

ФГБОУ ВО «УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»  
СИБАЙСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ) УУНиТ  
ЕСТЕСТВЕННО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Утверждено:  
на заседании кафедры  
протокол № 11 от «31» мая 2023 г.

И.о. зав.кафедрой Гумеров И.С.



Согласовано:  
Председатель УМК естественно-  
математического факультета

Ильбулова Г.Р. / Ильбулова Г.Р.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Дисциплина **МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ЭКОНОМИКЕ**

(наименование дисциплины)

### **Часть, формируемая участниками образовательных отношений**

(обязательная часть или часть, формируемая участниками образовательных отношений, факультатив)

### **программа бакалавриата**

Направление подготовки

#### **01.03.02 Прикладная математика и информатика**

(указывается код и наименование направления подготовки)

Направленность (профиль) подготовки

#### **Прикладная математика и информационные технологии**

(указывается наименование направленности (профиля) подготовки)

Квалификация

#### **бакалавр**

(указывается квалификация)

Разработчик (составитель)

доцент, к.ф.-м.н.,

(должность, ученая степень, ученое звание)

О.Н. / Беликова О.Н.

Для приема: 2023 г.

Сибай 2023 г.

Составитель: Беликова О.Н.

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры прикладной математики и информационных технологий, протокол № 11 от «31» мая 2023 г.

И.о. заведующего кафедрой

 / Гумеров И.С./

Дополнения и изменения, внесенную в рабочую программу дисциплины

---

---

утверждены на заседании кафедры

протокол №\_\_ от «\_\_» 20\_\_ г.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ /

Дополнения и изменения, внесенную в рабочую программу дисциплины

---

---

утверждены на заседании кафедры

протокол №\_\_ от «\_\_» 20\_\_ г.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ /

Дополнения и изменения, внесенную в рабочую программу дисциплины

---

---

утверждены на заседании кафедры

протокол №\_\_ от «\_\_» 20\_\_ г.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ /

## **Список документов и материалов**

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций
2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы
3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)
4. Фонд оценочных средств по дисциплине
  - 4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине
  - 4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций
  - 4.3. Рейтинг-план дисциплины
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины
  - 5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины
  - 5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины
6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

**1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций**

По итогам освоения дисциплины обучающийся должен достичь следующих результатов обучения:

<b>Категория (группа) компетенций</b>	<b>Формируемая компетенция (с указанием кода)</b>	<b>Код и наименование индикатора достижения компетенции</b>	<b>Результаты обучения по дисциплине</b>
Универсальные компетенции	УК-9: Способен принимать обоснованные экономические решения в различных областях жизнедеятельности	Знает: базовые принципы функционирования экономики и экономического развития, цели и формы участия государства в экономике, методы личного экономического и финансового планирования, основные финансовые инструменты, используемые для управления личными финансами	Знать: базовые принципы функционирования экономики и экономического развития, цели и формы участия государства в экономике, методы личного экономического и финансового планирования, основные финансовые инструменты, используемые для управления личными финансами
		Умеет: анализировать информацию для принятия обоснованных экономических решений, применять экономические знания при выполнении практических задач	Уметь: анализировать информацию для принятия обоснованных экономических решений, применять экономические знания при выполнении практических задач
		Владеет: способностью использовать основные положения и методы экономических наук при решении социальных и профессиональных задач	Владеть: способностью использовать основные положения и методы экономических наук при решении социальных и профессиональных задач
Профессиональные компетенции	ПК-2: Владеет навыками обучения по предмету математика.	ПК-2.1. Знает: -основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; -представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений; -теорию и методику преподавания математики; -специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и ограниченно используется в семье и ближайшем окружении.	Знать: -основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; -представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений; -теорию и методику преподавания математики; -специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и ограниченно используется в семье и ближайшем окружении.

		<p><b>ПК-2.2. Умеет:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- совместно с обучающимися строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических и иных контекстах, понимать рассуждение обучающихся;</li> <li>-анализировать предлагаемое обучающимся рассуждение с результатом: подтверждение его правильности или нахождение ошибки и анализ причин ее возникновения; помогать обучающимся в самостоятельной локализации ошибки, ее исправлении; оказывать помощь в улучшении (обобщении, сокращении, более ясном изложении) рассуждения</li> <li>-формировать у обучающихся убеждение в абсолютности математической истины и математического доказательства, предотвращать формирование модели поверхностной имитации действий, ведущих к успеху, без ясного понимания смысла; поощрять выбор различных путей в решении поставленной задачи.</li> </ul>	<p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- совместно с обучающимися строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических и иных контекстах, понимать рассуждение обучающихся;</li> <li>-анализировать предлагаемое обучающимся рассуждение с результатом: подтверждение его правильности или нахождение ошибки и анализ причин ее возникновения; помогать обучающимся в самостоятельной локализации ошибки, ее исправлении; оказывать помощь в улучшении (обобщении, сокращении, более ясном изложении) рассуждения</li> <li>-формировать у обучающихся убеждение в абсолютности математической истины и математического доказательства, предотвращать формирование модели поверхностной имитации действий, ведущих к успеху, без ясного понимания смысла; поощрять выбор различных путей в решении поставленной задачи.</li> </ul>
		<p><b>ПК-2.3. Владеет:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- способностью логического рассуждения и коммуникации, установки на использование этой способности, на ее ценность;</li> <li>-способностью постижения основ математических моделей реального объекта или процесса, применения моделирования для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств;</li> <li>-навыками формирования конкретных знаний, умений и навыков в области математики и информатики;</li> <li>-навыками формирования внутренней (мысленной) модели математической ситуации (включая пространственный образ);</li> <li>-навыками формирования у обучающихся умения проверять математическое доказательство, приводить опровергающий пример;</li> </ul>	<p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- способностью логического рассуждения и коммуникации, установки на использование этой способности, на ее ценность;</li> <li>-способностью постижения основ математических моделей реального объекта или процесса, применения моделирования для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств;</li> <li>-навыками формирования конкретных знаний, умений и навыков в области математики и информатики;</li> <li>-навыками формирования внутренней (мысленной) модели математической ситуации (включая пространственный образ);</li> <li>-навыками формирования у обучающихся умения проверять математическое доказательство, приводить опровергающий пример;</li> </ul>

		-навыками формирования у обучающихся умения выделять подзадачи в задаче, перебирать возможные варианты объектов и действий.	-навыками формирования у обучающихся умения выделять подзадачи в задаче, перебирать возможные варианты объектов и действий.
--	--	---	---

## 2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Математические методы в экономике» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений.

Дисциплина изучается на 4 курсе в 7 семестре очной формы обучения и на 4 курсе в 8 семестреочно-заочной формы обучения.

В курсе «Математические методы в экономике» изучаются математические модели экономических процессов и некоторые вопросы исследования операций: модели линейного программирования и задачи массового обслуживания.

Дисциплина «Математические методы в экономике» знакомит обучающихся с широким кругом математического аппарата, используемого в экономических понятиях, принципах, закономерностях, составляющих основу современного экономического мышления, и закладывающих фундамент для последующего изучения конкретных экономических дисциплин.

Цель дисциплины: расширить и углубить знания в области экономического анализа со значительным использованием математического аппарата и научить их использовать полученные знания в профессиональной деятельности.

Для усвоения дисциплины обучаемый должен владеть основами экономического анализа и базовым математическим аппаратом. Обучаемый должен обладать навыками системного, функционального и статистического анализа, а также владеть основными понятиями экономической теории, микро- и макроэкономики.

## 3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)

Содержание рабочей программы представлено в Приложении № 1.

## 4. Фонд оценочных средств по дисциплине

### 4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Код и формулировка компетенции:

**УК – 9** – Способен принимать обоснованные экономические решения в различных областях жизнедеятельности.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания результатов обучения	
		«Не засчитено»	«Засчитено»
Знает базовые принципы функционирования экономики	Знать базовые принципы функционирования экономики	Не знает базовых принципов функционирования экономики и экономиче-	Сформированное и систематизированное знание базовых принципов функционирования экономики

ники и экономического развития, цели и формы участия государства в экономике, методы личного экономического и финансового планирования, основные финансовые инструменты, используемые для управления личными финансами	номики и экономического развития, цели и формы участия государства в экономике, методы личного экономического и финансового планирования, основные финансовые инструменты, используемые для управления личными финансами	ского развития, целей и форм участия государства в экономике, методов личного экономического и финансового планирования, основных финансовых инструментов, используемых для управления личными финансами	ционирования экономики и экономического развития, целей и форм участия государства в экономике, методов личного экономического и финансового планирования, основных финансовых инструментов, используемых для управления личными финансами.
Умеет анализировать информацию для принятия обоснованных экономических решений, применять экономические знания при выполнении практических задач	Уметь анализировать информацию для принятия обоснованных экономических решений, применять экономические знания при выполнении практических задач	Демонстрирует поверхностные умения анализировать информацию для принятия обоснованных экономических решений, применять экономические знания при выполнении практических задач	Показывает весь комплекс умений анализировать информацию для принятия обоснованных экономических решений, применять экономические знания при выполнении практических задач.
Владеет способностью использовать основные положения и методы экономических наук при решении социальных и профессиональных задач	Владеть способностью использовать основные положения и методы экономических наук при решении социальных и профессиональных задач	Не демонстрирует способностей использовать основные положения и методы экономических наук при решении социальных и профессиональных задач	Демонстрирует сформированные способности использовать основные положения и методы экономических наук при решении социальных и профессиональных задач.

**ПК – 2 – Владеет навыками обучения по предмету математика.**

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания результатов обучения	
		«Не зачтено»	«Зачтено»
ПК-2.1. Знает -основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; -представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений; -теорию и методику преподавания математики; -специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и ограниченно используется	Знать -основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; -представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений; -теорию и методику преподавания математики; -специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и ограниченно используется	Не знает основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; не имеет представления о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений; не знает теорию и методику преподавания математики; специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и ограниченно используется	Сформированное и систематизированное знание основ математической теории и перспективных направлений развития современной математики; имеет представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений; знает теорию и методику преподавания математики; знает специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и ограниченно используется

<p>-специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и ограниченно используется в семье и ближайшем окружении</p>	<p>ский язык не является родным и ограниченно используется в семье и ближайшем окружении</p>	<p>в семье и ближайшем окружении</p>	<p>является родным и ограничено используется в семье и ближайшем окружении</p>
<p><b>ПК-2.2. Умеет</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- совместно с обучающимися строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических и иных контекстах, понимать рассуждение обучающихся;</li> <li>- анализировать предлагаемое обучающимся рассуждение с результатом: подтверждение его правильности или нахождение ошибки и анализ причин ее возникновения; помогать обучающимся в самостоятельной локализации ошибки, ее исправлении; оказывать помощь в улучшении (обобщении, сокращении, более ясном изложении) рассуждения;</li> <li>- формировать у обучающихся убеждение в абсолютности математической истины и математического доказательства, предотвращать формирование модели поверхностной имитации действий, ведущих к успеху, без ясного понимания смысла; поощрять выбор различных путей в решении поставленной задачи</li> </ul>	<p><b>Уметь</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- совместно с обучающимися строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических и иных контекстах, понимать рассуждение обучающихся;</li> <li>- анализировать предлагаемое обучающимся рассуждение с результатом: подтверждение его правильности или нахождение ошибки и анализ причин ее возникновения; помогать обучающимся в самостоятельной локализации ошибки, ее исправлении; оказывать помощь в улучшении (обобщении, сокращении, более ясном изложении) рассуждения;</li> <li>- формировать у обучающихся убеждение в абсолютности математической истины и математического доказательства, предотвращать формирование модели поверхностной имитации действий, ведущих к успеху, без ясного понимания смысла; поощрять выбор различных путей в решении поставленной задачи</li> </ul>	<p>Демонстрирует поверхностные умения совместно с обучающимися строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических и иных контекстах, понимать рассуждение обучающихся; анализировать предлагаемое обучающимся рассуждение с результатом: подтверждение его правильности или нахождение ошибки и анализ причин ее возникновения; помогать обучающимся в самостоятельной локализации ошибки, ее исправлении; оказывать помощь в улучшении (обобщении, сокращении, более ясном изложении) рассуждения; формировать у обучающихся убеждение в абсолютности математической истины и математического доказательства, предотвращать формирование модели поверхностной имитации действий, ведущих к успеху, без ясного понимания смысла; поощрять выбор различных путей в решении поставленной задачи</p>	<p>Показывает весь комплекс умений совместно с обучающимися строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических и иных контекстах, понимать рассуждение обучающихся; анализировать предлагаемое обучающимся рассуждение с результатом: подтверждение его правильности или нахождение ошибки и анализ причин ее возникновения; помогать обучающимся в самостоятельной локализации ошибки, ее исправлении; оказывать помощь в улучшении (обобщении, сокращении, более ясном изложении) рассуждения; формировать у обучающихся убеждение в абсолютности математической истины и математического доказательства, предотвращать формирование модели поверхностной имитации действий, ведущих к успеху, без ясного понимания смысла; поощрять выбор различных путей в решении поставленной задачи</p>

