюрин Ю. Н. , Макаров А. А. , Симонова Г. И. «Теория вероятностей: для экономических и гуманитарных специальностей: учебник». М.: МЦНМО, 2009. - 256 с. Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=63151.
8. Кибзун А. И. , Горяинова Е. Р. , Наумов А. В. «Теория вероятностей и математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачами: учебное пособие». 3-е изд., перераб. и доп. М.: Физматлит, 2007. - 232 с. Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=69320.
9. Рябушко А. П. Индивидуальные задания по высшей математике в 4 частях Элементы теории устойчивости. Теория вероятностей. Математическая статистика: учебное пособие, Ч. 4. Операционное исчисление. - 4-е изд. Минск: Вышэйшая школа, 2013. - 336 с. Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=235664.
10. Сборник задач по курсу «Математика в экономике». В 3-х частях: учебное пособие, Ч. 3. Теория вероятностей. Под ред. Бабайцева В.А., Гисина В.Б. М.: Финансы и статистика, 2013. - 125 с. Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=215319.
11. Шапкин А. С. , Шапкин В. А. «Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию: учебное пособие». 8-е изд. М.: Дашков и Ко, 2013. - 432 с. Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=115811.
12. Гайдамак О.Г., Силова Е.В. «Теория вероятностей: Учебное пособие». Уфа: БашГУ, 2012. - 64 с. Режим доступа: https://bashedu.bibliotech.ru/Reader/Book/2013051610294261847000002538.
13. В.В. Афанасьев. «Теория вероятностей: учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по специальности «Математика». М.: Гуманитар. изд. центр ВЛАДОС, 2007. - 350 с. Режим доступа: https://bashedu.bibliotech.ru/Reader/Book/335

5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины

1. www.bashlib.ru – сайт библиотеки БашГУ;
2. «Электронный читальный зал» (ЭБС «Библиотех»);
3. ЭБС «Университетская библиотека online» - www.biblioclub.ru;
4. ЭБС изд-ва «Лань» - www.e.lanbook.com;
5. http://www.exponenta.ru –образовательный математический сайт;
6. http://www.mccme.ru - сайт Московского центра непрерывного математического образования.

6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий	Вид занятий	Наименование оборудования, программного обеспечения
1	2	3
Аудитория 210	Лекции, практические занятия	Демонстрационное оборудование: доска, проектор – 1 шт., переносной экран – 1 шт. Специализированная мебель: столы, стулья (28 посадочных мест).

Приложение1.

ФГБОУ ВО «УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»
СИБАЙСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ) УУНиТ
ЕСТЕСТВЕННО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

дисциплины Теория вероятностей на 5 (7) семестр

очная (очно-заочная) форма обучения

Вид работы	Объем дисциплины
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	6 / 216 (6 / 216)
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	
Лекций	32 (28)
практических/ семинарских	32 (28)
лабораторных	
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем) (ФКР)	1,2
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	87,8 (133)
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	36 (27)

Форма контроля:
Экзамен 5 (7) семестр

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)					Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)	Задания по самостоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		Всего	ЛК	ЛР	ПР/СЕМ	СРС			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	Вероятности случайных событий	39	12 (12)		12 (12)	15 (25)	1-13	– проработка лекций и работа с литературой по теме; – решение задач; – дополнительное изучение отдельных тем;	Опрос, типовой расчет, контр. работа
2	Случайные величины	37	10 (9)		12 (11)	15 (25)	1-13	– проработка лекций и работа с литературой по теме; – решение задач; – дополнительное изучение отдельных тем;	Опрос, типовой расчет, контр. работа
3	Предельные теоремы теории вероятностей	36	4 (4)		2 (2)	30 (30)	1-13	– проработка лекций и работа с литературой по теме; – решение задач; – дополнительное изучение отдельных тем;	Опрос, типовой расчет, контр. работа
4	Случайные векторы	18	4 (2)		4 (2)	10 (30)	1-13	– проработка лекций и работа с литературой по теме; – решение задач; – дополнительное	Опрос, типовой расчет, контр. работа