пять выбор различных путей в решении поставленной задачи			
ПК-2.3. Владеет - способностью логического рассуждения и коммуникации, установки на использование этой способности, на ее ценность; -способностью постижения основ математических моделей реального объекта или процесса, применения моделирования для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; -навыками формирования конкретных знаний, умений и навыков в области математики и информатики; -навыками формирования внутренней (мысленной) модели математической ситуации (включая пространственный образ); -навыками формирования у обучающихся умения проверять математическое доказательство, приводить опровергающий пример; -навыками формирования у обучающихся умения выделять подзадачи в задаче, перебирать возможные варианты объектов и действий	<p><i>Владеть</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- способностью логического рассуждения и коммуникации, установки на использование этой способности, на ее ценность;</li> <li>-способностью постижения основ математических моделей реального объекта или процесса, применения моделирования для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств;</li> <li>-навыками формирования конкретных знаний, умений и навыков в области математики и информатики;</li> <li>-навыками формирования внутренней (мысленной) модели математической ситуации (включая пространственный образ);</li> <li>-навыками формирования у обучающихся умения проверять математическое доказательство, приводить опровергающий пример;</li> <li>-навыками формирования у обучающихся умения выделять подзадачи в задаче, перебирать возможные варианты объектов и действий</li> </ul>	<p>Не демонстрирует способностей логического рассуждения и коммуникации, установки на использование этой способности, на ее ценность; способностей постижения основ математических моделей реального объекта или процесса, применения моделирования для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; навыков формирования конкретных знаний, умений и навыков в области математики и информатики; навыков формирования внутренней (мысленной) модели математической ситуации (включая пространственный образ); навыков формирования у обучающихся умения проверять математическое доказательство, приводить опровергающий пример; навыков формирования у обучающихся умения выделять подзадачи в задаче, перебирать возможные варианты объектов и действий</p>	<p>Демонстрирует сформированные способности логического рассуждения и коммуникации, установки на использование этой способности, на ее ценность; способности постижения основ математических моделей реального объекта или процесса, применения моделирования для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; навыки формирования конкретных знаний, умений и навыков в области математики и информатики; навыки формирования внутренней (мысленной) модели математической ситуации (включая пространственный образ); навыки формирования у обучающихся умения проверять математическое доказательство, приводить опровергающий пример; навыки формирования у обучающихся умения выделять подзадачи в задаче, перебирать возможные варианты объектов и действий</p>

**4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине.**

<b>Код и наименование индикатора достижения компетенции</b>	<b>Результаты обучения по дисциплине</b>	<b>Оценочные средства</b>
УК-9: способен принимать обоснованные экономические решения в различных областях жизнедеятельности	Знать: базовые принципы функционирования экономики и экономического развития, цели и формы участия государства в экономике, методы личного экономического и финансового планирования, основные финансовые инструменты, используемые для управления личными финансами	Индивидуальный опрос; Групповой опрос; Решение задач; Тесты; Самостоятельные работы
	Уметь: анализировать информацию для принятия обоснованных экономических решений, применять экономические знания при выполнении практических задач	Индивидуальный опрос; Групповой опрос; Решение задач; Тесты; Самостоятельные работы Зачет
	Владеть: способностью использовать основные положения и методы экономических наук при решении социальных и профессиональных задач	

<b>Код и наименование индикатора достижения компетенции</b>	<b>Результаты обучения по дисциплине</b>	<b>Оценочные средства</b>
ПК-2.1. Знает: -основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; -представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений; -теорию и методику преподавания математики; -специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и ограниченно используется в семье и ближайшем окружении. ПК-2.2. Умеет: - совместно с обучающимися строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических и иных контекстах, понимать рассуждение обучающихся; -анализировать предлагаемое обучающимся рассуждение с результатом: подтверждение его правильности или нахождение ошибки и анализ причин ее возникновения; помогать обучающимся в самостоятельной локализации ошибки, ее исправлении; оказывать помощь в улучшении (обобщении, сокращении, более ясном изложении) рассуждения	Знать: -основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; -представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений; -теорию и методику преподавания математики; -специальные подходы и источники информации для обучения математике детей, для которых русский язык не является родным и ограниченно используется в семье и ближайшем окружении.  Уметь: - совместно с обучающимися строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических и иных контекстах, понимать рассуждение обучающихся; -анализировать предлагаемое обучающимся рассуждение с результатом: подтверждение его правильности или нахождение ошибки и анализ причин ее возникновения; помогать обучающимся в самостоятельной локализации ошибки, ее исправлении; оказывать помощь в улучшении (обобщении, сокращении, более ясном изложении) рассуждения	Индивидуальный опрос; Групповой опрос; Решение задач; Тесты; Самостоятельные работы

<p>лизации ошибки, ее исправления; оказывать помощь в улучшении (обобщении, сокращении, более ясном изложении) рассуждения</p> <p>-формировать у обучающихся убеждение в абсолютности математической истины и математического доказательства, предотвращать формирование модели поверхностной имитации действий, ведущих к успеху, без ясного понимания смысла; поощрять выбор различных путей в решении поставленной задачи.</p>	<p>-формировать у обучающихся убеждение в абсолютности математической истины и математического доказательства, предотвращать формирование модели поверхностной имитации действий, ведущих к успеху, без ясного понимания смысла; поощрять выбор различных путей в решении поставленной задачи.</p>	
<p>ПК-2.3. Владеет:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- способностью логического рассуждения и коммуникации, установки на использование этой способности, на ее ценность;</li> <li>-способностью постижения основ математических моделей реального объекта или процесса, применения моделирования для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств;</li> <li>-навыками формирования конкретных знаний, умений и навыков в области математики и информатики;</li> <li>-навыками формирования внутренней (мысленной) модели математической ситуации (включая пространственный образ);</li> <li>-навыками формирования у обучающихся умения проверять математическое доказательство, приводить опровергающий пример;</li> <li>-навыками формирования у обучающихся умения выделять подзадачи в задаче, перебирать возможные варианты объектов и действий.</li> </ul>	<p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- способностью логического рассуждения и коммуникации, установки на использование этой способности, на ее ценность;</li> <li>-способностью постижения основ математических моделей реального объекта или процесса, применения моделирования для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств;</li> <li>-навыками формирования конкретных знаний, умений и навыков в области математики и информатики;</li> <li>-навыками формирования внутренней (мысленной) модели математической ситуации (включая пространственный образ);</li> <li>-навыками формирования у обучающихся умения проверять математическое доказательство, приводить опровергающий пример;</li> <li>-навыками формирования у обучающихся умения выделять подзадачи в задаче, перебирать возможные варианты объектов и действий.</li> </ul>	<p>Подготовка докладов (рефератов); Индивидуальный опрос; Групповой опрос; Решение задач; Тесты; Самостоятельные работы; Вопросы зачета</p>

Критериями оценивания при *модульно-рейтинговой системе* являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины (для зачета: текущий контроль – максимум 50 баллов; рубежный контроль – максимум 50 баллов, поощрительные баллы – максимум 10)

Шкалы оценивания:

для зачета:

зачтено – от 60 до 110 рейтинговых баллов (включая 10 поощрительных баллов),  
не зачтено – от 0 до 59 рейтинговых баллов).

### Рейтинг-план дисциплины

#### Математическое моделирование в экономике

Направление: Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) подготовки: Прикладная математика и информационные технологии

Курс 4, семестр 7

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы			
			Минимальный	Максимальный		
<b>Модуль 1. Модели линейного программирования</b>						
<b>Текущий контроль</b>			<b>15</b>	<b>25</b>		
1. Работа на практическом занятии	1	5	2	5		
2. Выполнение самостоятельных работ	4	5	13	20		
<b>Рубежный контроль</b>			<b>15</b>	<b>20</b>		
1. Контрольная работа №1.	20	1	15	15		
<b>Модуль 2. Элементы теории массового обслуживания</b>						
<b>Текущий контроль</b>			<b>15</b>	<b>25</b>		
1. Работа на практическом занятии	2,5	4	5	10		
2. Выполнение самостоятельных работ	5	3	10	15		
<b>Рубежный контроль</b>			<b>15</b>	<b>30</b>		
1. Контрольная работа №2.	15	1	10	15		
2. Тестовый контроль		1	5	15		
<b>Поощрительные баллы</b>						
1. Выполнение задач повышенной сложности, студенческая олимпиада или публикация статей	10	1	0	10		
<b>Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)</b>						
1. Посещение лекционных занятий		0	-6			
2. Посещение практических занятий		0	-10			
<b>Итоговый контроль</b>						
Зачет (дифференцированный зачет)		<b>60</b>	<b>110</b>			

#### **Задания для контрольных работ**

Контрольная работа №1 используется для рубежного контроля в модуле 1, контрольная работа №2 - для рубежного контроля в модуле 2.

Компетенции считаются сформированными, если студент набирает за контрольную работу от 15 до 25 баллов.

#### **Контрольная работа №1. Модели линейного программирования**

### Задача 1.

Составить математическую модель задачи.

Варианты 1-6. Предприятие производит три вида изделия  $A, B, C$ . При этом используется сырье, трудовые ресурсы и учитываются накладные расходы. Затраты каждого ресурса, на производство одного изделия определенного вида заданы в таблице или в матрицах. Известны также запасы ресурсов  $b_i$  ( $i=1,2,3$ ) , 1- сырье, 2 – трудовые ресурсы, 3- накладные работы.

В вариантах 1-3 приводится прибыль от реализации изделия каждого вида  $c_j$  ( $j=1,2,3$ ) .

В вариантах 4-6 – расход электроэнергии на каждом изделии  $d_j$  ( $j=1,2,3$ ) .

Во всех вариантах требования к производству таковы, что необходимо, чтобы трудовые ресурсы использовались полностью.

В вариантах 1-3- требуется найти план производства изделий, обеспечивающих максимальную прибыль, а в вариантах 4-6- при тех же условиях найти план, при котором расход электроэнергии будет минимален.

Тип Ресурса \ Вид изделия	Затраты ресурса на изготовление одного изделия		
	A	B	C
Сырье	3	4	2
Трудовые ресурсы	5	7	4
Накладные расходы	3	1	3

$$b_i = (350; 220; 130)$$

$$c_j = (14; 18; 23)$$

В вариантах 2-6 представленная матрица соответствует таблице в варианте 1.

$$2) \begin{pmatrix} 3 & 4 & 3 \\ 8 & 11 & 5 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix} \quad b_i = (200; 150; 180)$$

$$c_j = (14; 18; 23)$$

$$3) \begin{pmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 13 & 9 & 7 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \quad b_i = (150; 170; 230)$$

$$c_j = (22; 19; 16)$$

$$4) \begin{pmatrix} 4 & 6 & 3 \\ 10 & 11 & 19 \\ 1 & 5 & 8 \end{pmatrix} \quad b_i = (105; 90; 180)$$

$$d_j = (8; 14; 13)$$

$$5) \begin{pmatrix} 5 & 7 & 6 \\ 12 & 18 & 15 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix} \quad b_i = (170; 60; 110)$$

$$d_j = (3; 1; 1)$$

$$6) \begin{pmatrix} 7 & 4 & 6 \\ 9 & 7 & 14 \\ 5 & 3 & 2 \end{pmatrix} \quad b_i = (60; 90; 130)$$

$$d_j = (2; 1; 2)$$

Варианты 7-12. При кормлении скота к составу кормовой смеси предъявляются следующие требования. Она должна содержать не более  $b_1$  единиц биостимуляторов, ровно  $b_2$  единиц микроэлементов и не менее  $b_3$  кормовых единиц. Эти вещества содержатся в комбикормах трех видов: 1,2,3.

Удельное содержание полезных веществ в комбикормах задано в таблице или в матрицах.

В вариантах 7-9 приведены себестоимость  $c_j$  ( $j=1,2,3$ ) килограмма каждого комбикорма, а в вариантах 10-12 заданы удельные калорийности комбикормов  $d_j$  ( $j=1,2,3$ ) .

Вид комбикорма	Удельное содержание питательных веществ
----------------	---

Питательные вещества	1	2	3
Биостимуляторы	3	4	2
Микроэлементы	6	8	4
Кормовые единицы	2	5	3

$$b_i = (25; 35; 15)$$

$$c_j = (8; 14; 7)$$

В вариантах 8-12 представленная матрицы соответствует таблице в задаче 7

$$\begin{array}{ll} 8) \begin{pmatrix} 5 & 6 & 3 \\ 13 & 9 & 7 \\ 4 & 4 & 1 \end{pmatrix} & b_i = (18; 23; 34) \quad c_j = (7; 13; 19) \\ 10) \begin{pmatrix} 5 & 6 & 8 \\ 14 & 15 & 19 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} & b_i = (15; 9; 17) \quad d_j = (16; 13; 22) \\ 12) \begin{pmatrix} 5 & 7 & 3 \\ 4 & 2 & 6 \\ 8 & 3 & 9 \end{pmatrix} & b_i = (4; 8; 7) \quad d_j = (5; 11; 9) \end{array}$$

$$9) \begin{pmatrix} 3 & 3 & 6 \\ 12 & 9 & 11 \\ 8 & 4 & 2 \end{pmatrix} \quad b_i = (23; 19; 18) \quad c_j = (5; 11; 4)$$

$$11) \begin{pmatrix} 8 & 14 & 2 \\ 6 & 4 & 5 \\ 11 & 13 & 19 \end{pmatrix} \quad b_i = (15; 19; 7) \quad d_j = (7; 14; 3)$$

### Задача 2.

Решить задачу линейного программирования графическим способом

$$1. F = x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 14 \\ -5x_1 + 3x_2 \leq 15 \\ 4x_1 + 6x_2 \geq 24 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0; x_2 \geq 0$$

$$2. F = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 \leq 12 \\ -x_1 + 3x_2 \leq 6 \\ 2x_1 + 4x_2 \geq 16 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0; x_2 \geq 0$$

$$3. F = -2x_1 + x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 \leq 12 \\ -x_1 + 2x_2 \leq 8 \\ 2x_1 + 3x_2 \geq 6 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0; x_2 \geq 0$$

$$4. F = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 6 \\ 3x_1 + 10x_2 \leq 26 \\ x_1 + 11x_2 \leq 20 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0; x_2 \geq 0$$

$$5. a) F = 2x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 1 \\ -x_1 + x_2 \leq 1 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0; x_2 \geq 0$$

$$6. F = 3x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 \leq 15 \\ 2x_1 + 6x_2 \leq 12 \\ 2x_1 \leq 6 \\ 2x_2 \leq 4 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0; x_2 \geq 0$$

$$7. F = 3x_1 + 4x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 6x_1 + 6x_2 \geq 36 \\ 4x_1 + 8x_2 \geq 32 \\ x_1 \geq 1 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0; x_2 \geq 0$$

$$8. F = 8x_1 + 6x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 \leq 12 \\ 7x_1 + 5x_2 \leq 35 \\ 0 \leq x_1 \leq 3 \\ 0 \leq x_2 \leq 19/3 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0; x_2 \geq 0$$

$$9. F = 10x_1 + 14x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 5x_1 + 7x_2 \geq 35 \\ 2x_1 \geq 4 \\ x_2 \geq 1 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0; x_2 \geq 0$$

$$10. F = 1,2x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 \leq 480 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 300 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0; x_2 \geq 0$$

$$11. F = 30x_1 + 40x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 12x_1 + 4x_2 \leq 300 \\ 4x_1 + 4x_2 \leq 120 \\ 3x_1 + 12x_2 \leq 252 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0; x_2 \geq 0$$

$$12. F = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 - 5x_2 \leq 5 \\ -x_1 + x_2 \leq 4 \\ x_1 + x_2 \leq 8 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0; x_2 \geq 0$$

13.  $F = x_1 + 1,5x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 6 \\ x_1 + 4x_2 \leq 4 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

16.  $F = x_1 - x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 1 \leq x_1 + x_2 \leq 2 \\ 2 \leq x_1 - 2x_2 \leq 3 \\ 1 \leq 2x_1 - x_2 \leq 2 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

19.  $F = 6x_1 + 4x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 1 \\ 3x_1 + 4x_2 \geq 1,5 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

14.  $F = 5x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 10 \\ 3x_1 + x_2 \leq 20 \\ x_1 + 6x_2 \leq 20 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

17.  $F = x_1 + x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 5x_1 + 10x_2 \leq 50 \\ x_1 + x_2 \geq 1 \\ x_2 \leq 4 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

20.  $F = x_1 - 10x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} x_1 - 0,5x_2 \geq 0 \\ x_1 - 5x_2 \geq -5 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

15.  $F = x_1 - x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 1 \\ x_1 - 2x_2 \leq 1 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 2 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 3 \\ x_1 + x_2 \geq 0,5 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

18.  $F = 10x_1 + 6,2x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 1 \\ 7x_1 + 9x_2 \leq 63 \\ 0 \leq x_1 \leq 6 \\ 0 \leq x_2 \leq 5 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

### Задача 3

Решить симплексным методом задачи 1-20 предыдущего пункта.

### Задача 4

От трех поставщиков  $A_1$ ,  $A_2$  и  $A_3$  необходимо перевезти некий однородный груз пяти потребителям  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $B_3$ ,  $B_4$  и  $B_5$ . Известны запасы груза поставщиков  $\{a_1, a_2, a_3\}$  и потребности потребителя  $\{b_1, b_2, b_3, b_4, b_5\}$ . Кроме того, известна стоимость перевозки  $c_{ij}$  от любого поставщика  $A_i$  каждому потребителю  $B_j$  - эти стоимости заданы в виде матрицы  $C$  размерности  $3 \times 5$ . Требуется составить такой план перевозки груза от поставщиков к потребителям, при котором суммарная стоимость перевозки была бы минимальной.

$M$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$a_1$	24	31	23	23	29	35	41	48	38	42
$a_2$	51	42	44	48	52	31	38	29	22	32
$a_3$	25	27	33	29	19	34	21	23	40	26
$b_1$	16	21	10	13	31	18	25	22	12	27
$b_2$	31	32	28	33	15	20	34	14	20	20
$b_3$	12	15	21	19	23	35	17	20	24	18
$b_4$	30	20	15	17	11	10	10	15	15	16
$b_5$	11	12	26	18	20	17	14	29	29	19
$N$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$c_{11}$	8	7	10	6	9	9	8	7	11	6
$c_{12}$	6	10	7	11	7	8	6	7	6	10
$c_{13}$	7	9	8	9	10	11	7	9	7	9
$c_{14}$	10	7	11	8	8	6	10	10	9	8
$c_{15}$	11	6	6	7	6	7	9	6	9	7
$c_{21}$	10	8	7	8	11	9	9	11	8	9
$c_{22}$	7	7	8	9	6	10	7	9	10	9

$c_{23}$	8	6	10	7	9	8	8	8	7	6
$c_{24}$	7	10	9	6	9	7	11	8	7	10
$c_{25}$	9	12	6	10	7	12	6	10	11	7
$c_{31}$	7	8	11	6	8	7	9	6	8	7
$c_{32}$	10	7	8	7	10	6	7	7	9	11
$c_{33}$	8	9	7	9	6	8	9	9	6	10
$c_{34}$	9	6	10	10	8	8	8	12	10	9
$c_{35}$	6	9	9	8	12	10	6	9	7	8

### Задача 5

Предприятие для производства двух изделий ( $A$  и  $B$ ) использует сырье трех типов. Известно, что для производства одного изделия  $A$  требуется сырье 1-го типа в количестве  $a_1$  (ед.), 2-го типа -  $a_2$  (ед.) и 3-го типа -  $a_3$  (ед.), а для производства изделия  $B$  -  $b_1$ ,  $b_2$  и  $b_3$  соответственно. Запасы сырья на предприятии ограничены и составляют величины  $c_1$ ,  $c_2$  и  $c_3$  соответственно. Известно также, что прибыль от реализации одного изделия  $A$  составляет  $p$  (руб.), а одного изделия  $B$  -  $q$  (руб.). Требуется составить такой план производства изделий из имеющегося сырья, чтобы суммарная прибыль от реализации всех изделий была максимальной (для этого построить соответствующую математическую модель и решить полученную задачу линейного программирования графически и симплекс методом). Получить двойственные оценки ресурсов и дать их экономический анализ.

$M$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$p$	4	5	5	6	6	7	7	8	8	9
$q$	5	4	6	5	7	6	8	7	9	8
$N$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$a_1$	3	5	2	4	3	4	3	3	2	5
$b_1$	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1
$c_1$	27	40	18	28	30	24	27	27	16	40
$a_2$	1	3	2	1	1	3	1	3	1	2
$b_2$	1	2	3	1	1	2	1	2	1	3
$c_2$	10	28	26	10	12	23	11	30	9	29
$a_3$	1	1	1	1	2	1	1	1	2	1
$b_3$	4	2	4	3	5	3	2	4	5	2
$c_3$	2	2	28	24	45	24	18	40	30	18

### Критерии оценки (в баллах):

Количество верно решенных задач	Количество баллов
5	25
4	20
3	15
2	10
1	5

### Контрольная работа №2

Задание 1.

Задана матрица  $P_1$  вероятностей перехода дискретной цепи Маркова из  $i$ -го в  $j$ -ое состояние за один шаг ( $i, j = 1, 2$ ). Распределение вероятностей по состояниям в начальный момент  $t = 0$  определяется вектором  $\vec{q}$ . Найти:

1) матрицу  $P_2$  перехода цепи из состояния  $i$  в состояние  $j$  за два шага;

2) распределение вероятностей по состояниям в момент  $t = 2$ ;

3) стационарное распределение вероятностей.

$$1. P = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,9 \\ 0,2 & 0,8 \end{pmatrix}, \quad \vec{q} = (0,4; 0,6),$$

$$2. P = \begin{pmatrix} 0,6 & 0,4 \\ 0,7 & 0,3 \end{pmatrix}, \quad \vec{q} = (0,2; 0,8).$$

$$3. P = \begin{pmatrix} 0,8 & 0,2 \\ 0,2 & 0,8 \end{pmatrix}, \quad \vec{q} = (0,1; 0,9).$$

$$4. P = \begin{pmatrix} 0,4 & 0,6 \\ 0,5 & 0,5 \end{pmatrix}, \quad \vec{q} = (0,9; 0,1).$$

$$5. P = \begin{pmatrix} 0,9 & 0,1 \\ 0,2 & 0,8 \end{pmatrix}, \quad \vec{q} = (0,5; 0,5).$$

$$6. P = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,7 \\ 0,9 & 0,1 \end{pmatrix}, \quad \vec{q} = (0,3; 0,7).$$

$$7. P = \begin{pmatrix} 0,5 & 0,5 \\ 0,2 & 0,8 \end{pmatrix}, \quad \vec{q} = (0,6; 0,4).$$

$$8. P = \begin{pmatrix} 0,4 & 0,6 \\ 0,9 & 0,1 \end{pmatrix}, \quad \vec{q} = (0,2; 0,8).$$

$$9. P = \begin{pmatrix} 0,7 & 0,3 \\ 0,5 & 0,5 \end{pmatrix}, \quad \vec{q} = (0,5; 0,5).$$

$$10. P = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,9 \\ 0,2 & 0,8 \end{pmatrix}, \quad \vec{q} = (0,7; 0,3).$$

### Задание 2.

Вход на станцию метрополитена оборудован системой из  $k$  турникетов. При выходе из строя одного из турников остальные продолжают нормально функционировать. Если из строя выйдут все турникеты, то вход на станцию перекрывается. Поток отказов простейший. Среднее время безотказной работы одного турнкета составляет  $t$  часов. При выходе из строя каждый турникет начинает сразу ремонтироваться. Время ремонта распределено по показательному закону и в среднем составляет  $s$  часов. В начальный момент все турникеты исправны. Найти среднюю пропускную способность системы турникетов в процентах от номинальной, если с выходом из строя каждого турнкета система теряет  $\left(\frac{100}{k}\right)\%$  своей номинальной пропускной способности. Построить размеченный граф состояний системы.

1. $k = 4$ ,	$t=80,$	$s=2,$
2. $k = 3$ ,	$t=65,$	$s=2,$
3. $k = 4$	$t=75,$	$s=3,$
4. $k = 3,$	$t=80,$	$s=3,$
5. $k = 4,$	$t=70,$	$s=2,$
6. $k = 3,$	$t=60,$	$s=2,$
7. $k = 4,$	$t=65,$	$s=3,$
8. $k = 3,$	$t=75,$	$s=2,$
9. $k = 4,$	$t=60,$	$s=3,$
10. $k = 3,$	$t=70,$	$s=3.$

### Задание 3.

Дисплейный зал имеет  $k$  дисплеев. Поток пользователей простейший. Среднее число пользователей, посещающих дисплейный зал в сутки, равно  $n$ . Время обработки информации одним пользователем на одном дисплее распределено по показательному закону и составляет в среднем  $t$  мин. Определить существует ли стационарный режим работы зала; вероятность того, что пользователь застанет все дисплеи занятыми; среднее число пользователей в очереди; среднее число пользователей в зале; среднее время ожидания свободного дисплея; среднее время пребывания пользователя в дисплейном зале.

1. $k = 3,$	$n=55,$	$t=29,$
2. $k = 2,$	$n=32,$	$t=38,$

3. k =3,	n=70,	t=12,
4. k =2,	n=42,	t=27,
5. k =3,	n=64	t=18,
6. k =2,	n=35,	t=28,
7. k =3,	n=44,	t=25,
8. k =2,	n=26,	t=43,
9. k =3,	n=58,	t=20,
10. k=2,	n=40,	t=34.

#### Задание 4.

Рассматривается  $n$ -канальная система массового обслуживания (СМО) с отказами. Поток заявок, поступающих в СМО, простейший с интенсивностью  $\lambda$  [1/час]. Среднее время обслуживания заявки равно  $t$  [мин]. Время обслуживания распределено по показательному закону. Определить:

- а) число каналов, при котором вероятность того, что заявка получит отказ, не больше  $a$ ;
- б) абсолютную пропускную способность СМО;
- в) среднее число каналов, занятых обслуживанием заявок;
- г) среднее время пребывания заявки в СМО;
- д) среднее время простоя одного (произвольно взятого) канала.