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)					Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)	Задания по самостоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		Всего	ЛК	ЛР	ПР/СЕМ	СРС			
								изучение отдельных тем;	
5	Марковские процессы	21,8	2 (1)		2 (1)	17,8 (23)	1-13	– проработка лекций и работа с литературой по теме; – решение задач; – дополнительное изучение отдельных тем;	Опрос, типовой расчет, контр. работа
	Всего часов:	151,8 (189)	32 (28)		32 (28)	87,8 (133)			

План практических занятий

Раздел 1. Вероятности случайных событий

Цель: усвоение и закрепление студентами понятий случайное событие, вероятность случайного события и методов решения задач на нахождение вероятностей случайных событий. Изучение основных этапов развития теории вероятностей.

Вопросы для обсуждения:

11. Размещения. Перестановки. Сочетания.
12. Основной комбинаторный принцип.
13. Выборки с возвращением. Выборки без возвращения.
14. Основные понятия теории вероятностей. Случайные события. Операции над событиями. Классическая формула вероятности.
15. Основные понятия теории вероятностей. Несовместные события. Независимые события.

16. Теоремы сложения и умножения вероятностей.
17. Условная вероятность.
18. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
19. Повторение испытаний. Формула Бернулли.
20. Асимптотические формулы в схеме Бернулли.

Во время практических занятий в аудитории рекомендуется использовать следующие задачники:

6) Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. Задачи и упражнения по теории вероятностей. 5-е изд., испр. - М.: Академия, 2003 (задачи 1.1 - 1.48 на стр. 5 - 18, задачи 2.1 - 2.87 на стр. 21 - 48, задачи 3.1 - 3.41 на стр. 50-69, задачи 4.1 - 4.31 на стр. 71 -84).
7) Кибзун А. И. , Горяинова Е. Р. , Наумов А. В. «Теория вероятностей и математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачами: учебное пособие». 3-е изд., перераб. и доп. М.: Физматлит, 2007. - 232 с. (задачи 1 - 86 на стр. 41 - 52).
8) Г.В. Горелова, И.А. Кацко. Теория вероятностей и математическая статистика в примерах и задачах с применение Excel. Ростов-на-Дону: Феникс, 2006 (контрольные задания 1.1 - 1.12 на стр. 18 - 55, индивидуальные задания к модулю 1 на стр. 56 - 65).
9) Балдин К. В. , Башлыков В. Н. , Рукосуев А. В. «Теория вероятностей и математическая статистика: учебник». - 2 изд. М.: Дашков и Ко, 2014. - 473 с. (задачи 1.1 - 1.25 на стр. 46 - 50).
10) Мхитарян В. С. , Астафьева Е. В. , Миронкина Ю. Н. , Трошин Л. И. «Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие». - 2-е изд., перераб. и доп. М.: Московский финансово-промышленный университет «Синергия», 2013. - 336 с. (задачи 1.1 - 1.20 на стр. 28 - 30, задачи 2.1 - 2.20 на стр. 41 - 43, задачи 3.1 - 3.20 на стр. 47 - 50, задачи 4.1 - 4.20 на стр. 59 - 61).

Неразобранные во время аудиторных занятий задачи, предлагаются студентам для самостоятельного решения.

Раздел 2. Случайные величины

Цель: усвоение и закрепление студентами понятий случайная величина, функции распределения и плотности вероятностей случайной величины и методов решения задач на нахождение числовых характеристик случайных величин.

Вопросы для обсуждения:

1. Дискретные и непрерывные случайные величины;
2. Закон распределения вероятностей случайной величины;
3. Некоторые законы распределения дискретных и непрерывных случайных величин;
4. Числовые характеристики случайных величин;
5. Функция распределения случайной величины;

6. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины.