1. $\lambda = 12$ ;	$t = 12$	$a = 0,07$ .	2. $\lambda = 6$ ;	$t = 16$ ;	$a = 0,02$
3. $\lambda = 13$ ;	$t = 12$	$a = 0,08$ .	4. $\lambda = 7$ ;	$t = 16$ ;	$a = 0,03$
5. $\lambda = 19$ ;	$t = 6$	$a = 0,04$ .	6. $\lambda = 11$ ;	$t = 12$	$a = 0,05$
7. $\lambda = 9$ ;	$t = 30$	$a = 0,06$ .	8. $\lambda = 5$ ;	$t = 30$ ;	$a = 0,07$
9. $\lambda = 9$ ;	$t = 16$	$a = 0,03$ .	10. $\lambda = 11$ ;	$t = 16$ ;	$a = 0,09$

#### Задание 5.

Рассматривается  $n$ -канальная система массового обслуживания (СМО) с ожиданием. Поток заявок, поступающих в СМО, простейший с интенсивностью  $\lambda$  [1/час]. Среднее время обслуживания заявки равно  $t$  [мин]. Время обслуживания распределено по показательному закону. Определить:

- а) существует ли стационарный режим работы СМО;
- б) среднее число заявок, находящихся в СМО;
- в) среднее время пребывания заявки в СМО;
- г) вероятность того, что все каналы заняты;
- д) среднее время простоя одного (произвольно взятого) канала.

1. $n = 5$	$\lambda = 18$ ;	$t = 15$ .	2. $n = 3$	$\lambda = 10$ ;	$t = 12$ .
3. $n = 4$	$\lambda = 5$ ;	$t = 30$ .	4. $n = 5$	$\lambda = 22$ ;	$t = 4$ .
5. $n = 3$	$\lambda = 18$ ;	$t = 6$ .	6. $n = 4$	$\lambda = 20$ ;	$t = 7,5$ .
7. $n = 5$	$\lambda = 30$ ;	$t = 6$ .	8. $n = 3$	$\lambda = 14$ ;	$t = 5$ .
9. $n = 4$	$\lambda = 19$ ;	$t = 6$ .	10. $n = 3$	$\lambda = 12$ ;	$t = 6$ .

#### Задание 6.

Рассматривается  $n$ -канальная система массового обслуживания (СМО) с ожиданием и ограничением на длину очереди. Число мест в очереди равно  $m$ . Поток заявок, поступающих в СМО, простейший с интенсивностью  $\lambda$  [1/час]. Среднее время обслуживания заявки равно  $t$  [мин]. Время обслуживания распределено по показательному закону.

1.  $n = 4$ ;  $m = 3$ ;  $\lambda = 6$ ;  $t = 40$ . Определить:

- а) среднее число заявок, находящихся под обслуживанием;
- б) вероятность того, что заявка сразу же будет принята к обслуживанию;
- в) вероятность того, что в СМО будет не более 2-х заявок.

2.  $n = 3$ ;  $m = 4$ ;  $\lambda = 8$ ;  $t = 15$ . Определить:

- а) вероятность того, что заявка получит отказ в обслуживании;
- б) среднее число каналов, не занятых обслуживанием;

- в) среднее время пребывания заявки в СМО;
3.  $n = 4; m = 2; \lambda = 4; t = 60$ . Определить:
- среднее число заявок в СМО;
  - среднее время пребывания заявки в очереди;
  - вероятность того, что будет простоять не более одного канала.
4.  $n = 3; m = 3; \lambda = 6; t = 20$ . Определить:
- относительную пропускную способность СМО;
  - среднее число каналов, занятых обслуживанием заявок;
  - среднее время пребывания заявки в СМО.
5.  $n = 3; m = 4; \lambda = 9; t = 20$ . Определить:
- абсолютную пропускную способность СМО;
  - среднее число заявок в очереди;
  - вероятность того, что не более 2-х каналов будут заняты обслуживанием заявок.
6.  $n = 3; m = 3; \lambda = 5; t = 30$ . Определить:
- вероятность того, что заявка получит отказ в обслуживании;
  - среднее число заявок, находящихся под обслуживанием;
  - вероятность того, что менее 2-х заявок будут находиться в очереди на обслуживание.
7.  $n = 2; m = 4; \lambda = 6; t = 15$ . Определить:
- среднее число свободных каналов;
  - вероятность того, что заявка будет принята в СМО;
  - вероятность того, что заявка, поступившая в СМО, встанет в очередь на обслуживание.
8.  $n = 4; m = 3; \lambda = 5; t = 30$ . Определить:
- среднее число заявок, находящихся в СМО;
  - вероятность того, что заявка сразу же будет принята к обслуживанию;
  - вероятность того, что не более 2-х каналов будет занято обслуживанием заявок.
9.  $n = 4; m = 3; \lambda = 9; t = 20$ . Определить:
- абсолютную пропускную способность;
  - среднее время пребывания заявки в СМО;
  - среднее число заявок в очереди.
10.  $n = 3; m = 4; \lambda = 6; t = 15$ . Определить:
- относительную пропускную способность СМО;
  - среднее время ожидания заявки в очереди;
  - среднее число занятых каналов.

#### Задание 7.

Рассматривается  $n$ -канальная система массового обслуживания (СМО) без ограничения на длину очереди, но с ограничением на время ожидания. Заявка ожидает обслуживания в среднем  $t_{ж}$  [мин], а затем покидает СМО. Поток заявок, поступающих в СМО, простейший с интенсивностью  $\lambda$  [1/час], среднее время обслуживания заявки равно  $t$  [мин].

1.  $n = 4; \lambda = 8; t = 15; t_{ж} = 5$ . Определить:
- абсолютную пропускную способность СМО;
  - среднее число заявок в очереди;
  - вероятность того, что в очереди будут находиться не более 2-х заявок.
2.  $n = 3; \lambda = 6; t = 30; t_{ж} = 15$ . Определить:
- среднее число заявок, находящихся под обслуживанием;
  - вероятность того, что заявка уйдет из очереди не обслуженной;
  - вероятность того, что менее 3-х заявок будут находиться в очереди на обслуживание.
3.  $n = 4; \lambda = 9; t = 20; t_{ж} = 10$ . Определить:
- вероятность того, что заявка будет обслужена;
  - среднее время пребывания заявки в СМО;
  - среднее число свободных каналов.
4.  $n = 3; \lambda = 10; t = 15; t_{ж} = 12$ . Определить:

- а) среднее число заявок, находящихся в СМО;  
 б) вероятность того, что заявка сразу же будет принята к обслуживанию;  
 в) среднее время простоя канала.
5.  $n = 3$ ;  $\lambda = 8$ ;  $t = 30$ ;  $t_{ж} = 10$ . Определить:  
 а) среднее число заявок в очереди;  
 б) абсолютную пропускную способность СМО;  
 в) среднее время пребывания заявки в СМО.
6.  $n = 4$ ;  $\lambda = 10$ ;  $t = 15$ ;  $t_{ж} = 6$ . Определить:  
 а) среднее число занятых каналов;  
 б) относительную пропускную способность СМО;  
 в) среднее время ожидания заявки в очереди.
7.  $n = 3$ ;  $\lambda = 6$ ;  $t = 20$ ;  $t_{ж} = 12$ . Определить:  
 а) вероятность того, что заявка сразу же будет принята к обслуживанию;  
 б) среднее число заявок, находящихся под обслуживанием;  
 в) вероятность того, что в СМО будет не более 4-х заявок.
8.  $n = 4$ ;  $\lambda = 12$ ;  $t = 12$ ;  $t_{ж} = 6$ . Определить:  
 а) вероятность того, что заявка уйдет из СМО не обработанной;  
 б) среднее время пребывания заявки в СМО;  
 в) среднее число каналов, не занятых обслуживанием.
9.  $n = 3$ ;  $\lambda = 15$ ;  $t = 12$ ;  $t_{ж} = 5$ . Определить:  
 а) среднее число заявок в СМО;  
 б) среднее время простоя канала;  
 в) вероятность того, что будет простоять не более одного канала.
10.  $n = 4$ ;  $\lambda = 10$ ;  $t = 12$ ;  $t_{ж} = 3$ . Определить:  
 а) относительную пропускную способность СМО;  
 б) среднее время пребывания заявки в СМО;  
 в) среднее число каналов, занятых обслуживанием заявок.

#### Задание 8.

Имеется автозаправочная станция, на которой имеется  $n$  заправочных колонок и  $m$  стоянок для ожидания. Для каждого варианта задается число машин, обслуживаемых в единицу времени, и количество автомобилей, приходящих в единицу времени. Необходимо определить тип СМО и подсчитать следующие величины:

- абсолютную пропускную способность СМО;
- относительную пропускную способность СМО;
- вероятность, что заявка не будет обработана;
- среднее число заявок в СМО;
- среднее число заявок в очереди;
- среднее время пребывания заявки в СМО;
- среднее время пребывания в очереди;
- среднее число каналов.

Номер варианта	Число колонок	Число мест стоянки	Интенсивность обслуживания	Интенсивность поступления
1	1	1	1 машина за 1 мин	65 машин за 1 ч
2	2	2	1 машина за 2 мин	50 машин за 1 ч
3	3	3	1 машина за 3 мин	58 машин за 1 ч
4	4	1	1 машина за 4 мин	50 машин за 1 ч
5	5	2	1 машина за 5 мин	50 машин за 1 ч
6	1	3	1 машина за 1 мин	58 машин за 1 ч
7	2	1	1 машина за 2 мин	35 машин за 1 ч
8	3	2	1 машина за 3 мин	55 машин за 1 ч

9	4	3	1 машина за 4 мин	55 машин за 1 ч
10	5	5	1 машина за 1 мин	280 машин за 1 ч

Задание 9.

**Вариант 1.** Рассматривается круглосуточная работа пункта проведения профилактического осмотра автомашин с одним каналом (одной группой проведения осмотра). На осмотр и выявление дефектов каждой машины затрачивается в среднем 0,4 часа. На осмотр поступает в среднем 36 машин в сутки. Если машина, прибывшая в пункт осмотра, не застает ни одного канала свободным, она покидает пункт осмотра необслуженной. Определить вероятности состояний и характеристики обслуживания профилактического пункта осмотра.

**Вариант 2.** Рассматривается круглосуточная работа пункта проведения профилактического осмотра автомашин с четырьмя каналами (четырьмя группами проведения осмотра). На осмотр и выявление дефектов каждой машины затрачивается в среднем 0,5 часа. На осмотр поступает в среднем 20 машин в сутки. Если машина, прибывшая в пункт осмотра, застает очередь из трех машин, она покидает пункт осмотра необслуженной. Определить вероятности состояний и характеристики обслуживания профилактического пункта осмотра. Найти число каналов, при котором относительная пропускная способность пункта осмотра будет не менее 0,9.

**Вариант 3.** В порту имеется один причал для разгрузки судов. Интенсивность поток судов равна 0,4 (судов в сутки). Среднее время разгрузки одного судна составляет 2 суток. Предполагается, что очередь может быть неограниченной длины. Найти показатели эффективности работы причала, а также вероятность того, что ожидают разгрузки не более, чем 2 судна.

**Вариант 4.** В вычислительный центр коллективного пользования с тремя компьютерами поступают заказы от предприятий на вычислительные работы. Если заняты все три компьютера, то вновь поступающий заказ не принимается и предприятие вынуждено обратиться в другой вычислительный центр. Среднее время работы с одним заказом составляет 3 часа. Интенсивность потока заявок 0.25 (з/час). Найти предельные вероятности состояний и показатели эффективности работы вычислительного центра.

**Вариант 5.** Анализируется работа междугородного переговорного пункта в небольшом городке. Пункт имеет три телефонных аппарата для переговоров. В среднем за сутки поступает 240 заявок на переговоры. Средняя длительность переговоров (с учетом вызова абонентов в другом городе) составляет 7 минут. Никаких ограничений на длину очереди нет. Определить предельные вероятности состояний и характеристики обслуживания переговорного пункта в стационарном режиме.

**Вариант 6.** Рассматривается круглосуточная работа пункта проведения профилактического осмотра автомашин с одним каналом (одной группой проведения осмотра). На осмотр и выявление дефектов каждой машины затрачивается в среднем 0,2 часа. На осмотр поступает в среднем 50 машин в сутки. Машина, прибывшая в пункт осмотра, покидает пункт осмотра в случае, если в очереди на осмотр стоят более 5 машин. Определить вероятности состояний и характеристики обслуживания профилактического пункта осмотра.

**Вариант 7.** В универсаме к узлу расчета поступает поток покупателей с интенсивностью 81 человек в час. Средняя продолжительность обслуживания контролером-кассиром одного покупателя - 2 минуты. Определить минимальное число контролеров-кассиров при котором очередь не будет расти до бесконечности, и соответствующие характеристики обслуживания. Определить вероятность того, что в очереди будет не более трех покупателей.

**Вариант 8.** Рассматривается круглосуточная работа пункта проведения профилактического осмотра автомашин с тремя каналами (тремя группами проведения осмотра). На осмотр и выявление дефектов каждой машины затрачивается в среднем 0,8 часа. На осмотр поступает в среднем 40 машин в сутки. Машина, прибывшая в пункт осмотра, покидает пункт осмотра в случае, если в очереди на осмотр стоят более 7 машин. Определить вероятности состояний и характеристики обслуживания профилактического пункта осмотра. Найти число каналов при котором относительная пропускная способность пункта осмотра будет не менее 0,8.

**Вариант 9.** Анализируется работа междугородного переговорного пункта в небольшом городке. Пункт имеет один телефонный аппарат для переговоров. В среднем за сутки поступает 360 заявок на переговоры. Средняя длительность переговоров (с учетом вызова абонентов в другом городе) составляет 5 минут. Никаких ограничений на длину очереди нет. Определить предельные вероятности состояний и характеристики обслуживания переговорного пункта в стационарном режиме.

**Вариант 10.** Рассматривается круглосуточная работа пункта проведения профилактического осмотра автомашин с четырьмя каналами (четырьмя группами проведения осмотра). На осмотр и выявление дефектов каждой машины затрачивается в среднем 0,5 часа. На осмотр поступает в среднем 20 машин в сутки. Машина, прибывшая в пункт осмотра, обслуживается. Определить вероятности состояний и характеристики обслуживания профилактического пункта осмотра. Найти число каналов при котором относительная пропускная способность пункта осмотра будет не менее 0,9.

#### Критерии оценки (в баллах):

Процент правильных ответов	Количество баллов
95 - 100 %	25-23
85 - 94 %	22-19
75 - 84%	18-15
65 - 74%	14-11
55 - 64%	10-7
45 – 54%	6-5
35 - 44%	4-3
25 - 34%	2-1
менее 25%	0

#### Примерный вариант заданий самостоятельной работы № 1. Тема: составление математических моделей

- Намечается выпуск двух видов костюмов - мужских и женских. На женский костюм требуется 1 м шерсти, 2 м лавсана и 1 человеко-день трудозатрат. На мужской костюм - 3,5 м шерсти, 0,5 м лавсана и 1 человеко-день трудозатрат. Всего имеется 350 м шерсти, 240 м лавсана и 150 человеко-дней трудозатрат. Требуется определить, сколько костюмов каждого вида необходимо сшить, чтобы обеспечить максимальную прибыль, если прибыль от реализации женского костюма составляет 10 денежных единиц, а от мужского - 20 денежных единиц. При этом следует иметь в виду, что необходимо сшить не менее 60 мужских костюмов.
- Для изготовления двух видов продукции  $A_1$  и  $A_2$  используют три вида ресурсов  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$ , запасы которых составляют 18, 16 и 5 усл.ед. Расход ресурсов на 1 ед. продукции приведен в таблице:

Виды ресурсов	Запасы ресурсов	Расходы ресурсов на 1 изд.	
		$A_1$	$A_2$
$S_1$	18	1	3
$S_2$	16	2	1
$S_3$	5	-	1
	Прибыль	2 руб.	3 руб.

Необходимо составить такой план производства продукции, который обеспечит наибольшую прибыль от ее реализации.

3. Продукцией городского молочного завода являются молоко, кефир и сметана, расфасованные в бутылки. На производство 1 т молока, кефира и сметаны требуется соответственно 1010, 1010 и 9450 кг молока. При этом затраты рабочего времени при разливе 1 т молока и кефира составляют 0,18 и 0,19 машино-часов. На расфасовке 1 т сметаны заняты специальные автоматы в течение 3,25 часов. Всего для производства цельномолочной продукции завод может использовать 136000 кг молока. Основное оборудование может быть занято в течение 21,4 машино-часов, а автоматы по расфасовке сметаны – в течение 16,25 часов. Прибыль от реализации 1 т молока, кефира и сметаны соответственно равна 30, 22 и 136 руб. Завод должен ежедневно производить не менее 100 т молока, расфасованного в бутылки. На производство другой продукции не имеется никаких ограничений.

4 Колхоз имеет возможность приобрести не более 19 трехтонных автомашин и не более 17 пятитонных. Отпускная цена трехтонного грузовика - 4000 руб., пятитонного - 5000 руб. Колхоз может выделить для приобретения автомашин 141 тысяч рублей. Сколько нужно приобрести автомашин, чтобы их суммарная грузоподъемность была максимальной?

5. Продукция ткацкой фабрики выпускается в виде рулона ткани шириной 2,20 м. и 1,50 м. Длина ткани в рулоне соответственно 84 м. и 120 м. Из ткани шьют спальные комплекты: односпальные и двухспальные. Цена односпального комплекта 800 руб., а двухспального 1000 руб. Выяснить какое количество комплектов каждого вида нужно изготовить, что бы получить максимальную прибыль от продажи.

Расход ткани

Ширина (м)	Односпальный комплект (м)	Двухспальный комплект (м)
1,50	8,3	12,4
2,20	7	8

### Примерный вариант заданий самостоятельной работы № 2. Тема: графический способ решения ЗЛП

1. Решить графическим методом задачу оптимизации функции при заданных ограничениях:

$$z = 2x_1 - x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 4; \\ 2x_1 - x_2 \geq 2; \\ -x_1 - 2x_2 \geq -10; \\ x_1 \geq 0; \quad x_2 \geq 0. \end{cases}$$

2. Решить графическим методом задачу оптимизации функции при заданных ограничениях:

$$z = 2x_1 - x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 4; \\ -x_1 + 2x_2 \leq 2; \\ x_1 + 2x_2 \leq 10; \\ x_1 \geq 0; \quad x_2 \geq 0. \end{cases}$$

3. Решить графическим методом задачу:

$$\begin{cases} 6x_1 + 5x_2 \geq 6, \\ x_1 + 2x_2 \leq 4, \\ x_1 - 2x_2 \leq 2, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$Z = x_1 + 2x_2 \rightarrow \min.$$

**Примерный вариант заданий самостоятельной работы № 3. Тема: симплексный метод решения ЗЛП**

$$L = 2x_1 + 3x_2 - x_3 \rightarrow \min$$

1. Решить ЗЛП симплексным методом

$$\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ -x_1 - x_2 + 3x_3 = 2 \\ x_j \geq 0 \end{cases}$$

$$L = -x_1 - x_2 + 22 \rightarrow \max$$

2. Решить ЗЛП симплексным методом

$$\begin{cases} x_1 + 6x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 - 2x_2 + x_4 = 1 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_5 = 7 \\ x_j \geq 0 \end{cases}$$

$$L = 2x_1 - 10x_2 \rightarrow \min$$

3. Решить ЗЛП симплексным методом

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \geq 0 \\ x_1 - 5x_2 \geq -5 \\ x_j \geq 0 \end{cases}$$

**Примерный вариант заданий самостоятельной работы № 5. Тема: транспортная задача**

1. Построить первоначальный опорный план транспортной задачи методом северо-западного угла и методом наименьшей стоимости и сравнить стоимости перевозок, полученные этими двумя методами. Транспортные тарифы указаны в таблице:

Хранилища	Потребители				Запас топлива, т.
	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>	
A <sub>1</sub>	20	13	8	11	70
A <sub>2</sub>	15	9	17	18	70
A <sub>3</sub>	21	19	15	13	110
Потребность в топливе, т.	70	90	70	60	

2. Решить транспортную задачу, т. е. спланировать перевозку топлива из трех хранилищ четырем потребителям так, чтобы затраты на транспортировку были минимальны. Транспортные тарифы указаны в таблице:

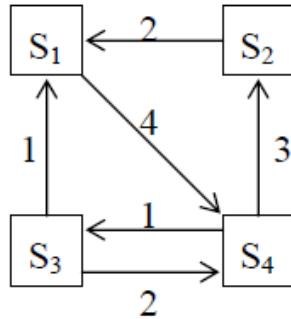
Хранилища	Потребители			Запас топлива, т.
	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	
A <sub>1</sub>	1	3	5	30
A <sub>2</sub>	3	3	2	30
A <sub>3</sub>	4	1	2	10
Потребность в топливе, т.	20	10	40	

3. Решить транспортную задачу, т. е. спланировать перевозку топлива из четырех хранилищ пяти потребителям так, чтобы затраты на транспортировку были минимальны. Транспортные тарифы указаны в таблице:

Хранилища	Потребители					Запас топлива, т.
	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>	B <sub>5</sub>	
A <sub>1</sub>	7	3	4	2	5	100
A <sub>2</sub>	5	4	1	4	3	150
A <sub>3</sub>	3	8	6	5	4	120
A <sub>4</sub>	1	5	4	3	6	180
Потребность в топливе, т.	90	110	120	60	80	

### Примерный вариант заданий для самостоятельных работ № 6, 7, 8. Тема: системы массового обслуживания

1. Рассматривается восьмичасовая работа проведения медицинского осмотра людей тремя специалистами. На осмотр одного человека затрачивается в среднем 0,5 часа. Средняя скорость поступления – 32 человека за восемь часов. Если человек, пришедший в пункт осмотра не застает ни одного специалиста свободным, он уходит. Определить вероятности и показатели эффективности работы СМО. Найти число каналов, при котором относительная пропускная способность пункта осмотра будет не менее 0,9
2. Торговое предприятие, обслуживающее покупателей по телефонным заказам, располагает пятью операторами с телефонами для приема заявок. Заказы на товары поступают в случайные моменты времени в среднем по 2 заказа в минуту. Среднее время обслуживания одного покупателя составляет одну минуту. Рассчитать вероятность того, что все операторы окажутся свободными (занятыми). Найти вероятности состояний системы.
3. Справочная университетской библиотеки получает запросы, поступающие со скоростью в среднем 10 запросов в час. Скорость обслуживания — 12 запросов в час. Определите: вероятность того, что в системе нет запросов; среднее число запросов в очереди; среднее время ожидания; среднее время, которое запрос проводит в системе; вероятность того, что запросу придется ждать обслуживания.
4. На плодовоовощную базу в среднем через 30 минут прибывают машины с продукцией. Среднее время разгрузки одной машины составляет 1,5 часа. Разгрузку производят две бригады грузчиков. На территории базы в ожидании разгрузки могут находиться не более 4 автомобилей. Определить показатели эффективности работы системы.  
АЗС имеет две колонки. Площадка возле нее допускает одновременное ожидание не более четырех автомобилей. Поток автомобилей, прибывающих на станцию простейший с интенсивностью  $\lambda = 1$  авт/мин. Время обслуживания автомобилей – показательное со средним значением  $t_{об} = 2$  мин. Найти предельные вероятности состояний АЗС и ее характеристики:  
 $A, Q, P_{отк}, T_{систем}, T_{ож}, \bar{k}$ .
5. Заданы размеченный график состояний и интенсивности переходов. Все потоки событий простейшие. Требуется: а) составить систему дифференциальных уравнений Колмогорова для вероятностей состояний; б) найти предельное распределение вероятностей.



6. Автозаправочная станция представляет собой СМО с одним каналом обслуживания и одной колонкой. Площадка при АЗС допускает пребывание в очереди на заправку не более трех автомобилей одновременно. Если в очереди уже находится три автомобиля, очередной автомобиль, прибывший к станции, в очередь не становится, а проезжает мимо. Поток автомобилей, прибывающих для заправки, имеет интенсивность = 0,7 автомобиля в минуту. Процесс заправки продолжается в среднем 1,25 мин. Все потоки простейшие. Определите вероятностные характеристики СМО в стационарном режиме.

7. В инструментальном отделении сборочного цеха работают три кладовщика. В среднем за 1 мин. за инструментом приходят 0,8 рабочего. Обслуживание одного рабочего занимает у кладовщика 1 мин. Очередь не имеет ограничения. Известно, что поток рабочих за инструментом - пуассоновский, а время обслуживания подчинено экспоненциальному закону распределения. Определите вероятностные характеристики СМО.

8. Пост диагностики автомобилей представляет собой одноканальную СМО с отказами. Заявка на диагностику, поступившая в момент, когда пост занят, получает отказ. Интенсивность потока заявок на диагностику = 0,5 автомобиля в час. Средняя 31 продолжительность диагностики = 1,2 часа. Все потоки событий в системе простейшие. Определите в установившемся режиме вероятностные характеристики системы.

9. Рассматривается работа АЗС, на которой имеется три заправочные колонки. Заправка одной машины длится в среднем 3 мин. В среднем на АЗС каждую минуту прибывает машина, нуждающаяся в заправке бензином. Число мест в очереди не ограничено. Все машины, вставшие в очередь на заправку, дожидаются своей очереди. Все потоки в системе простейшие. Определите вероятностные характеристики работы АЗС в стационарном режиме.

10. На станцию технического обслуживания (СТО) автомобилей каждые три часа подъезжает в среднем одна машина. Станция имеет 2 поста обслуживания. Очередь автомобилей, ожидающих обслуживания ограничена пятью автомобилями. Среднее время обслуживания одной машины - 2 часа. Все потоки в системе простейшие. Определите вероятностные характеристики станции технического обслуживания автомобилей.