Во время практических занятий в аудитории рекомендуется использовать следующие задачники:

1) Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. Задачи и упражнения по теории вероятностей. 5-е изд., испр. - М.: Академия, 2003. (задачи 5.1-5.61 на стр. 91-123).
2) Кибзун А. И. , Горяинова Е. Р. , Наумов А. В. «Теория вероятностей и математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачами: учебное пособие». 3-е изд., перераб. и доп. М.: Физматлит, 2007. - 232 с. (задачи 1 - 61 на стр. 89 - 95).
3) Г.В. Горелова, И.А. Кацко. Теория вероятностей и математическая статистика в примерах и задачах с применение Excel. Ростов-на-Дону: Феникс, 2006. (контрольные задания 2.4-2.8 на стр. 74-97).
4) Балдин К. В. , Башлыков В. Н. , Рукосуев А. В. «Теория вероятностей и математическая статистика: учебник». - 2 изд. М.: Дашков и Ко, 2014. - 473 с. (задачи 2.1 - 2.21 на стр. 109 - 112).
5) Мхитарян В. С. , Астафьева Е. В. , Миронкина Ю. Н. , Трошин Л. И. «Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие». - 2-е изд., перераб. и доп. М.: Московский финансово-промышленный университет «Синергия», 2013. - 336 с. (задачи 5.1 - 5.20 на стр. 84 - 86, задачи 6.1 - 6.20 на стр. 102 - 105, задачи 7.1 - 7.20 на стр. 115 - 117).

Неразобранные во время аудиторных занятий задачи, предлагаются студентам для самостоятельного решения.

Раздел 3. Предельные теоремы теории вероятностей

Цель: усвоение и закрепление студентами основных утверждений, называемых законом больших чисел и методов решения задач, связанных с совокупным действием многих случайных величин.

Вопросы для обсуждения:

1. Неравенство Маркова;
2. Неравенство и теорема Чебышева;
3. Теорема Бернулли;
4. Центральная предельная теорема для одинаково распределенных случайных величин.

Во время практических занятий в аудитории рекомендуется использовать следующие задачники:

1) Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. Задачи и упражнения по теории вероятностей. 5-е изд., испр. - М.: Академия, 2003. (задачи 8.1-8.76 на стр. 211-260).

2) Кибзун А. И. , Горяинова Е. Р. , Наумов А. В. «Теория вероятностей и математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачами: учебное пособие». 3-е изд., перераб. и доп. М.: Физматлит, 2007. - 232 с. (задачи 1 - 16 на стр. 152 - 154).

3) Г.В. Горелова, И.А. Кацко. Теория вероятностей и математическая статистика в примерах и задачах с применение Excel. Ростов-на-Дону: Феникс, 2006. (контрольные задания 2.15 на стр. 121-123, индивидуальные задания к модулю 2 на стр. 123-136).

4) Мхитарян В. С. , Астафьева Е. В. , Миронкина Ю. Н. , Трошин Л. И. «Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие». - 2-е изд., перераб. и доп. М.: Московский финансово-промышленный университет «Синергия», 2013. - 336 с. (задачи 8.1 - 8.20 на стр. 125 - 127).

Неразобранные во время аудиторных занятий задачи, предлагаются студентам для самостоятельного решения.

Раздел 4. Случайные векторы

Цель: усвоение и закрепление студентами понятий функции случайного аргумента, многомерной случайной величины, коррелированность случайных величин и методов решения задач на нахождение характеристик случайного вектора, коэффициента корреляции.

Вопросы для обсуждения:

1. Функция двух случайных аргументов;
2. Системы двух случайных величин;
3. Плотность распределения непрерывной двумерной случайной величины и ее вероятностный смысл;
4. Коррелированность и зависимость случайных величин;
5. Корреляционный момент; коэффициент корреляции.

Во время практических занятий в аудитории рекомендуется использовать следующие задачники:

1) Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. Задачи и упражнения по теории вероятностей. 5-е изд., испр. - М.: Академия, 2003. (задачи 6.1-6.28 на стр. 131-150).

2) Кибзун А. И. , Горяинова Е. Р. , Наумов А. В. «Теория вероятностей и математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачами: учебное пособие». 3-е изд., перераб. и доп. М.: Физматлит, 2007. - 232 с. (задачи 1 - 24 на стр. 131 - 134).