#### **Перечень вопросов для зачета:**

1. Экономико-математическая модель, моделирование экономических процессов, основные этапы моделирования.
2. Примеры задач линейного программирования: задача об использовании ресурсов.
3. Примеры задач линейного программирования: задача составления рациона.
4. Примеры задач линейного программирования: задача об использовании мощностей.
5. Примеры задач линейного программирования: задача о раскрытии материала.
6. Общая задача линейного программирования. Приведение к каноническому виду.
7. Система  $m$  линейных уравнений с  $n$  переменными. Допустимое базисное решение.
8. Выпуклые множества точек. Угловые точки. Выпуклые множества в  $n$ -мерном пространстве.
9. Геометрический смысл решений неравенств, уравнений и их систем.
10. Основные свойства задач линейного программирования.
11. Геометрический метод решения задач линейного программирования.

12. Симплексный метод решения задач линейного программирования. Геометрическая интерпретация симплексного метода. Критерий оптимальности решения.
  13. Особые случаи симплексного метода: неединственность оптимального решения, отсутствие конечного оптимума.
  14. Метод искусственного базиса.
  15. Взаимно двойственные задачи линейного программирования. Правила составления двойственных задач.
  16. Первая теорема двойственности.
  17. Вторая теорема двойственности.
  18. Третья теорема двойственности.
  19. Экономико-математическая модель транспортной задачи. Открытая и закрытая модель транспортной задачи, сведение открытой модели к закрытой.
  20. Нахождение первоначального базисного распределения поставок.
  21. Критерий оптимальности базисного распределения поставок. Цикл перерасчета.
  22. Элементы теории массового обслуживания: процесс обслуживания, система обслуживания, одноканальные и многоканальные СМО, СМО с отказами, СМО с ожиданием, дисциплина обслуживания.
  23. Марковский случайный процесс, граф состояний, потоки событий, характеристики потока событий.
  24. Вероятностные характеристики простейшего пуассоновского потока. Формулы Пуассона.
  25. Предельные вероятности состояний. Уравнения Колмогорова. Правила составления уравнений Колмогорова.
  26. Одноканальные системы массового обслуживания с отказами, показатели эффективности работы системы, предельные вероятности.
  27. Многоканальные системы массового обслуживания с отказами, показатели эффективности работы системы, предельные вероятности. Задача Эрланга.
  28. Одноканальные системы массового обслуживания с неограниченной очередью, показатели эффективности работы системы, предельные вероятности. Формулы Литтла.
  29. Многоканальные системы массового обслуживания с неограниченной очередью, показатели эффективности работы системы, предельные вероятности.
  30. Системы массового обслуживания с ограниченной очередью, показатели эффективности работы системы, предельные вероятности.
- Системы массового обслуживания с ограниченным временем ожидания, показатели эффективности работы системы, предельные вероятности.

### **Перечень задач к зачету**

**Задача 1.** Для изготовления изделий двух видов ( $A$  и  $B$ ) имеется 100 кг металла. На изготовление одного изделия вида  $A$  расходуется 2 кг металла, а изделия вида  $B$  – 4 кг. Составить план производства, обеспечивающий получение наибольшей прибыли от продажи изделий, если отпускная стоимость одного изделия вида  $A$  составляет 3 руб., а изделия вида  $B$  – 2 руб., причем изделий вида  $A$  требуется изготовить не более 40, а изделий вида  $B$  – не более 20.

**Задача 2.** Производственная мощность цеха сборки составляет 120 изделий типа  $A$  и 360 изделий типа  $B$  в сутки. Технический контроль пропускает в сутки 200 изделий того или другого типа. Изделия типа  $A$  вчетверо дороже изделий типа  $B$ . Требуется спланировать выпуск изделий так, чтобы предприятию была обеспечена наибольшая прибыль.

**Задача 3.** Для изготовления изделий двух видов склад может отпустить металла не более 80 кг, причем на одно изделие вида  $A$  расходуется 2 кг металла, а на изделие вида  $B$  – 1 кг. Требуется спланировать производство изделий так, чтобы была обеспечена наибольшая прибыль, если одно изделие вида  $A$  стоит 5 руб., а одно изделие вида  $B$  – 3 руб. При этом

следует учесть, что изделий вида А требуется изготовить не более 30 шт., а изделий вида В – не более 40 шт.

**Задача 4.** Для откорма животных применяется 2 вида кормов; стоимость 1 кг корма I вида - 5 руб., а корма II вида – 2 руб. В каждом килограмме корма I вида содержится 5 ед. питательного вещества  $A$ , 2,5 ед. питательного вещества  $B$  и 1 ед. питательного вещества  $C$ , а в каждом килограмме корма II вида соответственно 3, 3 и 1,3 ед. Какое количество корма каждого вида необходимо расходовать ежедневно, чтобы затраты на откорм были минимальны, если суточный рацион предусматривает питательных единиц типа  $A$  не менее 225 ед., типа  $B$  – не менее 150 ед. и типа  $C$  – не менее 80 ед.?

**Задача 5.** Фабрика производит два вида красок: первый для наружных, а второй – для внутренних работ. Для производства красок используются два ингредиента  $A$  и  $B$ . Максимально возможные суточные запасы этих ингредиентов и расходы ингредиентов на производство красок приведено в таблице. Изучение рынка сбыта показало, что суточный спрос на краску второго вида никогда не превышает суточного спроса на краску первого вида более, чем на 1 т. Кроме того, установлено, что спрос на краску второго вида никогда не превышает 2 т в сутки. Оптовые цены одной тонны красок равны 3 тыс. руб. для краски первого вида и 2 тыс. руб. для краски второго вида.

Ингредиенты	Расход ингредиентов, т ингр./т краски		Запас, т ингр./сутки
	Краска 1-го вида	Краска 2-го вида	
$A$	1	2	6
$B$	2	1	8

**Задача 6.** При изготовлении изделий  $I_1$  и  $I_2$  используются сталь и цветные металлы, а также токарные и фрезерные станки. По технологическим нормам на производство единицы изделия  $I_1$  требуется 300 и 200 станко-часов соответственно токарного и фрезерного оборудования, а также 10 и 20 кг соответственно стали и цветных металлов. Для производства единицы изделия  $I_2$  требуется 400, 100, 70 и 50 соответствующих единиц тех же ресурсов. Цех располагает 12 400 и 6800 станко-часами соответственно токарного и фрезерного оборудования и 640 и 840 кг соответственно стали и цветных металлов. Прибыль от реализации единицы изделия  $I_1$  составляет 6 руб. и от единицы изделия  $I_2$  – 16 руб. Построить математическую модель задачи, используя в качестве показателя эффективности прибыли и учитывая, что время работы фрезерных станков должно быть использовано полностью.

**Задача 7.** Для сохранения нормальной жизнедеятельности человек должен в сутки потреблять белков не менее 120 усл. ед., жиров – не менее 70 и витаминов – не менее 10 усл. ед. Содержание их в каждой единице продуктов  $P_1$  и  $P_2$  равно соответственно (0,2; 0,075; 0) и (0,1; 0,1; 0,1) усл. ед. Стоимость одной единицы продукта  $P_1$  – 2 руб.,  $P_2$  – 3 руб. Построить математическую модель задачи, позволяющую так организовать питание, чтобы его стоимость была минимальной, а организм получил необходимое количество питательных веществ.

**Задача 8.** В районе лесного массива имеются лесопильный завод и фанерная фабрика. Чтобы получить  $2,5 \text{ м}^3$  коммерчески реализуемых комплектов пиломатериалов, необходимо израсходовать  $2,5 \text{ м}^3$  еловых и  $7,5 \text{ м}^3$  пихтовых лесоматериалов. Для приготовления листов фанеры по  $100 \text{ м}^2$  требуется  $5 \text{ м}^3$  еловых и  $10 \text{ м}^3$  пихтовых лесоматериалов. Лесной массив содержит  $80 \text{ м}^3$  еловых и  $180 \text{ м}^3$  пихтовых лесоматериалов. Согласно условиям поставок в течение планируемого периода необходимо произвести по крайней мере  $10 \text{ м}^3$  пиломатериалов и  $1200 \text{ м}^2$  фанеры. Доход с  $1 \text{ м}^3$  пиломатериалов составляет 160 руб., а со  $100 \text{ м}^2$  фанеры – 600 руб. Построить математическую модель для нахождения плана производства, максимизирующего доход.

**Задача 9.** Выполнить заказ по производству 32 изделий  $I_1$  и 4 изделий  $I_2$  взялись бригады  $B_1$  и  $B_2$ . Производительность бригады  $B_1$  по производству изделий  $I_1$  и  $I_2$  составляет соответственно 4 и 2 изделия в час, фонд рабочего времени этой бригады 9,5 ч. Произво-

дительность бригады  $B_2$  – соответственно 1 и 3 изделия в час, а ее фонд рабочего времени – 4 ч. Затраты, связанные с производством единицы изделия, для бригады  $B_1$  равны соответственно 9 и 20 руб., для бригады  $B_2$  – 15 и 30 руб. Составьте математическую модель задачи, позволяющую найти оптимальный объем выпуска изделий, обеспечивающий минимальные затраты на выполнение заказа.

**Задача 10.** Для пошива одного изделия требуется выкроить из ткани 6 деталей. На швейной фабрике были разработаны два варианта раскroя ткани. В таблице приведены характеристики вариантов раскroя  $10 \text{ м}^2$  ткани и комплектность, т.е. количество деталей определенного вида, которые необходимы для пошива одного изделия. Ежемесячный запас ткани для пошива изделий данного типа составляет  $405 \text{ м}^2$ . В ближайший месяц планируется сшить 90 изделий. Постройте математическую модель задачи, позволяющую в ближайший месяц выполнить план по пошиву с минимальным количеством отходов.

Вариант раскroя	Количество изделий, шт./отрез						Отходы $\text{м}^2/\text{отрез}$
	1	2	3	4	5	6	
1	60	0	90	40	70	90	0,5
2	80	35	20	78	15	0	0,35
Комплектность, шт./изделие	1	2	2	2	2	2	

**Задача 11.** Геометрически решить задачу линейного программирования

$$z(x) = 0,5x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 6; \\ x_1 - x_2 \leq 1; \\ x_1 \geq 1; \\ 2x_1 + x_2 \geq 6; \\ 0,5x_1 - x_2 \geq -4; \\ x_2 \geq 1. \end{cases}$$

**Задача 12.** Геометрически решить задачу линейного программирования

$$z(x) = 2x_1 + 0,5x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 6; \\ -x_1 + x_2 \leq 1; \\ x_1 \geq 1; \\ x_1 + 2x_2 \geq 6; \\ -x_1 + 0,5x_2 \geq -4; \\ x_2 \geq 1. \end{cases}$$

**Задача 13.** Геометрически решить задачу линейного программирования

$$z(x) = x_1 - x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 6; \\ x_1 - x_2 \geq 0; \\ -x_1 + x_2 \geq -3; \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0. \end{cases}$$

**Задача 14.** Геометрически решить задачу линейного программирования

$$z(x) = -3x_1 - 2x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 5x_1 + x_2 \geq 6; \\ -x_1 + 3x_2 \geq 4; \\ 2x_1 - x_2 \leq 6; \\ 3x_1 - 4x_2 \leq 0; \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0. \end{cases}$$

**Задача 15.** Геометрически решить задачу линейного программирования

$$z(x) = 3x_1 + 5x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \geq 36; \\ 3x_1 + 5x_2 \geq 45; \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0. \end{cases}$$

**Задача 16.** Составить и решить двойственную задачу линейного программирования.

Найти решение исходной задачи.

$$z(x) = -x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 \geq 4; \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 \geq 1; \\ x_2 \geq 0; x_3 \geq 0. \end{cases}$$

**Задача 17.** Составить и решить двойственную задачу линейного программирования.

Найти решение исходной задачи.

$$z(x) = 2x_1 + 4x_2 + x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 \leq 4; \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 \geq 2; \\ x_1 \geq 0; x_3 \geq 0. \end{cases}$$

### Тестовые задания

1. В опорном плане транспортной задачи должно быть следующее количество заполненных клеток:

- а)  $m-n+1$ ; б)  $m-n-1$ ; в)  $m+n-1$ ; г)  $m+n+1$ .

2. Если в транспортной задаче суммарный запас груза у поставщиков меньше суммарного спроса потребителей, то:

- а) необходимо уменьшить спросы потребителей;
- б) для разрешимости задачи необходимо ввести фиктивного потребителя;
- в) для разрешимости задачи необходимо ввести фиктивного поставщика;
- г) задача не имеет решения.

3. Для решения задач линейной оптимизации можно использовать следующий математический аппарат:

- а) метод наименьших квадратов; б) симплексный метод;
- в) асимптотические формулы; д) метод аппроксимации.

4. Какое из утверждений верно:

- а) если исходная задача является задачей максимизации целевой функции, то двойственная – также задача максимизации целевой функции;
- б) если исходная задача является задачей максимизации целевой функции, то двойственная может быть как задачей минимизации, так и задачей максимизации;
- в) если исходная задача является задачей максимизации целевой функции, то двойственная – задачей минимизации целевой функции;

г) если одна из взаимно двойственных задач имеет оптимальное решение, то другая задача решения не имеет.

5. Задача линейного программирования состоит в ...