3) Г.В. Горелова, И.А. Кацко. Теория вероятностей и математическая статистика в примерах и задачах с применение Excel. Ростов-на-Дону: Феникс, 2006. (контрольные задания 2.10 на стр. 101-103, контрольные задания 2.13 на стр. 113-115).

4) Балдин К. В. , Башлыков В. Н. , Рукосуев А. В. «Теория вероятностей и математическая статистика: учебник». - 2 изд. М.: Дашков и Ко, 2014. - 473 с. (задачи 3.1 - 3.25 на стр. 141 - 142).

5) Коршунов Д.А., Фосс С.Г., Эйсымонт И.М. Сборник задач и упражнений по теории вероятностей: Учебное пособие. - СПб.: Издательство «Лань», 2004. (задачи 10.1-10.39 на стр. 61-70).

Неразобранные во время аудиторных занятий задачи, предлагаются студентам для самостоятельного решения.

Раздел 5. Марковские процессы

Цель: усвоение и закрепление студентами понятий случайного процесса, марковского случайного процесса и методов решения задач, связанных с цепями Маркова.

Вопросы для обсуждения:

1. Цепь Маркова;
2. Переходные вероятности; матрица перехода;
3. Равенство Маркова;
4. Марковские процессы со счетным множеством состояний.

Во время практических занятий в аудитории рекомендуется использовать следующие задачники:

1) Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. Задачи и упражнения по теории вероятностей. 5-е изд., испр. - М.: Академия, 2003. (задачи 10.1-10.38 на стр. 328-362).

2) Балдин К. В. , Башлыков В. Н. , Рукосуев А. В. «Теория вероятностей и математическая статистика: учебник». - 2 изд. М.: Дашков и Ко, 2014. - 473 с. (задачи 4.1 - 4.8 на стр. 203 - 206).

Неразобранные во время аудиторных занятий задачи, предлагаются студентам для самостоятельного решения.

Задания для самостоятельной работы студентов

В данном пункте приводятся рекомендуемые вопросы для самостоятельного изучения. Также приводятся задачники с указанными номерами задач, рекомендуемые для самостоятельного решения.

Вопросы для самостоятельного изучения:

1. Сходимости случайных величин: сходимость почти наверное, сходимость по вероятности, слабая сходимость, сходимость средних и в среднем.
2. Вероятностные неравенства: неравенство Гельдера, неравенство Минковского, неравенство Йенсена.
3. Характеристические функции.
4. Производящие функции.
5. Безгранично делимые распределения.
6. Мартингалы.
7. Многомерное нормальное распределение.

Рекомендуемые задачи для самостоятельного решения:

1. Титов А. Н. , Бадертдинова Е. Р. , Климова А. С. «Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие» Казань: КГТУ, 2008. - 148 с. (задачи 1.1 - 1.8 на стр. 46 - 58).
2. Рябушко А. П. Индивидуальные задания по высшей математике в 4 частях Элементы теории устойчивости. Теория вероятностей. Математическая статистика: учебное пособие, Ч. 4. Операционное исчисление. - 4-е изд. Минск: Вышэйшая школа, 2013. - 336 с. (задачи из параграфов 18.1 - 18.10 главы 18 на стр. 125 - 175, индивидуальные домашние задания к главе 18 на стр. 176 - 219, дополнительные задачи к главе 18 на стр. 220 - 224).

План лекционных занятий

Раздел 1. Вероятности случайных событий

ЛЕКЦИЯ 1. Основные понятия и аксиоматика теории вероятностей Вероятность случайного события и ее свойства. Применение комбинаторных формул к практическому вычислению вероятности.

Здесь студенты знакомятся с такими основными понятиями теории вероятностей, как испытания и события; вероятностное пространство; виды случайных событий; равновозможные события; полная группа событий. Приводятся различные примеры, помогающие лучше понять и запомнить изучаемые понятия.