- а) отыскании наибольшего (наименьшего) значения линейной функции при наличии линейных ограничений;
- б) создании программы на избранном языке программирования, предназначенной для решения поставленной задачи;
- в) описании линейного алгоритма решения заданной задачи;
- г) отыскании наибольшего (наименьшего) значения линейной функции при наличии ограничений любого вида;

6. Целевой функцией задачи линейного программирования может являться функция:

$$\begin{array}{ll} \text{а)} F=12x_1+20x_2-30x_3 \rightarrow \min; & \text{б)} F=\sqrt{x_1^2+x_2^2} \rightarrow \min; \\ \text{в)} F=3x_1-4x_2+\sqrt{x_3} \rightarrow \max; & \text{г)} F=x_1^2-2x_2 \rightarrow \max. \end{array}$$

7. Системой ограничений задачи линейного программирования может являться система:

$$\begin{array}{ll} \text{а)} \begin{cases} 5x_1 + 9x_2 \geq 5, \\ x_1 - x_2 \leq 0. \end{cases} & \text{б)} \begin{cases} 5x_1^2 + 8x_2^2 \geq 3, \\ x_1 \cdot x_2 \leq 2. \end{cases} \\ \text{в)} \begin{cases} 8\sqrt{x_1} + x_2 = 9, \\ 5x_1 + x_2^2 \leq 6. \end{cases} & \text{г)} \begin{cases} 5x_1^3 + x_2 = 4, \\ x_1^2 - x_2^2 \geq 4. \end{cases} \end{array}$$

8. После приведения задачи линейной оптимизации

$$\begin{aligned} F(x_1, x_2, x_3) &= 6x_1 + 3x_2 - 8x_3 \rightarrow \min \\ \begin{cases} 5x_1 + 9x_2 + 3x_3 \geq 5; \\ 6x_1 - 5x_2 - 7x_3 \leq 8; \\ x_1 + x_2 = 3; \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0; x_3 \geq 0. \end{cases} \end{aligned}$$

к каноническому виду, получим:

$$\begin{array}{ll} F(x_1, x_2, x_3) = -6x_1 - 3x_2 + 8x_3 \rightarrow \max & F(x_1, x_2, x_3) = 6x_1 + 3x_2 - 8x_3 \rightarrow \min \\ \text{а)} \begin{cases} 5x_1 + 9x_2 + 3x_3 = 5; \\ 6x_1 - 5x_2 - 7x_3 = 8; \\ x_1 + x_2 = 3; \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0; x_3 \geq 0. \end{cases} & \text{б)} \begin{cases} 5x_1 + 9x_2 + 3x_3 - x_4 = 5; \\ 6x_1 - 5x_2 - 7x_3 + x_5 = 8; \\ x_1 + x_2 = 3; \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0; x_3 \geq 0. \end{cases} \\ F(x_1, x_2, x_3) = 6x_1 + 3x_2 - 8x_3 \rightarrow \min & F(x_1, x_2, x_3) = 6x_1 + 3x_2 - 8x_3 \rightarrow \min \\ \text{в)} \begin{cases} 5x_1 + 9x_2 + 3x_3 = 5; \\ 6x_1 - 5x_2 - 7x_3 = 8; \\ x_1 + x_2 + x_4 \geq 3; \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0; x_3 \geq 0. \end{cases} & \text{г)} \begin{cases} 5x_1 + 9x_2 + 3x_3 + x_4 = 5; \\ 6x_1 - 5x_2 - 7x_3 - x_5 = 8; \\ x_1 + x_2 = 3; \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0; x_3 \geq 0. \end{cases} \end{array}$$

9. Для сохранения нормальной жизнедеятельности человек должен в сутки потреблять белков не менее 120 усл. ед., жиров – не менее 70 и витаминов – не менее 10 усл. ед. Содержание их в каждой единице продуктов  $P_1$  и  $P_2$  равно соответственно (0,2; 0,075; 0) и (0,1; 0,1; 0,1) усл. ед. Стоимость одной единицы продукта  $P_1$  – 2 руб.,  $P_2$  – 3 руб. Необходимо организовать питание так, чтобы его стоимость была минимальной, а организм получил необходимое количество питательных веществ.

Целевой функцией данной задачи является функция ...

$$\begin{array}{ll} \text{а)} F(x_1, x_2) = 0,2x_1 + 0,1x_2 \rightarrow \max; & \text{б)} F(x_1, x_2) = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \min; \\ \text{в)} F(x_1, x_2) = 0,075x_1 + 0,1x_2 \rightarrow \min; & \text{в)} F(x_1, x_2) = 120 + 70x_1 + 10x_2 \rightarrow \max. \end{array}$$

10. В двух пунктах  $A_1$  и  $A_2$  имеется соответственно 60 и 160 единиц товара. Весь товар нужно перевезти в пункты  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $B_3$  в количестве 80, 70 и 70 единиц соответственно. Матрица тарифов такова:  $C = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 8 \\ 5 & 8 & 7 \end{pmatrix}$ . Необходимо спланировать перевозки так, чтобы их стоимость была минимальной. Оптимальным планом данной задачи является план:

$$\text{а) } X = \begin{pmatrix} 0 & 60 & 0 \\ 80 & 10 & 70 \end{pmatrix}; \text{ б) } X = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 60 \\ 80 & 70 & 10 \end{pmatrix}; \text{ в) } X = \begin{pmatrix} 60 & 0 & 0 \\ 20 & 70 & 70 \end{pmatrix}; \text{ г) } X = \begin{pmatrix} 20 & 20 & 20 \\ 60 & 50 & 50 \end{pmatrix}.$$

11. Транспортная задача

Поставщики	Потребители		Мощность поставщиков
	1	2	
1	3	9	20
2	4	1	30
3	6	8	100
Спрос потребителей	30	100	

является...

- а) канонической; б) открытой; в) закрытой; г) неразрешимой.

12. На некотором шаге был получен следующий опорный план транспортной задачи:

Поставщики	Потребители					Мощность поставщиков
	1	2	3	4	5	
1	20	6	7	70	2	10 0
2	1 5	4	10	5	4 5	0 60
3	1 5	8	5 9	1 2	1 1	0 70
Спрос потребителей	0	5	5	0	7 5	1

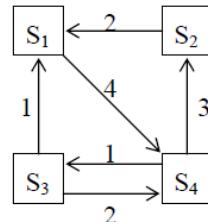
Целевая функция при таком опорном плане равна:

$$\text{а) } 1000; \text{ б) } 900; \text{ в) } 650; \text{ г) } 1070.$$

13. Если события следуют одно за другим через определенные равные промежутки времени, то такой поток событий называется

- а) регулярным; б) стационарным; в) вырожденным; г) стандартным.

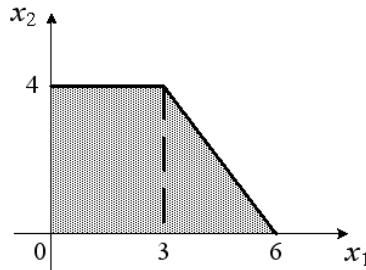
14. Дан граф состояний системы массового обслуживания (СМО)



Система алгебраических уравнений для нахождения предельных вероятностей такой СМО имеет вид:

$$\begin{array}{ll}
 \text{а)} \begin{cases} p_1^2 = 2p_2; \\ 2p_2 = 0; \\ 3p_3 = 1; \\ p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 1. \end{cases} & 
 \text{б)} \begin{cases} 4p_1 = 2p_2 + p_3; \\ 2p_2 = 3p_4; \\ 3p_3 = p_4; \\ p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 1. \end{cases} \\
 & 
 \text{в)} \begin{cases} 2p_2 + p_3 = 0; \\ 2p_2 = 0; \\ 3p_3 = 0; \\ p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 1. \end{cases} \quad \text{г)} \begin{cases} p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 1. \\ 3p_1 = 2p_2 + p_3; \\ 6p_2 = 3p_4; \\ p_3 = p_4; \\ p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 1. \end{cases}
 \end{array}$$

15. Область допустимых решений задачи линейного программирования имеет вид:



Тогда максимальное значение функции  $F(x_1, x_2) = 2x_1 - 2x_2$  равно:

- а) 12; б) 14; в) 8; г) 20.

16. Малое предприятие производит изделия двух видов. На изготовление одного изделия вида  $A$  расходуется 2 кг сырья, на изготовление одного изделия вида  $B$  – 1 кг. Всего имеется 60 кг сырья. Требуется составить план производства, обеспечивающий получение наибольшей выручки, если отпускная стоимость одного изделия вида  $A$  3 д.е., вида  $B$  – 1 д.е., причем изделий вида  $A$  требуется изготовить не более 25, а вида  $B$  – не более 30. Допустимым планом данной задачи является план:

$$\text{а)} X=(20,20); \text{ б)} X=(25,15); \text{ в)} X=(20,25); \text{ г)} X=(30,10).$$

17. В двух пунктах  $A_1$  и  $A_2$  имеется соответственно 60 и 160 единиц товара. Весь товар нужно перевезти в пункты  $B_1, B_2, B_3$  в количестве 80, 70 и 70 единиц соответственно. Матрица тарифов такова:  $C = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 8 \\ 5 & 8 & 7 \end{pmatrix}$ . Требуется спланировать перевозки так, чтобы их стоимость была минимальной. Опорным планом данной задачи является план:

$$\text{а)} X = \begin{pmatrix} 60 & 0 & 0 \\ 20 & 70 & 70 \end{pmatrix}; \text{ б)} X = \begin{pmatrix} 40 & 20 & 0 \\ 40 & 50 & 70 \end{pmatrix}; \text{ в)} X = \begin{pmatrix} 20 & 20 & 20 \\ 60 & 50 & 50 \end{pmatrix}; \text{ г)} X = \begin{pmatrix} 30 & 20 & 10 \\ 50 & 50 & 60 \end{pmatrix}$$

18. Данна задача линейного  
программирования

$$F(x_1, x_2, x_3) = 3x_1 - 2x_2 + x_3 \rightarrow \max$$

Тогда двойственная задача  
будет иметь вид:

$$\begin{array}{l}
 \text{а)} \quad \begin{cases} x_1 - 9x_2 + 4x_3 \leq 6; \\ 7x_1 - 2x_2 \geq -1; \\ 5x_1 - 3x_2 - x_3 \geq 10; \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0; x_3 \geq 0. \end{cases} \\
 F(x_1, x_2, x_3) = 3y_1 - 2y_2 + y_3 \rightarrow \max \\
 \begin{cases} y_1 - 9y_2 + 4y_3 = 6; \\ 7y_1 - 2y_2 = -1; \\ 5y_1 - 3y_2 - y_3 = 10; \\ y_1 \geq 0; y_2 \geq 0; y_3 \geq 0. \end{cases}
 \end{array}$$

$$F(y_1, y_2, y_3) = 6y_1 + y_2 - 10y_3 \rightarrow \min$$

$$6) \begin{cases} y_1 - 7y_2 - 5y_3 \geq 3; \\ -9y_1 + 2y_2 + 3y_3 \geq -2; \\ 4y_1 + y_3 \geq 1; \\ y_1 \geq 0; y_2 \geq 0; y_3 \geq 0. \end{cases}$$

$$F(y_1, y_2, y_3) = 6y_1 + y_2 - 10y_3 \rightarrow \max \quad F(y_1, y_2, y_3) = 6y_1 + y_2 - 10y_3 \rightarrow \min$$

$$b) \begin{cases} y_1 - 9y_2 + 4y_3 = 6; \\ 7y_1 - 2y_2 = -1; \\ 5y_1 - 3y_2 - y_3 = 10; \\ y_1 \geq 0; y_2 \geq 0; y_3 \geq 0. \end{cases} \quad g) \begin{cases} y_1 + 7y_2 + 5y_3 \geq 6; \\ -9y_1 - 2y_2 - 3y_3 \geq -1; \\ 4y_1 - y_3 \geq -10; \\ y_1 \geq 0; y_2 \geq 0; y_3 \geq 0. \end{cases}$$

19. Для сохранения нормальной жизнедеятельности человек должен в сутки потреблять белков не менее 120 усл. ед., жиров – не менее 70 и витаминов – не менее 10 усл. ед. Содержание их в каждой единице продуктов  $P_1$  и  $P_2$  равно соответственно (0,2; 0,075; 0) и (0,1; 0,1; 0,1) усл. ед. Стоимость одной единицы продукта  $P_1$  – 2 руб.,  $P_2$  – 3 руб. Построить математическую модель задачи, позволяющую так организовать питание, чтобы его стоимость была минимальной, а организм получил необходимое количество питательных веществ. К какому типу относится эта задача?

- a) задача об использовании ресурсов; б) задача сетевого планирования;
- в) задача массового обслуживания; г) задача составления рациона.

20. Если вероятность попадания на малый участок времени двух и более событий пренебрежимо мала по сравнению с вероятностью попадания на этот же участок времени одного события, то такой поток событий называют

- а) регулярным; б) стационарным; в) вырожденным; г) ординарным.

21. В исследовании операций под операцией понимают...

- а) всякое мероприятие (систему действий), объединенное единым замыслом и направленное на достижение какой-либо цели;
- б) всякое неуправляемое мероприятие;
- в) комплекс технических мероприятий, обеспечивающих производство продуктов потребления;
- г) нет правильного ответа.

22. Симплекс-метод - это:

- а) аналитический метод решения основной задачи линейного программирования;
- б) метод отыскания области допустимых решений задачи линейного программирования;
- в) графический метод решения основной задачи линейного программирования;
- г) метод приведения общей задачи линейного программирования к каноническому виду.