Затем можно привести определения операций над событиями. Перечислить стандартные свойства этих операций. Сформулировать «геометрическое» описание этих операций (круги Эйлера, они же - диаграммы Венна) и рассказать, как с помощью таких описаний можно обосновывать (но не «доказывать» в точном смысле этого слова) свойства операций над событиями. Показать на примере, как можно доказывать эти свойства и поручить студентам доказать некоторые из них в виде домашнего задания.

После этого можно перейти к понятию вероятности случайного события. Тут полезно отметить, что относительная частота может оказаться и равной 0 (например, для невозможного или очень редкого события). Рассказать об опытах Бюффона по бросанию монеты.

Дать основное определение: вероятность – это число, около которого группируются относительные частоты. Указать на распространенную ошибку – определять вероятность как предел относительных частот (не указывая, в каком смысле тут нужно понимать предел – обычное определение из математического анализа тут не подходит). Часто говорят, что вероятность – это мера случайности события, но это – лишь хорошее описание понятия вероятности, однако оно не является математическим определением.

После можно рассмотреть основные свойства вероятности. Тут указывается, что вероятность – это число, расположенное между 0 и 1. Вероятности, равные 0 и 1 – это вероятности невозможного и достоверного событий, но не только их.

После рассматриваются основные формулы комбинаторики. Здесь можно дать определение перестановок, сочетаний и размещений. Привести формулы для числа перестановок, сочетание, размещений. При этом отметить специфику определения факториала (0!=1 полагается по определению) Проиллюстрировать простейшие из этих формул (особенно полезны числа сочетаний по 1 или по 2). Привести конкретные примеры (например, рассмотреть разного рода группы из студентов, построенных в ряд).

При подготовке к лекции преподаватель может воспользоваться следующими литературными источниками:

[1]: Гл.1, параграфы 1-3;

[2]: Гл. 1; гл. 3, параграф 1.1;

[3]: Гл.1, параграфы 1 - 4.

<u>ЛЕКЦИИ 2 и 3.</u> Геометрическая вероятность. Теорема сложения вероятностей; несовместные события. Условная вероятность; теорема умножения вероятностей; независимые события; вероятность появления хотя бы одного события.

Здесь преподаватель может дать определение геометрической вероятности на основе меры «пространства возможных исходов», изображенного геометрически (тут мера – это длина, площадь, объем). Привести примеры вычисления такой геометрической вероятности. Показать, как строятся примеры событий, имеющих вероятность 0, но, в то же время, не являющихся невозможными (опровергнув распространенное заблуждение о том, что условие «вероятность события равна нулю» эквивалентно невозможности события).

При рассмотрении теоремы сложения следует отметить важность понятия несовместных событий. Рассмотреть пример, когда вероятности событий-слагаемых равны 0.7 и 0.8, так что сумма вероятностей тут будет больше 1.

Затем можно рассмотреть вероятности противоположных событий. Вывести способ вычисления вероятности противоположного события. Тут на примерах полезно показать, что иногда удобнее вычислять вероятность не самого события, а ему противоположного.

После можно перейти к рассмотрению понятия условной вероятности и теоремы умножения. Следует отметить, что на самом деле теорема умножения вероятностей – в общем случае есть просто вариант определения условной вероятности. Самостоятельное значение она имеет только для независимых событий. Привести пример вычисления вероятности многократного повтора некоторого события (например, вероятности непопадания в цель при стрельбе).

Полезно разобрать примеры, показывающие различие понятий независимых и несовместных событий.

При подготовке к лекциям преподаватель может воспользоваться следующими литературными источниками:

[1]: Гл.1, параграфы 4-8; Гл.2, параграф 1; Гл.3, параграфы 1-5;

[2]: Гл. 1, параграфы 1.2, 1.3;

[3]: Гл. 2, параграфы 1 - 3.

ЛЕКЦИИ 4 и 5. Формула полной вероятности и формула Байеса. Схема Бернулли. Предельные случаи в схеме Бернулли.

Здесь важно четко выделить понятие полной группы событий, проанализировать все элементы определения полной группы и дать простые, конкретные примеры и один-два более сложных примера полных групп событий.

Доказательство формулы полной вероятности очень полезно – оно позволяет проиллюстрировать применение простейших свойств алгебры событий и свойств вероятности.

Формула Байеса (или Бейеса – тут имеются разночтения).Другое ее название – формула гипотез. Нужно объяснить смысл этого второго названия. Записать эту формулу и привести пример ее применения – например, для пересмотра априорных вероятностей.

Схема и формула Бернулли. Привести примеры серий опытов, которые можно рассматривать как последовательность независимых испытаний. Указать примеры серий зависимых испытаний (тем самым не подходящих под схему Бернулли). Полезно доказать формулу Бернулли хотя бы вкратце (не ограничиваясь просто указанием самой формулы).

Теоремы Пуассона и Муавра-Лапласа. Вначале на примере показать трудности при применении формулы Бернулли в некоторых задачах (когда велико число испытаний, а вероятность отдельного события очень мала). Нужно обязательно объяснить, в каких случаях удобнее применять формулу Пуассона, а в каких – формулы Муавра-Лапласа.

При подготовке к лекции преподаватель может воспользоваться следующими литературными источниками:

[1]: Гл.4, параграфы 1-3; Гл.5, параграфы 1-4;

[3]:Гл. 3, параграфы 1 - 5, Гл. 4, параграфа 1 - 7;

[4]: Гл.3, параграфы 4-5; Гл.4, параграфы 1-5.

Раздел 2. Случайные величины

ЛЕКЦИЯ 6. Дискретные и непрерывные случайные величины; закон распределения вероятностей случайной величины; биномиальное распределение; распределение Пуассона; геометрическое распределение; гипергеометрическое распределение.

Случайные величины – это числовые характеристики случайных событий. Привести примеры случайных величин – из области азартных игр, из окружающего мира (температура тела, рост и вес случайно выбранного студента и др.). Указать, что случайные величины бывают дискретными (не давая тут абсолютно точного определения), непрерывными и смешанными.

Закон распределения и функция распределения дискретной случайной величины. Тут необходимо, помимо прочего, описать взаимную связь закона распределения и функции распределения для дискретных случайных величин. Рассказать, как построить график функции распределения по закону распределения дискретной случайной величины и как сделать обратный переход.

Биномиальное распределение, геометрическое, гипергеометрическое распределения и распределение Пуассона. Тут важно, кроме определений, привести примеры конкретных случайных величин, распределенных по этим законам.

При подготовке к лекции преподаватель может воспользоваться следующими литературными источниками:

[1]: Гл.6, параграф 1-8;

[2]: Гл.2, параграфы 2.1, 2.2;

[3]: Гл.5, параграфы 1 - 2.

ЛЕКЦИИ 7 и 8. Числовые характеристики дискретных случайных величин: математическое ожидание и его свойства; дисперсия и ее свойства; среднее квадратическое отклонение; начальные и центральные теоретические моменты.

Математическое ожидание. Дать обоснование определения и механическую интерпретацию (как центра тяжести единичной распределенной массы). Отметить , что математическое ожидание – не есть, вообще говоря, среднее значение случайной величины (ибо оно может не быть значением этой величины), а это – ее значение в среднем, можно его называть усредненным значением. Сформулировать свойства математического ожидания и доказать их. Отметить важность независимости случайных величин в формуле для математического ожидания произведения случайных величин.

Дисперсия, среднее квадратичное отклонение, моменты. Сформулировать и доказать свойства дисперсии. Дисперсия - характеристика рассеяния случайной величины вокруг усредненного значения. Тут полезно ввести понятие центрированной случайной величины. Обязательно доказать, что дисперсия суммы независимых случайных величин равна сумме дисперсий. Полезно тут дать обоснование правила (широко используемого в технике) среднего арифметического нескольких однородных результатов (показав, как при этом уменьшается дисперсия). Ввести понятия начальных и центральных моментов.

При подготовке к лекциям преподаватель может воспользоваться следующими литературными источниками:

[1]: Гл.7, параграф 1-5; гл. 8, параграф 1-10;

[2]: Гл.2, параграфы 2.3, 2.4;

[3]: Гл.5, параграф 3.