23. В двух пунктах  $A_1$  и  $A_2$  имеется соответственно 60 и 160 единиц товара. Весь товар нужно перевезти в пункты  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $B_3$  в количестве 80, 70 и 70 единиц соответственно. Матрица тарифов такова:  $C = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 8 \\ 5 & 8 & 7 \end{pmatrix}$ . Спланируйте перевозки так, чтобы их стоимость была минимальной.

Данная задача является ...

- а) задачей нелинейного программирования ; б) транспортной задачей
- в) задачей коммивояжера; г) задачей о назначениях

24. Транспортная задача

Поставщики	Потребители		Мощность поставщиков
	1	2	

1	3	9	50
2	4	1	20+a
3	6	8	30
Спрос потребителей	8 0	6 0+b	

будет закрытой, если...

- а)  $a=60, b=70$ ; б)  $a=70, b=30$ ; в)  $a=50, b=100$ ; г)  $a=60, b=50$

25. В системе ограничений общей задачи линейного программирования ...

- а) могут присутствовать только строгие неравенства;  
 б) могут присутствовать и уравнения, и неравенства;  
 в) могут присутствовать только уравнения;  
 г) могут присутствовать только неравенства.

26. Для записи задачи

$$F(x_1, x_2, x_3) = 5x_1 + 8x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 9x_2 \leq 5; \\ -x_1 + 2x_2 \leq 4; \\ x_1 + x_2 \leq 3; \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0. \end{cases}$$

в канонической форме ...

- а) необходимо ввести две дополнительные неотрицательные переменные;  
 б) необходимо ввести три дополнительные неотрицательные переменные;  
 в) необходимо ввести четыре дополнительные неотрицательные переменные;  
 г) необходимо ввести одну дополнительную неотрицательную переменную.

27. Среднее количество заявок, поступающее в систему массового обслуживания в единицу времени называется:

- а) достоверностью; б) своевременностью; в) эффективностью; г) интенсивностью.

28. Системы массового обслуживания, у которых возможно появление как угодно длинной очереди требований к обслуживающему устройству, называются

- а) системы с ограниченным временем ожидания; б) системы с отказами; в) системы с ожиданием; г) системы с ограниченной длиной очереди.

29. Грузовики, прибывающие на обслуживание в порт, образуют одноканальную очередь. Средняя скорость прибытия — 12 грузовиков в день, обслуживания — 18 грузовиков в день. Тогда интенсивность нагрузки канала такой системы массового обслуживания равна:

- а) 2/3; б) 0; в) 1/2; г) 1.

30. В универсаме к узлу расчета поступает поток покупателей с интенсивностью 81 человек в час. Средняя продолжительность обслуживания контроллером-кассиром одного покупателя - 2 минуты. Тогда минимальное число контроллеров-кассиров, при котором очередь в универсаме не будет расти до бесконечности равно:

- а) 1; б) 5; в) 3; г) 10.

Каждое правильно сделанное задание оценивается в 0,75 балла. Максимально возможное количество баллов за работу: 15 баллов.

### Темы докладов, рефератов, сообщений

Доклады, рефераты и сообщения могут использоваться для набора поощрительных баллов.

1. Однономерные экономико-математические модели управления запасами.
2. Экономико-математические модели управления запасами.

3. Многонomenклатурные экономико-математические модели управления запасами.
4. Экономико-математические модели хранения запасов.
5. Экономико-математические модели систем снабжения.
6. Экономико-математические методы прогнозирования данных для задач управления запасами.
7. Экономико-математические модели спроса и потребления.
8. Экономико-математические модели потребления (кривые безразличия).
9. Экономико-математические модели поведения потребителя.
10. Экономико-математические модели производственной деятельности предприятия.
11. Экономико-математические модели производства.
12. Экономико-математические модели, использующие аппарат производственных функций.
13. Экономико-математические модели различных видов рынка.
14. Экономико-математические модели общего равновесия функционирования рынка.
15. Макроэкономическая теория и экономико-математическое моделирование.
16. Экономико-математические модели национального дохода, экономического роста, делового цикла.
17. Экономико-математические модели потребления на основе регрессионного анализа.
18. Основы регрессионного анализа и его применение в экономико-математическом моделировании потребления.
19. Эконометрические модели в макроэкономике (функция Кобба-Дугласа, производственные функции с постоянной эластичностью замещения, макромодель Клейна).
20. Экономико-математические модели равновесного производства.
21. Экономико-математические модели межотраслевого баланса.
22. Анализ ЭММ, построенных на основе линейного программирования.
23. Динамические модели межотраслевых связей.
24. Экономико-математические модели равновесного роста. Траектория Фон-Неймана.
25. Экономико-математические модели равновесных цен. Цены Фон-Неймана.
26. Магистральные модели. Магистральная модель потребления.
27. Магистральные модели. Магистральная модель накопления.
28. Общая теория операций и применение экономико-математических методов и моделей при их исследовании.
29. Экономико-математические модели основных операций менеджмента.
30. Экономико-математические модели линейного программирования в операциях менеджмента.
31. Экономико-математические модели систем массового обслуживания.
32. Экономико-математические модели, использующие аппарат теории игр.
33. Теория игр и экономико-математическое моделирование.
34. Экономико-математические методы сетевого планирования и управления.
35. Экономико-математические модели оптимизации производственного плана предприятия.
36. Экономико-математические модели и методы анализа инвестиционных проектов.
37. Экономико-математические модели в управлении финансовыми активами.
38. Экономико-математическое моделирование оптимального управления финансово-ими активами.
39. Экономико-математические модели перспектив развития и размещения предприятий отрасли.
40. Экономико-математическое моделирование оптимального развития и размещения предприятий отрасли.

41. ЭММ статической оптимизации в теории личного потребления.
42. ЭММ статической оптимизации в теории фирмы.
43. ЭММ статической оптимизации в теории общего равновесия.
44. ЭММ статической оптимизации экономических процессов (экономика благосостояния).
45. ЭММ динамической оптимизации при решении задач управления.
46. ЭММ динамической оптимизации и теория оптимального экономического роста.
47. Экономико-математическое моделирование предприятий, ведущих ВЭД.
49. ЭММ задачи о минимальном покрывающем дереве в графе.
50. ЭММ задач стохастического программирования.
51. ЭММ задачи целевого программирования.
52. Решение матричных игр в смешанных стратегиях.
53. Решение задач векторной оптимизации методом свертки системы показателей эффективности.
54. ЭММ задачи о максимальном покрывающем дереве в графе.
55. Двухкритериальная задача о назначениях.
56. ЭММ задачи определения пути минимальной длины с помощью VBA.
57. ЭММ задачи оптимизации комплекса производственных операций по времени.
58. ЭММ задачи оптимизации проекта по стоимости.
59. ЭММ задачи о разбиении.
60. ЭММ задачи оптимизации потоков в сетях.
61. ЭММ задачи о максимальном потоке.
62. ЭММ задачи о потоке минимальной стоимости.
63. ЭММ задачи определения критического пути сетевого графика с помощью VBA.
64. ЭММ задачи о кратчайшем маршруте.
65. ЭММ задач планирования в условиях определенности.
66. ЭММ задач принятия решений в условиях неопределенности.
67. ЭММ задач принятия решений в экономической сфере с учетом фактора риска.
68. Решение задач векторной оптимизации методом последовательных уступок.
69. ЭММ задач сетевого планирования в условиях неопределенности.
70. ЭММ задач динамического программирования.
71. ЭММ задачи инвестирования проектов.
72. Игровые модели теории принятия решений.
73. Имитационное моделирование систем массового обслуживания.
74. Имитационное моделирование инвестиционных проектов.
75. ЭММ в управлении финансовыми активами.
76. ЭММ задачи оптимизации портфеля ценных бумаг.
77. ЭММ паутинообразной модели рынка и модели Самуэльсона.
78. ЭММ предельной производительности. Изокванты.
79. ЭММ задач векторной оптимизации методом ведущего критерия.
80. ЭММ задач долгосрочного планирования с помощью управляемых марковских цепей.
81. ЭММ задачи выбора оптимальной стратегии для задач с конечным горизонтом планирования.

## **5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### **5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

#### **Основная литература:**

1. Кремер Н.Ш., Путко Б.А. Эконометрика: учебник для вузов. – М.: Юнити-Дана, 2003. –

311 с

2. Балдин, К.В. Математические методы и модели в экономике [Электронный ресурс] : учебник / К.В. Балдин, В.Н. Башлыков, А.В. Рукосуев ; под общ. ред. К.В. Балдина. — Электрон. дан. — Москва : ФЛИНТА, 2017. — 328 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/99987>. — Загл. с экрана.
3. Новиков, А. И. Исследование операций в экономике : учебник / А. И. Новиков. — 2-е изд. — Москва : Дашков и К, 2020. — 352 с. — ISBN 978-5-394-03813-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/173918> (дата обращения: 25.01.2022). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
4. Бурда, А. Г. Исследование операций в экономике : учебное пособие / А. Г. Бурда, Г. П. Бурда. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 564 с. — ISBN 978-5-8114-3149-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/169285> (дата обращения: 25.01.2022). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

#### **Дополнительная литература:**

5. Ильченко, А.Н. Практикум по экономико-математическим методам [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.Н. Ильченко. — Электрон. дан. — Москва : Финансы и статистика, 2009. — 288 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/5331>. — Загл. с экрана.
6. Красс, М.С. Математика в экономике: Математические методы и модели [Электронный ресурс] : учебник / М.С. Красс, Б.П. Чупринов. — Электрон. дан. — Москва : Финансы и статистика, 2007. — 544 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/53898>. — Загл. с экрана.
7. Гетманчук, А.В. Экономико-математические методы и модели [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.В. Гетманчук, М.М. Ермилов. — Электрон. дан. — Москва : Дашков и К, 2017. — 186 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/93509>. — Загл. с экрана.
8. Слабнов, В. Д. Исследование операций в экономике. Практикум : учебное пособие для вузов / В. Д. Слабнов. — 3-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 292 с. — ISBN 978-5-8114-7821-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/180813> (дата обращения: 25.01.2022). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

#### **5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины**

1. Официальный сайт математического портала [allmath.ru](http://www.allmath.ru/probablytheory.htm). Режим доступа: <http://www.allmath.ru/probablytheory.htm>
2. Образовательный математический сайт Exponenta. Режим доступа: <http://www.exponenta.ru/>
3. Официальный сайт московского центра непрерывного математического образования. Режим доступа: [http://www.mathnet.ru/ej.phtml?option\\_lang=rus](http://www.mathnet.ru/ej.phtml?option_lang=rus)
4. Официальный сайт журнала «Экономика и математические методы». Режим доступа: <http://www.cemi.rssi.ru/emm/home.htm>

**6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

<b>Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий</b>	<b>Вид занятий</b>	<b>Наименование оборудования, программного обеспечения</b>
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
Аудитория 210	Лекции, практические занятия	Демонстрационное оборудование: доска, проектор – 1 шт., переносной экран – 1 шт. Специализированная мебель: столы, стулья (28 посадочных мест).

ФГБОУ ВО «УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»  
СИБАЙСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ) УУНиТ  
ЕСТЕСТВЕННО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

дисциплины МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ЭКОНОМИКЕ  
на 7 (8) семестр

очная (очно-заочная)

Вид работы	Объем дисциплины
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	2/72 (2/72)
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	
лекций	18 (10)
практических/ семинарских	18 (10)
лабораторных	
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем) (ФКР)	0,2 (0)
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	35,8 (52)
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/ дифференцированному зачету (контроль)	

Форма контроля:  
зачет 7 (8) семестр

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)					Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)	Задания по самостоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		Всего	ЛК	ПР/СЕМ	ЛР	СРС			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1.	Экономико-математическая модель и задачи линейного программирования	13	4 (2)	4 (2)		5 (8)	1 - 9		Самостоятельные работы, контрольные работы, тест, зачет
2.	Симплексный метод решения задач линейного программирования	10	2 (1)	2 (1)		6 (8)	1 - 9		Самостоятельные работы, контрольные работы, тест, зачет
3.	Двойственные задачи линейного программирования	8	2 (1)	2 (1)		4 (6)	1 - 9		Самостоятельные работы, контрольные работы, тест, зачет
4.	Транспортная задача	8	2 (2)	2 (1)		4 (6)	1 - 9		Самостоятельные работы, контрольные работы, тест, зачет
5.	Элементы теории массового обслуживания: основные понятия и классификация СМО	10,8	4 (2)	2 (1)		4,8 (8)	1 - 9		Самостоятельные работы, контрольные работы, тест, зачет
6	Элементы теории мас-	11	2 (1)	3 (2)		6 (8)	1 - 9		Самостоятельные

	сового обслуживания: СМО с отказами							работы, контроль- ные работы, тест, зачет
7	Элементы теории мас- сового обслуживания: СМО с ожиданием	11	2 (1)	3 (2)		6 (8)	1 - 9	Самостоятельные работы, контроль- ные работы, тест, зачет
	<b>Всего часов:</b>	71,8	18 (10)	18 (10)		35,8 (52)		