ЛЕКЦИИ 9, 10 и 11. Функция распределения; ее свойства и график. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины; свойства плотности распределения; вероятностный смысл плотности распределения; закон равномерного распределения вероятностей. Нормальное распределение; правило трех сигм; показательное распределение.

Функция распределения и плотность распределения непрерывной случайной величины, их взаимосвязь и свойства. Тут очень полезно дать «механическую» интерпретацию для функции плотности (как «вероятности на единицу длины »). Доказать основные свойства функций распределения и плотности. Вывести формулу попадания случайной величины в интервал (отметив неточность названия – речь идет на самом деле о вероятности попадания в полуинтервал). Указать другие варианты терминологии (дифференциальная и интегральная функции распределения), учитывая их распространенность на Западе.

Равномерное распределение вероятностей. Вначале ввести равномерное распределение как такое, плотность которого постоянна в некотором отрезке (и равна 0 вне него). Рассказать, как на практике возникают такого рода распределения (например, время ожидания автобуса). Объяснить, как можно однозначно определить константу, входящую в формулу для плотности равномерного распределения. Вывести формулы для математического ожидания, дисперсии и среднего квадратического отклонения равномерного закона.

Нормальный закон распределения вероятностей. Полезно уже здесь указать на весьма универсальный характер нормального закона распределения (позже это будет обосновано ссылкой на ЦПТ). Нормальная кривая (кривая Гаусса). Указать на широкую распространенность этой кривой в технике и отметить, что иногда ее рисуют неточно. Вычисление вероятности попадания в заданный интервал нормальной случайной величины. Для примера вывести и формулу попадания в симметричный интервал, особенно это полезно для нормального распределения. Вывести формулы для математического ожидания, дисперсии и среднего квадратического отклонения нормального закона.

Показательное распределение. Указать в качестве примера на его связь с вероятностью времени отказа оборудования. Вывести формулы для математического ожидания, дисперсии и среднего квадратического отклонения показательного закона. Построить функцию распределения показательного закона.

При подготовке к лекциям преподаватель может воспользоваться следующими литературными источниками:

[1]: Гл.10, параграфы 1 - 3;
[3]: Гл.5, параграф 4.

Список литературных источников, которые можно использовать для подготовки к лекционным занятиям:

1. В.Е. Гмурман. Теория вероятностей и математическая статистика. 9-е изд., стер.—М.: Высшая школа, 2003.
2. Яковлев В. П. «Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие». 3-е изд. М.: Дашков и Ко, 2012. - 182 с.
3. Бочаров П.П. , Печинкин А.В. «Теория вероятностей. Математическая статистика» - 2 изд. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 296 с.

Приложение № 2

Рейтинг-план дисциплины

Теория вероятностей

Направление: Прикладная математика и информатика
Направленность (профиль) подготовки: Прикладная математика и информационные технологии
Курс 3, семестр 5

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
Модуль 1				
Текущий контроль			**10**	**17**
1. Аудиторная работа			1	2
2. Выполнение самостоятельных работ	3	3	5	9
3. Типовой расчет № 1			4	6
Рубежный контроль			**3**	**10**
1. Контрольная работа № 1		1	3	10
Модуль 2				
Текущий контроль			**10**	**17**
1. Аудиторная работа			1	2
2. Выполнение самостоятельных работ		3	5	9
3. Типовой расчет № 2			3	6
Рубежный контроль			**3,5**	**10**
1. Контрольная работа № 2			2,5	10
Модуль 3				
Текущий контроль			**5**	**6**
1. Аудиторная работа			1	2
2. Выполнение самостоятельных работ		1	2	4
Рубежный контроль			**3,5**	**10**
1. Тест			3,5	10
Поощрительные баллы				
1. Выполнение заданий повышенной трудности	1	10	0	10
Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)				
1. Посещение лекционных занятий			0	6
2. Посещение практических занятий			0	10
Итоговый контроль				
1. Экзамен			0	30

ИТОГО			**35**	**110**